
Dépôt Institutionnel de l'Université libre de Bruxelles /
Université libre de Bruxelles Institutional Repository
Thèse de doctorat/ PhD Thesis

Citation APA:

Rosenthal, D. (1929). *Contribution à l'étude de l'état des tensions dans un assemblage soudé par cordons latéraux* (Unpublished doctoral dissertation).
Université libre de Bruxelles, Faculté des sciences appliquées – Construction, Bruxelles.

Disponible à / Available at permalink : <https://dipot.ulb.ac.be/dspace/bitstream/2013/282831/3/dc5c8115-6223-4fa7-862a-5d88ff228689.txt>

(English version below)

Cette thèse de doctorat a été numérisée par l'Université libre de Bruxelles. L'auteur qui s'opposerait à sa mise en ligne dans DI-fusion est invité à prendre contact avec l'Université (di-fusion@ulb.be).

Dans le cas où une version électronique native de la thèse existe, l'Université ne peut garantir que la présente version numérisée soit identique à la version électronique native, ni qu'elle soit la version officielle définitive de la thèse.

DI-fusion, le Dépôt Institutionnel de l'Université libre de Bruxelles, recueille la production scientifique de l'Université, mise à disposition en libre accès autant que possible. Les œuvres accessibles dans DI-fusion sont protégées par la législation belge relative aux droits d'auteur et aux droits voisins. Toute personne peut, sans avoir à demander l'autorisation de l'auteur ou de l'ayant-droit, à des fins d'usage privé ou à des fins d'illustration de l'enseignement ou de recherche scientifique, dans la mesure justifiée par le but non lucratif poursuivi, lire, télécharger ou reproduire sur papier ou sur tout autre support, les articles ou des fragments d'autres œuvres, disponibles dans DI-fusion, pour autant que :

- Le nom des auteurs, le titre et la référence bibliographique complète soient cités;
- L'identifiant unique attribué aux métadonnées dans DI-fusion (permalink) soit indiqué;
- Le contenu ne soit pas modifié.

L'œuvre ne peut être stockée dans une autre base de données dans le but d'y donner accès ; l'identifiant unique (permalink) indiqué ci-dessus doit toujours être utilisé pour donner accès à l'œuvre. Toute autre utilisation non mentionnée ci-dessus nécessite l'autorisation de l'auteur de l'œuvre ou de l'ayant droit.

----- **English Version** -----

This Ph.D. thesis has been digitized by Université libre de Bruxelles. The author who would disagree on its online availability in DI-fusion is invited to contact the University (di-fusion@ulb.be).

If a native electronic version of the thesis exists, the University can guarantee neither that the present digitized version is identical to the native electronic version, nor that it is the definitive official version of the thesis.

DI-fusion is the Institutional Repository of Université libre de Bruxelles; it collects the research output of the University, available on open access as much as possible. The works included in DI-fusion are protected by the Belgian legislation relating to authors' rights and neighbouring rights. Any user may, without prior permission from the authors or copyright owners, for private usage or for educational or scientific research purposes, to the extent justified by the non-profit activity, read, download or reproduce on paper or on any other media, the articles or fragments of other works, available in DI-fusion, provided:

- The authors, title and full bibliographic details are credited in any copy;
- The unique identifier (permalink) for the original metadata page in DI-fusion is indicated;
- The content is not changed in any way.

It is not permitted to store the work in another database in order to provide access to it; the unique identifier (permalink) indicated above must always be used to provide access to the work. Any other use not mentioned above requires the authors' or copyright owners' permission.

Loettinger

**Contribution à l'étude de l'état des tensions
dans un assemblage
soudé par cordons latéraux**

PAR

D. ROSENTHAL

Ingénieur Civil, A. I. Br.

Thèse de doctorat spécial

620.11
R 727

BRUXELLES - UNIVERSITE

IMP. G. BOTHY
22, RUE DE LA CONCORDE
BRUXELLES-DRUXELLES

1929

**Contribution à l'étude de l'état des tensions
dans un assemblage
soudé par cordons latéraux**

PAR

D. ROSENTHAL

Ingénieur Civil, A. I. Br.

620.11
R 727

Thèse de doctorat spécial



IMP. G. BOTHY
22 RUE DE LA CONCORDE
BRUXELLES-BRUXELLES

1929

**A ma mère et à ma femme
ce travail est dédié,**

Nos remerciements les plus profonds vont à tous ceux qui directement ou indirectement ont contribué à la partie expérimentale de cette recherche et, notamment :

a) aux généreux donateurs du fond Tassel dont l'intervention financière a permis au Laboratoire des Matériaux d'acquérir les appareils Huggenberger;

b) à M. L. Baes, professeur à l'Université Libre de Bruxelles, pour avoir mis à notre disposition l'appareil Mesnager;

c) à la Soudure Electrique Autogène, à Forest, pour l'exécution d'un grand nombre d'assemblages soudés à titre gracieux;

et *d)* au dévoué personnel du Laboratoire d'Etude et d'Essai des Matériaux de l'Université Libre de Bruxelles pour l'aide apportée dans l'exécution des essais.

Nous exprimons également notre reconnaissance à M. R. Colinet, I. C. M. A. I. Br. qui a bien voulu se charger de la correction des épreuves.

Thèse de Doctorat spécial

Propositions annexes

1. Vérification des soudures par la méthode extensométrique.
2. Relation entre la densité et la dureté dans les métaux trempés et dans les métaux écrouis.
3. Rupture des pièces soumises aux efforts répétés.

TABLES DES MATIÈRES

	Pages
INTRODUCTION	
§ 1. — But de l'étude, Index bibliographique des ouvrages parus traitant des assemblages latéraux	3
§ 2. — Théorie simplifiée	11
PREMIERE PARTIE. — Vérifications expérimentales.	
CHAPITRE 1^{er}. — Première série de mesures	
§ 1. — Détermination de la dilatation δ_x dans la soudure	17
§ 2. — Mesure de la dilatation δ_x dans les plats	23
§ 3. — Mesure du déplacement relatif des plats par rapport au gousset	30
CHAPITRE 2. — Détermination complète des déformations d'un assemblage soudé	
	41
DEUXIEME PARTIE. — Etude théorique. — Préliminaires. — Sub-division en état des tensions induites et état des tensions de profil	
	59
CHAPITRE 1^{er}. — Etat des tensions induites	
§ 1. — Généralités	61
§ 2. — Etude de ξ_x . Etude générale. Analogies aérodynamiques. Couche limite	61
§ 3. — Etude détaillée des tensions :	
A. Etat des tensions dans le plat	66
B. Etat des tensions dans le cordon	68
§ 4. — Etat des tensions dans la couche limite. Sa signification.	70
§ 5. — Détermination de r . Danger de rupture	71
§ 6. — Conséquences pratiques. Conclusions relatives au cordon de soudure	75
CHAPITRE II. — Etat des tensions de profil	
§ 1. — Préliminaires	83
§ 2. — Etude des surtensions dans le plat	84
Conclusions générales de l'étude	95
TROISIEME PARTIE *) — Notes annexes. Justification des formules.	
<i>Note 1. — Rappel des équations fondamentales de la théorie de l'élasticité</i>	
<i>Note 2. — Conséquences de l'hypothèse fondamentales de la théorie simplifiée</i>	

(*) Cette partie fait l'objet d'une publication spéciale.

<i>Note 3.</i> — Etude détaillée des tensions de la théorie simplifiée	
<i>Note 4.</i> — Déplacement des plats par rapport au gousset	
<i>Note 5.</i> — Equations fondamentales de l'équilibre élastique des tensions induites	
<i>Note 6.</i> — Identité de Green dans le cas des tensions induites	
<i>Note 7.</i> — Etat des tensions induites dans le plat	
<i>Note 8.</i> — Etat des tensions induites dans le cordon de soudure	
<i>Note 9.</i> — Détermination du rayon de la couche limite	
<i>Note 10.</i> — Tensions de profil	
<i>Note 11.</i> — Modifications apportées par les tensions de profil dans l'allure des courbes des tensions σ_y et τ_{xy}	

ERRATA

Page	LIGNE	AU LIEU DE	LIRE
21	5 ^e d'en bas	$2 \times 10,0 \times 9,25$	$2 \times 100 \times 9,25$
23	9 ^e d'en bas	§ 2, p.	§ 2, p. 14
26	Tableau 5, série A, 5 ^e série de mesures	$\frac{y}{0,4}$ 1,4 2,4 3 4	$\frac{y}{0}$ " " "
30	fig. 9	C'	C et vice-versa
34	Tableau 6	(mont fig. 7)	(mont. fig. 9)
"	" 4 ^e colonne	Δ_{AB}	Δ_{AC}
45	" 8	fig. 15	fig. 17
"	2 ^e d'en bas	2,5	2 0
53	7 ^e d'en bas	2,5	2,0
54	6 ^e d'en haut	$\tau_{xy} = \frac{m E}{2(m+1)\gamma_{xy}}$	$\tau_{xy} = \frac{m E}{2(m+1)\gamma_{xy}}$
59	6 ^e d'en haut	1 ^{re} partie, p.	1 ^{re} partie, p. 23
60	9 ^e d'en haut	$\frac{\partial^2 \delta_x}{\partial x^2}$	$\frac{\partial^2 \delta_x}{\partial x^2}$
61	6 ^e d'en haut	$\frac{\partial \delta_x}{\partial x} = f(y, z)$	$\frac{\partial \delta_x}{\partial x} = f(y, z)$
64	Note au bas de la page	$\frac{\partial \delta_x}{\partial z}$	$\frac{\partial \delta_x}{\partial z}$
68	3 ^e d'en bas	$\frac{\partial_x}{\partial \rho} = 0$	$\frac{\partial \delta_x}{\partial \rho} = 0$
73	formule (3)	$\frac{r}{l} + \left(1 + \ln \frac{R}{r}\right)$	$\frac{r}{R} \left(1 + \ln \frac{R}{r}\right)$
75	9 ^e d'en bas	$l = x$	$l = a$
78	Tableau 1 (3 ^e essai)	70	76
94	la ligne précédent le tableau	et (19')	et (20)

Contribution à l'étude de l'état des tensions dans un assemblage soudé par cordons latéraux

(Travail effectué au Laboratoire d'Essais des Matériaux de
l'Université Libre de Bruxelles en 1927-28.)

INTRODUCTION.

§ 1. — Le présent travail est la suite logique des travaux effectués précédemment au Laboratoire des Matériaux de l'Université Libre de Bruxelles sur la résistance et le calcul des assemblages soudés (*). Il a été entrepris en vue d'étudier tout particulièrement la sollicitation des assemblages dans la période élastique.

Délimitation de l'étude. — Rappelons que les assemblages des charpentes, réalisés au moyen de la soudure, se ramènent aux types suivants (*):

1) Assemblages bout à bout, voir fig. 1.

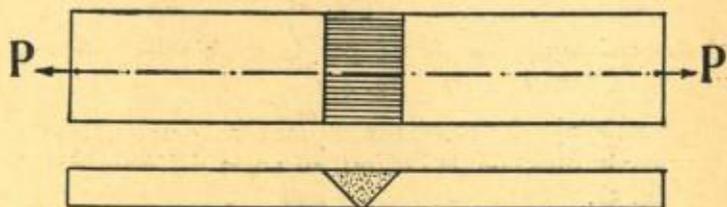


Fig. 1. — Type d'assemblage soudé bout à bout.

(*) Pour la bibliographie, voir à la fin de ce chapitre.

2) Assemblages par *cordons de soudure* déposés dans l'angle dièdre formé par les pièces à réunir. Suivant la position qu'occupe le cordon de soudure (*) par rapport à la direction de l'effort, nous distinguons :

a) l'assemblage frontal : le cordon est perpendiculaire à l'effort (fig. 2);

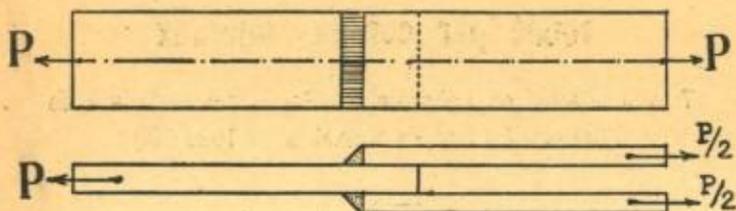


Fig. 2. — Type d'assemblage frontal.

b) l'assemblage latéral : le cordon est parallèle à l'effort (fig. 3);

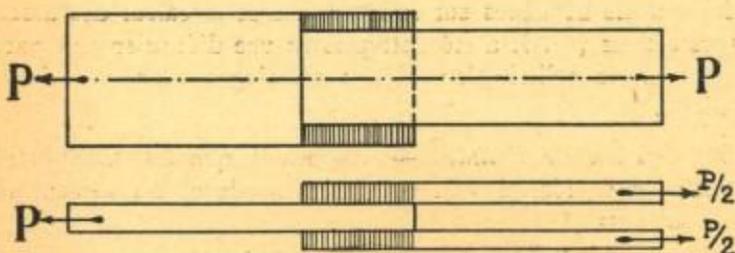


Fig. 3. — Type d'assemblage latéral.

c) l'assemblage mixte formé par la combinaison du cordon frontal et du cordon latéral (fig. 4);

d) l'assemblage intermédiaire : dans ce dernier, le cordon forme avec la direction de l'effort un angle différent de 90° et de 0° (fig. 5).

(*) La position du cordon de soudure est donnée par celle de son axe, c'est-à-dire par la position de la droite réunissant les centres de gravité des sections dans le cas des cordons prismatiques.

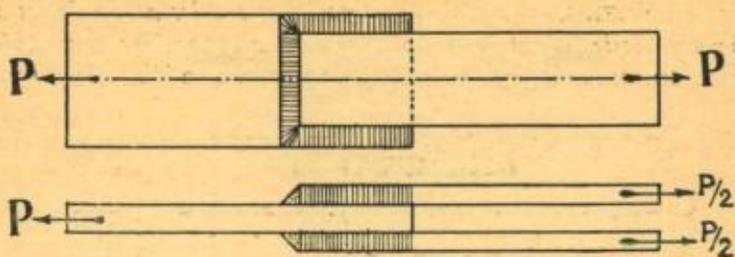


Fig. 4. — Type d'assemblage mixte.

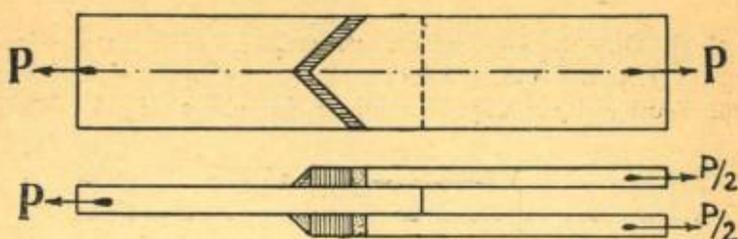


Fig. 5. — Type d'assemblage intermédiaire.

Dans le présent travail il ne sera question que du type 2b) c'est-à-dire de l'assemblage latéral.

Historique. — L'étude de l'assemblage latéral, élément le plus important de la construction soudée, compte déjà de nombreux travaux de caractère expérimental. Ci-après nous ne mentionnons que les travaux entrepris en vue d'une recherche systématique. Ce sont, dans l'ordre chronologique :

1) E.-S. HUMPHRYS, D^r. — *Essais systématiques sur les assemblages des charpentes.* Les conclusions de l'auteur se rapportent au type d'éprouvette réalisé au moyen des deux plats soudés par recouvrement sur deux autres plats formant gousset (fig. 6).

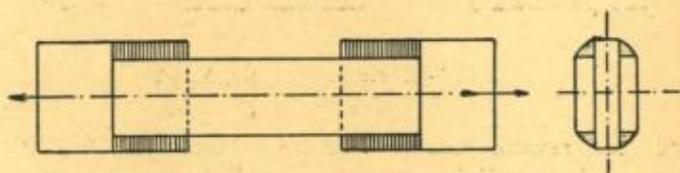


Fig. 6. — Eprouvette de Mr. Humphrys.

2) E. HOEHN. — *Essais systématiques sur les assemblages de chaudronnerie*. L'auteur a travaillé sur un type d'éprouvette réalisant un assemblage courant par double couvre-joint (fig. 7).

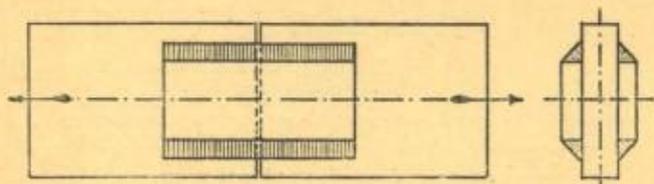


Fig. 7. — Epreuve de Mr. Hoehn.

3) H. DUSTIN. — *Essais systématiques sur les assemblages des charpentes*. Comme élément de l'assemblage il a été utilisé un type d'éprouvette analogue à celui de Humphrys (fig. 8).

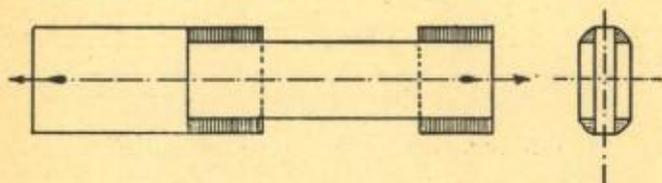


Fig. 8. — Epreuve de Mr. Dustin.

4) A. VOGEL. — *Essais systématiques sur les assemblages des charpentes*. L'auteur a adopté comme élément d'assemblage un type spécial d'éprouvette (voir fig. 9). Ce choix a été dicté par le souci de rompre les cordons d'une longueur appréciable (6''), avant que la limite élastique des plats ne soit dépassée.

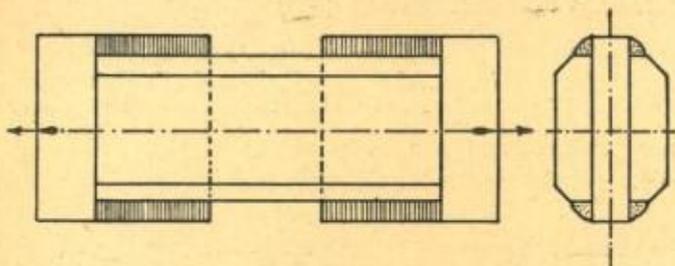


Fig. 9. — Epreuve de Mr. Vogel.

Tous ces travaux présentent le même caractère (il s'agit des essais poussés jusqu'à la rupture) et conduisent sensiblement aux

mêmes résultats, tout au moins en ce qui concerne les points suivants :

1. Les cordons latéraux rompent par glissement.
2. La charge de rupture des cordons latéraux varie quasi proportionnellement à leur longueur.
3. La résistance spécifique rapportée à l'unité de surface de rupture diminue lorsque l'épaisseur du dépôt augmente.

Nos essais ont, cependant, montré qu'il y a lieu d'apporter à ces conclusions la restriction suivante : *pour autant que les effets secondaires soient négligeables*. Parmi ces derniers, la flexion secondaire paraît être prépondérante.

Nous ne connaissons pas d'essais systématiques, entrepris dans le but d'étudier l'influence de la flexion secondaire. Signalons cependant :

1. Les essais de M. H.-E. Grove (Melbourne) effectués sur les assemblages par simple recouvrement. On constate une diminution de la résistance spécifique, lorsque la longueur des cordons augmente.
2. La diminution de la résistance spécifique dans les assemblages de certains profilés (fers **T**). Ces derniers se déforment fortement avant la rupture (fig. 10).

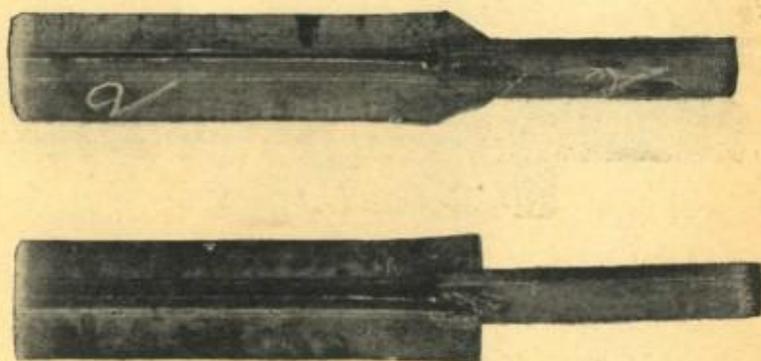


Fig. 10.

3. La diminution de la résistance spécifique des cordons laté-

raux dans le cas de sollicitation représenté à la fig. 11. Cette diminution a été de l'ordre de 30 %.

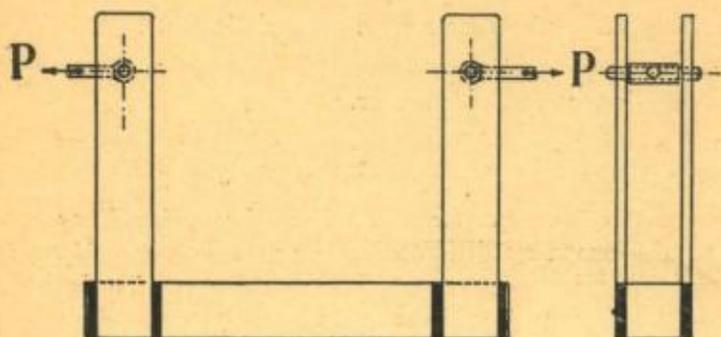


Fig. 11.

4. La diminution systématique de la résistance spécifique dans le cas des assemblages « en bout » (fig. 12).

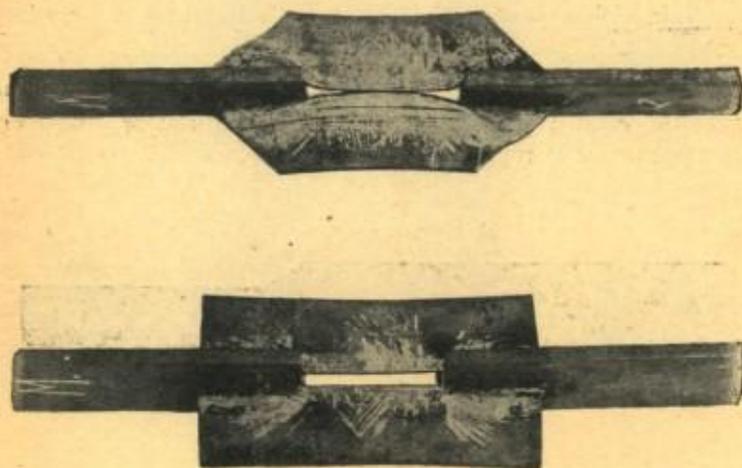


Fig. 12.

On peut poser, *a priori*, que dans tous ces exemples la répartition des tensions dans les pièces assemblées n'a pas été uniforme.

En ce qui concerne les essais systématiques *en dessous de la limite élastique*, nous n'en connaissons point. M. Hoehn a effectué quelques mesures de déformation sur les assemblages mixtes. Mais

ces mesures n'ont pas, et de loin, l'envergure des essais très détaillés et très complets que cet auteur a effectués sur les assemblages rivés.

But de la présente étude.

Il résulte de l'exposé sommaire ci-dessus qu'il existe à l'heure actuelle un nombre important d'essais poussés jusqu'à la rupture. Par contre, nous manquons complètement de renseignements sur l'état des tensions dans les assemblages latéraux en dessous de la limite élastique (*).

Le présent travail a pour but de combler cette lacune.

Index bibliographique des ouvrages parus traitant des assemblages latéraux.

A. — TRAVAUX EXPERIMENTAUX.

1. E.-S. HUMPHRYS. — « The Arc Welding of Structural Steel. *Iron Age* ». May 25, 1922, pp. 1422-1425.
2. E. HOEHN. — « Résistance des récipients soudés à l'électricité », 1923.
E. HOEHN. — « Rivure et soudure des chaudières à vapeur », 1924-25.
3. H.-E. GROVE. — « Electric Arc Welding of Steel Structures » *Journal of the American Welding Soc.* Janvier 1927, pp. 24-41.
4. H. DUSTIN. — Calcul rationnel des éléments d'un assemblage soudé ». *Comptes rendus du Congrès International*

(*) Au moment de la correction des épreuves, nous prenons connaissance du travail de M. J. HAMMOND SMITH, professeur à l'Université de Pittsburgh, publié par le *Journal of the American Welding Soc.* Septembre 1929 sous le titre : *Stress-Strain Characteristics of Welded Joints*.

Les résultats des essais de l'auteur peuvent être utilement rapprochés de ceux donnés dans le § 3, Chap. 1^{er}, Première Partie et confirment notre conclusion donnée dans la Note 4, III^{me} Partie.

- pour l'essai des matériaux* (Amsterdam), septembre 1927, 11 p., 1 pl., 1 tableau.
- H. DUSTIN. — « Les assemblages des profilés par soudure ». Association belge pour l'étude et l'essai des Matériaux. Compte rendu de la première séance du 18 janvier 1928. (*R. U. M.*, 15 août 1928), 16 p., 7 fig., 4 tableaux.
- H. DUSTIN. — *Arc Welding*. Lincoln Prize Papers submitted to the American Society of Mechanical Engineers. Part. II. Fundamental Principles of Arc Welding. New-York 1929.
- H. DUSTIN. — « Note sur les charpentes soudées ». Comptes rendus du Congrès international des charpentes (Vienne) Septembre 1928, reproduits dans la *Revue Universelle des Mines* du 15 avril 1929.
- H. DUSTIN. — « Le calcul des joints soudés en charpentes métalliques ». *Génie Civil*. T. 94. N° 14 du 6 avril 1929. pp. 94-97.
5. ANDREW VOGEL. — « Welding Trusses for Industrial Buildings ». *Journal of the Am. Welding Soc.*, janvier 1928, pp. 14-17; *Journal of the Boston Soc. of Civil Engineers*. Vol. XV. N° 2. February 1928, pp. 71-79.
6. BORIS SHIMKIN. — « An interesting thesis on Structural Arc Weld ». *Journal of the Am. Welding Soc.* September 1928, pp. 84-98 (Résumé).
7. D. LAGRANGE et D. ROSENTHAL. — « Influence de la forme des abouts des éléments de certains assemblages soudés sur la valeur de la charge de rupture et sur la déformation. Note C. R. de Paris, t. 187, p. 277.
8. D. ROSENTHAL. — « Assemblages soudés par cordons latéraux, essayés en traction et en compression ». Note C. R. de Paris, t. 188, p. 693.

B. — ETUDES THEORIQUES.

9. M. GOELTZER. — « Résistance élastique des joints soudés ». *Génie Civil* du 22 et du 29 décembre 1928.
10. D. ROSENTHAL. — « Etude analytique des tensions dans les cordons latéraux ». Annexe à la communication de M. Dustin. *Comptes rendus du Congrès International pour*

l'essai des matériaux (Amsterdam). Septembre 1927, pp. 532-536. T. 1.

C. — QUELQUES TRAVAUX TECHNIQUES.

11. JOSEPH MATT. — « Arc Welding in Buildings ». *Journal of the Am. Welding Sty.* Septembre 1927, pp. 46-47.
12. W.-L. WARNER. — « Welded Truss ». *Journal of the Am. Welding Sty.* Octobre 1924, pp. 61-69.
13. FRANCK. MC. KIBBEN. — « A study in welded plate Girders ». *Gen. Electric Review.* Juin 1928, pp. 321-325.
14. A.-F. KEOGH. — « Welding for Eternity ». *Journal of the Am. Welding Sty.* Janvier 1928, pp. 50-59.
15. KARL BUNG. — « Lichtbogenschweissung von Eisenkonstruktionen ». *Zeit. des Ver. Deusch. Ing.* 11 août 1928, pp. 1105-1111.

Pour les progrès de la soudure électrique voir également :

16. L.-S. THURSTON. (G. E. C°). — « A review of electric arc welding developments during 1928. » *Welding Engineer.* Janvier 1929, pp. 41-42.

§ 2. — Théorie simplifiée.

ETAT ELASTIQUE DES TENSIONS
DANS LES ASSEMBLAGES LATÉRAUX

Les résultats auxquels ont conduit les essais poussés jusqu'à la rupture, peuvent servir de base à une théorie, que nous appellerons simplifiée, de l'état des tensions dans les assemblages latéraux.

Une partie de cette théorie, relative aux cordons de soudure a déjà paru dans un de nos travaux cités précédemment.

Ci-après nous ne développons que la partie concernant l'état des tensions des pièces assemblées.

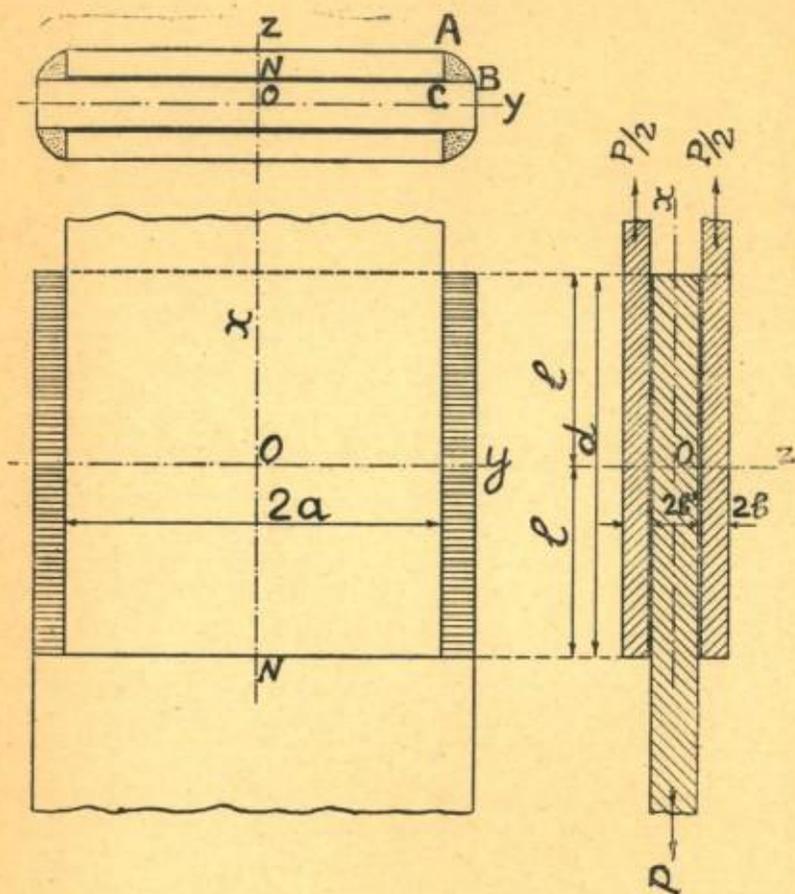


Fig. 13.

Notations. — Soit « l'assemblage » (*) prismatique représenté à la fig. 13. L'axe des x étant dirigé suivant la hauteur du prisme (perpendiculaire au plan du dessin), nous supposons la section du prisme symétrique par rapport aux axes y et z . Nous ad-

(*) Nous appellerons ainsi, faute de terme mieux approprié, l'ensemble formé par le gousset et les plats superposés et soudés sur toute la longueur du recouvrement d .

mettrons en outre que l'épaisseur des plats et du gousset peut être considérée comme négligeable vis-à-vis de leur largeur (*).

Nous désignerons conformément à la notation usuelle :

1) par σ_x, σ_y et σ_z les tensions s'exerçant normalement à la surface et dirigées respectivement suivant les axes x, y et z .

2) par τ_{xy}, τ_{yz} et τ_{zx} les tensions de glissement disposées suivant la fig. 14.

3) par u, v, w les déformations suivant les axes x, y et z .

4) par $\delta_x, \delta_y, \delta_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ les dilatations et les glissements correspondant aux tensions ci-dessus 1) et 2).

5) par E et G les modules d'élasticité d'extension et de glissement.

6) par m le coefficient de Poisson.

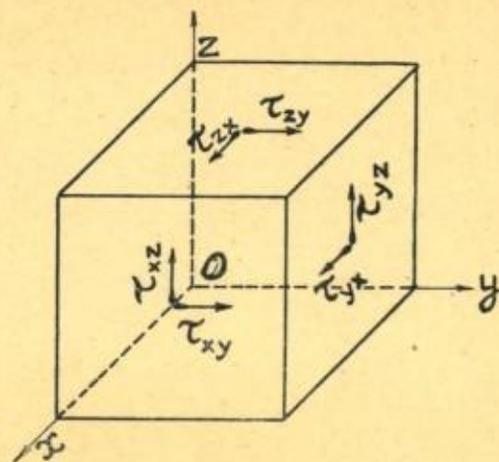


Fig. 14.

Hypothèse. — Les essais ont prouvé (§ 1, p. 7) que la charge de rupture des cordons varie quasi proportionnellement à leur longueur.

Nous posons que la tension de glissement dans la section de l'assemblage (c'est-à-dire la tension définie par ses composantes τ_{xy} et τ_{yz}) est indépendante de x .

On vérifie, en effet, que cette hypothèse est compatible avec le résultat d'essais ci-dessus (**).

(*) Ceci est légitime, attendu qu'en pratique l'épaisseur courante des plats est de l'ordre de 0,1 de leur largeur et en dépasse rarement 1/6.

(**) Voir Note n° 1, troisième partie.

Le calcul détaillé, basé sur cette hypothèse, conduit alors aux conclusions suivantes :

1. Toute la sollicitation peut être décomposée en trois états des tensions indépendants l'un de l'autre :

- a) l'état des tensions plan relatif à σ_y , σ_z et τ_{yz} ;
- b) l'état des tensions axial relatif à σ_x ;
- c) l'état des tensions plan relatif à τ_{xy} et τ_{xz} .

2. L'état des tensions relatif à σ_y , σ_z et τ_{yz} est identiquement nul c'est-à-dire

$$\sigma_y \equiv \sigma_z \equiv \tau_{yz} \equiv 0 \quad (*)$$

3. La tension σ_x peut se mettre sous la forme suivante :

$$\sigma_x = E \cdot \delta_x = E (\mu x + \nu) \quad (*),$$

où μ et ν sont des constantes.

Le coefficient μ est positif pour les plats, nul pour les cordons et négatif pour le gousset.

En ce qui concerne les valeurs des μ et ν remarquons ce qui suit :

a) pour les cordons de soudure, μ doit être nul, attendu qu'il n'y a pas de raison pour que δ_x croisse avec x dans un sens plutôt que dans l'autre;

b) pour les plats, les coefficients μ et ν se déterminent d'après les deux conditions suivantes :

pour $x = -l$ $\delta_x = -\mu l + \nu = 0$;

pour $x = +l$ $\delta_x = \mu l + \nu = \delta_p$ (la dilatation dans les plats en dehors de l'assemblage).

On en tire :

$$\mu = \frac{\delta_p}{2l} \quad \nu = \frac{\delta_p}{2}$$

d'où :

$$\boxed{\delta_x = \frac{\delta_p}{2} \left(1 + \frac{x}{l} \right) = \frac{P}{2} \cdot \frac{1}{ES_p} \cdot \left(1 + \frac{x}{l} \right)} \quad (VI)$$

où S_p désigne la section totale des deux plats.

(*) Voir Note n° 2, troisième partie.

c) pour le gousset, à l'aide d'un raisonnement analogue, on trouve

$$\delta_x = \frac{\delta_x}{2} \left(1 - \frac{x}{l}\right) = \frac{P}{2} \cdot \frac{1}{ES_x} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \quad (\text{VII})$$

où S_x désigne la section du gousset.

4. Les tensions τ_{xy} et τ_{xz} peuvent se mettre sous la forme suivante (*):

$$\tau_{xy} = -E \cdot \mu \cdot y \quad (\text{XIV})$$

$$\tau_{xz} = 0. \quad (\text{XV})$$

Le coefficient μ se détermine d'après la conclusion 3.

5. Outre les valeurs des tensions et des dilatations, il nous sera utile de connaître la valeur du déplacement relatif du gousset par rapport au plat au point N (fig. 13).

En désignant ce déplacement par Δ_N , par d la longueur du recouvrement et par $2a$ la largeur des plats, nous trouvons :

$$\Delta_N \times d = \frac{2m+1}{2m} \cdot \frac{1}{E} \left(\frac{1}{S_p} + \frac{1}{S_x} \right) \times P \cdot a^2 \quad (*) \quad (\text{XX})$$

Ce résultat peut s'exprimer ainsi :

Les dimensions des plats et du gousset étant les mêmes, le produit du déplacement relatif Δ_N par la longueur du recouvrement d est une constante pour une charge donnée.

Pour deux assemblages également sollicités (mêmes δ_p et δ_g) ce produit croît comme le carré de la largeur des plats.

Réserves sur la valabilité de la théorie simplifiée.

Il est facile de se rendre compte que, en dehors de toute vérification expérimentale, la théorie simplifiée ne correspond pas entièrement au cas de la sollicitation réelle.

En effet :

1) Elle admet des variations brusques de δ_x en passant du plat au cordon et du cordon au gousset ce qui est contraire au bon sens.

(*) Voir Note n° 2, troisième partie.

2) Elle admet l'existence des tensions tangentielles τ_{xy} et τ_{xz} sur les faces terminales des plats et du gousset (pour $x = -l$ et pour $x = +l$) alors que ces faces ne sont soumises à aucune sollicitation:

Il s'ensuit que la théorie simplifiée pourra tout au plus être considérée comme une première approximation d'un cas de sollicitation plus compliqué.

L'expérience doit nous apprendre dans quelles limites cette approximation est valable.

PREMIERE PARTIE.

VERIFICATION EXPERIMENTALE

CHAPITRE I.

Première série d'essais (octobre 1927-février 1928).

Les conclusions formulées au chapitre précédent sont susceptibles de vérification expérimentale.

Dans cet ordre d'idées nous avons entrepris une série d'essais préliminaires pour être fixés sur la valeur des hypothèses admises. Tous les essais dont il est question dans la suite ont été exécutés avec la machine universelle verticale de 100^t, construction Amsler. La machine a été vérifiée après tous les essais avec la boîte de tarage compressible de 100^t. Les valeurs des charges ont été trouvées exactes à $< 0,5 \%$.

§ 1. — DÉTERMINATION DE LA DILATATION δ_s DANS LA SOUDURE.

a) *Essai avec l'extensomètre à miroirs, système Martens.*

L'emploi du porte-miroir à couteau prismatique, propre à la construction Amsler, nous a obligé à prendre certaines précautions au montage. A cet effet, étant partis de l'éprouvette brute, nous avons arrondi, au tournage, le profil des cordons comme indiqué à la fig. 1. De cette façon le couteau du porte-miroir ne touchait que par un seul point le contour de la soudure. Le schéma du montage est donné à la fig. 2, la vue de l'éprouvette avec l'appareil monté — par les photos fig. 3 et 3a.

Nous avons pris la déformation une fois sur 50 m/m et une autre fois sur 100 m/m, en partant du même point A. Nous avons noté pour chaque essai les valeurs de la déformation correspondant à une augmentation de la charge de 5 en 5^t à partir de 5^t jusqu'à 25^t (*). A ce moment la tension uniforme dans les plats en dehors de l'assemblage était de l'ordre de 16 kg/mm².

Les résultats de ces mesures sont consignés dans le tableau 1.

(*) Avant de relever les valeurs partielles, nous avons contrôlé le retour au zéro, et les lectures n'ont été commencées que lorsque ce retour se faisait avec un écart de 0,1 de l'unité de l'échelle.

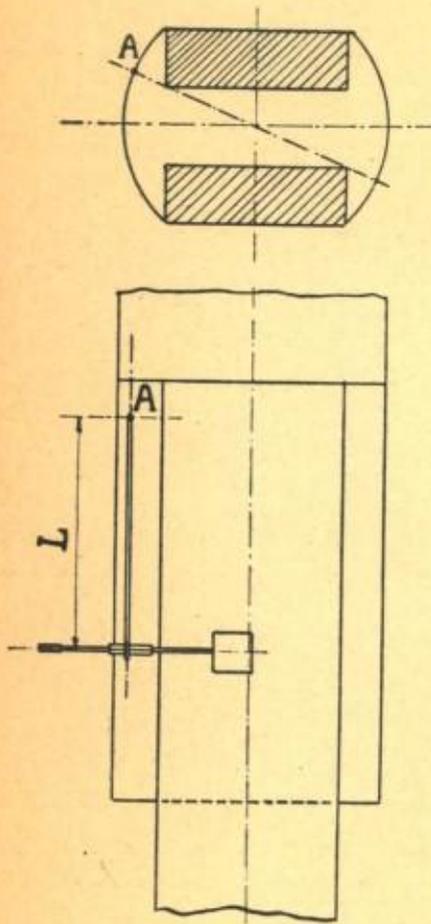


Fig 1 et 2.

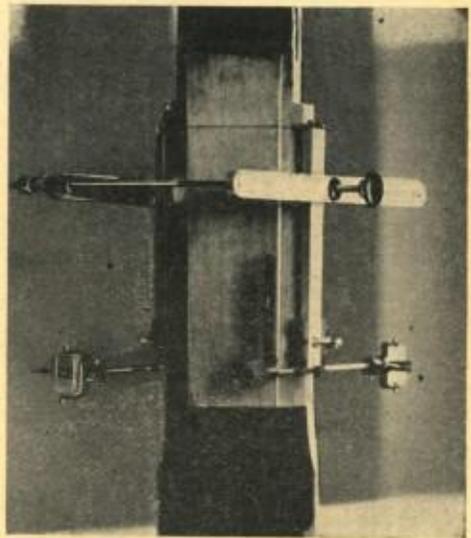
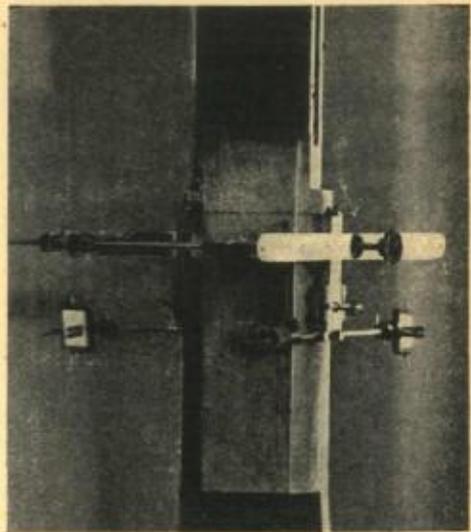


Fig. 3 et 3a.

TABLEAU 1.

Charge P en T.	Longueur mesurée, L=50 m/m						Longueur mesurée, L=100 m/m					
	Miroir gauche		Miroir droit		Moyenne	Miroir gauche		Miroir droit		Moyenne		
	Lecture D—cc		Lecture D—cc			Lecture D—e		Lecture D—cc				
5	1,3	2,5	1,15	2,05	2,275	2,2	4,8	2,05	4,25	4,52		
10	3,8	2,4	3,70	2,03	2,215	7,0	4,9	6,30	4,20	4,55		
15	6,2	2,7	5,23	2,00	2,350	11,9	4,6	10,50	4,10	4,35		
20	8,9	2,6	7,23	1,97	2,285	16,5	4,8	14,60	4,00	4,40		
25	11,5		9,20			21,3		18,60				
					2,28					4,45 ⁵		
					(±0,036)					(±0,085)		

Section S_p des plats en dehors de l'assemblage $2 \times 50 \times 15 = 1500 \text{ m/m}^2$.

Section S_g du gousset en dehors de l'assemblage $63,85 \times 20,3 = 1300 \text{ m/m}^2$.

Section de l'assemblage : $S_{ass} = 2840 \text{ m/m}^2$

D'où

$$(\delta_x)_{50} = \frac{2,28}{50 \times k} = 4,56 \cdot \frac{10^{-2}}{k} \quad \text{et} \quad (\delta_x)_{100} = 4,45 \frac{10^{-2}}{k}$$

où k , l'amplification de l'appareil = 500.

La concordance entre δ_x pour $L=50 \text{ m/m}$ et δ_x pour $L=100 \text{ m/m}$ est de l'ordre de 2,5 % (*), ce qui prouve que dans cette limite de précision la dilatation dans le cordon est indépendante de la longueur de mesure.

Remarque. — Posons $E = 21.500$ (**). La dilatation des cordons, soit $4,48 \cdot \frac{10^{-2}}{k}$, rapportée à celle des plats sous la même charge de 5^t, donne alors :

$$\frac{(\delta_x)_{\text{soudure}}}{(\delta_x)_{\text{plats}}} = \frac{4,48 \cdot 10^{-2}}{500} : \frac{P}{S_p} \times \frac{1}{E} = \frac{4,48 \cdot 10^{-2}}{500} \times \frac{1500 \times 21.500}{5000} = 0,57$$

D'autre part,

$$\frac{(\delta_x)_{\text{assemblage}}}{(\delta_x)_{\text{plats}}} = \frac{S_p}{S_{ass}} = \frac{1500}{2840} = 0,53$$

Si nous rapprochons ces deux résultats nous voyons que le cordon de soudure se dilate à peu près comme s'il faisait partie

(*) Cette erreur est plus forte que ne l'admet la précision de mesure qui est de 1,7 % ($\text{err. } \delta_x = \text{err. } \Delta L + \text{err. } L + \text{err. } T = 1 \% + 0,2 \% + 0,5 \% = 1,7 \%$). Elle pourrait être due au fait que l'extensomètre n'a pas été placé exactement sur la génératrice médiane du cordon (voir plus loin, p. 22).

(**) Voir plus loin, p. 45.

de l'assemblage, ce dernier étant uniformément sollicité dans toute sa section.

b) *Essais à l'extensomètre à enregistrement. Mesnager (*)*. — L'éprouvette employée pour le premier essai présentait l'inconvénient inévitable de s'écarter du type de l'assemblage réel. Il nous a donc paru souhaitable de répéter cet essai sur une éprouvette brute, réalisant aussi bien que possible un assemblage pratique. Nous avons pensé à utiliser dans ce but l'extensomètre de Mesnager pour l'enregistrement des flèches de ponts. Bien qu'un peu lourd, cet appareil n'exige qu'une préparation de surface insignifiante, tout juste nécessaire pour le placement des pointes.

Il convenait en outre pour la mesure de la déformation dans les plats, impraticable sans préparation spéciale avec l'appareil Martens.

Sensibilité et précision de l'appareil. — Pour accroître la sensibilité de l'appareil nous avons supprimé l'inscription directe sur le tambour. Nous faisons la lecture en suivant sur le papier millimètre, enroulé sur le tambour, l'ombre projetée de la pointe de l'aiguille enregistreuse.

Nous pensons éliminer ainsi une cause non négligeable de l'erreur, due au frottement. Malgré cette précaution, la reproductibilité des résultats n'a pu être obtenue avec une précision supérieure à 5 %.

Le coefficient d'amplification moyen a été trouvé, par la comparaison avec l'appareil Martens, de l'ordre de 700.

Exécution des essais. — Les essais ont été faits sur une des éprouvettes dont nous nous sommes servis dans la suite.

La distance entre les pointes de l'appareil étant fixe et égale à 51,8 m/m, nous avons pris une série de mesures, en déplaçant l'appareil de 10 en 10 m/m le long de la soudure.

Pour chaque mesure nous avons procédé en moyenne à trois montées et à trois descentes, en relevant les valeurs de la charge, chaque fois que l'aiguille de l'extensomètre avançait de 2 m/m. Ceci correspondait à cinq lectures par montée et autant par descente, soit au total trente lectures pour une seule mesure (**). La

(*) Pour la description du principe de cet appareil, voir *Annales des Ponts et Chaussées*, troisième trimestre, 1903. (A. MESNAGER).

(**) Le grand nombre de lectures se justifiait par la précision des mesures plus faible que dans le cas de l'appareil Martens.

charge maximum au cours d'une montée ne dépassait pas la moitié de la charge de rupture des cordons (ce qui correspondait à 15 kg/mm² dans les plats).

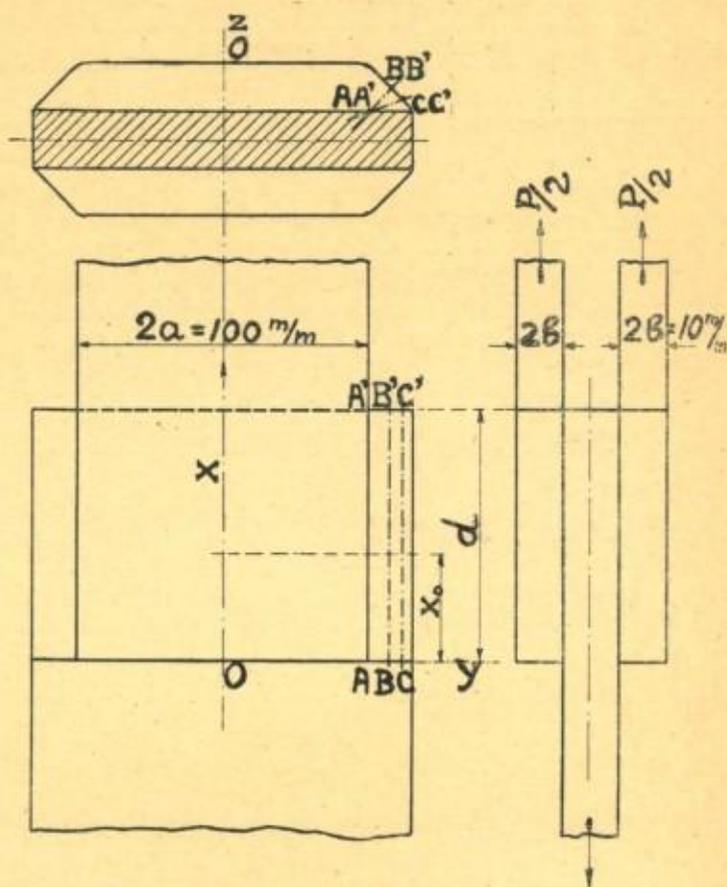


Fig. 4.

1. *Première série de mesures.* — Déformations prises suivant la génératrice médiane BB' de la soudure (fig. 4).

Section S_p des plats : $2 \times 10,0 \times 9,25 = 1850$ m/m.

Section S_g du gousset : $120 \times 20,0 = 2400$ m/m.

Section S_{ass} de l'assemblage : 4390 m/m.

d , longueur du recouvrement = 90 m/m.

l , distance de mesure = 51,8 m/m.

Si ΔT représente l'augmentation de la charge correspondant à un déplacement de 2 m/m de l'aiguille de l'appareil, on obtient pour différentes valeurs de x , les valeurs suivantes de ΔT .

TABLEAU 2.

x_e en cm.	0,4	1,4	2,4	3,4	Moyenne
ΔT Ecart moy.	4,34 $\pm 0,15$	4,2 $\pm 0,13$	4,5 $\pm 0,13$	4,48 $\pm 0,13$	4,38 $\pm 0,12$

L'écart moyen de ces quatre valeurs étant compris dans la précision des mesures, nous pouvons considérer ces valeurs comme concordantes et la dilatation δ_x comme indépendante de x .

Remarque. — Si nous posons comme plus haut $E = 21500$, la dilatation moyenne des cordons rapportée à celle des plats, prise comme unité, est égale :

$$\frac{(\delta_x)_{\text{coudure}}}{(\delta_x)_{\text{plate}}} = \frac{2}{51,8 \times 700} \cdot \frac{P}{S_p \times E} = 5,5 \cdot 10^{-3} \times \frac{1850 \times 21500}{4380} = 0,498$$

tandis que :

$$\frac{(\delta_x)_{\text{ass.}}}{(\delta_x)_{\text{plats}}} = \frac{1850}{4390} = 0,415$$

Tout comme pour le premier essai la dilatation des cordons se rapproche de celle de l'assemblage dans l'hypothèse où ce dernier est sollicité uniformément dans toute sa section.

Il est toutefois à remarquer que la dilatation de l'assemblage ainsi calculée est moindre que celle des cordons et paraît d'après ces essais être d'autant moindre que le rapport des sections des plats à celle du gousset s'écarte plus de l'unité.

2. *Deuxième série de mesures.* — Dilatation δ_x relevée sur la génératrice CC' à proximité du gousset (fig. 4).

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de ΔT se rapportant à cette mesure.

TABLEAU 3.

x_e en cm.	3,4	2,4	1,4	0,4	Moyenne
ΔT Ecart moy.	3,6 $\pm 0,18$	3,95 $\pm 0,2$	4,25 $\pm 0,2$	4,28 $\pm 0,21$	4,02 $\pm 0,245$ soit 6,1 %

L'écart moyen entre les valeurs de ΔT est supérieur aux écarts probables des mesures; nous devons en conclure que la dilatation pour une génératrice quelconque n'est pas constante le long de l'axe x ; les valeurs de ΔT montrent d'ailleurs une augmentation constante lorsque x_0 diminue.

Tout se passe donc, comme si à partir de la section médiane ABA'B' la dilatation de la soudure suivait celle du gousset.

Si nous rapportons comme plus haut la dilatation de la soudure à celle des plats prise comme unité nous trouvons les valeurs suivantes :

TABLEAU 4.

x_0 en cm	3,4	2,4	1,4	0,4
$\frac{(\delta x)_x}{(\delta x)_p}$	0,60	0,55	0,51	0,505

donc des valeurs supérieures à celle de la dilatation de la section médiane du cordon.

Conclusion des essais.

1. Dans la limite de précision des essais la dilatation δ_x relevée sur le contour du cordon suivant une génératrice médiane est constante le long de l'axe x (d'accord avec la conclusion du § 2, p.).

2. Pour une génératrice quelconque la dilatation δ_x cesse d'être constante et semble suivre celle de la pièce la plus rapprochée. La faible précision des mesures n'a pas permis de déterminer la loi de variation.

§ 2. — MESURE DE LA DILATATION δ_x DANS LES PLATS.

Choix de l'éprouvette. — Ce choix a été dicté par deux considérations : 1) réaliser un type d'éprouvette répondant au mieux aux approximations théoriques, c'est-à-dire ayant un faible rapport de l'épaisseur à la largeur; 2) avoir une largeur des plats

suffisante pour l'emplacement de l'appareil de mesure à notre disposition.

Ces deux considérations imposaient une éprouvette aussi large que possible.

Nous avons donc choisi l'éprouvette représentée à la fig. 4, dont la largeur a été le maximum compatible avec les dimensions des mordaches.

Les pièces assemblées étaient des plats de commerce, dont les caractéristiques mécaniques étaient les suivantes :

$$L=27,5 \text{ kg/mm}^2; \quad Z=40,5 \text{ kg/mm}^2; \quad \text{All}_{\text{ent } l=11,3\sqrt{S}}=26,3 \%$$

Nature du dépôt. — La soudure à l'arc électrique a été effectuée avec la même électrode que celle ayant servi pour les essais systématiques de 1926-27. Cette électrode dépose un métal dont les caractéristiques mécaniques s'approchent de celles de l'acier doux (*).

Fini des surfaces. — L'éprouvette n'a subi aucune préparation spéciale après soudure, si ce n'est que la surface des plats a été débarrassée de la couche d'oxyde de laminage pour la pose de l'appareil de mesure.

Exécution des essais. — L'appareil de mesure, utilisé dans cette série d'essais, était l'extensomètre de Mesnager, décrit précédemment. Les positions successives qu'il occupait sur la face extérieure des plats ont été repérées par les coordonnées x_0 et y d'une de ses pointes (fig. 4). Par conséquent, la déformation, relevée au cours de l'essai, se rapportait à un point situé sur la ligne de jonction des deux pointes de l'appareil.

Nous conviendrons de rapporter cette déformation au point x_m , défini par la relation :

$$x_m = \frac{x_0 + x_1}{2} = x_0 + \frac{l}{2}$$

où l est la distance de mesure, égale à 5,18 cm.

(*) Voir H. DUSTIN. — Travaux cités plus haut. Cependant, il va de soi que nos conclusions sont valables pour n'importe quel dépôt, pourvu que les déformations restent élastiques.

Quatre éprouvettes semblables ont été essayées. Leurs longueurs de recouvrement d ont été respectivement 12, 9, 7,5 et 6 cm. Les déformations ont été prises pour trois valeurs de γ : 0, 2,5 et 4,55 cm.

En outre, nous avons fait une série de mesures pour $\gamma=1,25$ et $\gamma=3,75$ cm. sur les éprouvettes dont « d » était égal à 12 et à 9 cm.

Comme dans les essais précédents, nous prenions, après le contrôle du retour au zéro, cinq lectures en moyenne pour chaque montée et autant pour chaque descente, ce qui faisait vingt lectures en moyenne pour chaque point x_m . Nous avons admis pour nos mesures un écart moyen de 4 % c'est-à-dire un écart inférieur à l'erreur de l'appareil (5 %).

La charge maximum a toujours été maintenue en dessous de la moitié de la charge de rupture des cordons.

Résultats des essais. — En appelant, comme plus haut, ΔT la charge en t., appliquée à l'éprouvette pour provoquer un déplacement de l'aiguille = à 0,2 cm, nous obtenons le tableau suivant groupant les résultats de mesures relatifs aux quatre éprouvettes essayées (voir tableau 5).

Interprétation des résultats. — Posons

$$(\sigma_r)_{x_m} = E \cdot \delta_{x_m}$$

$$\sigma_u = E \cdot \delta_u$$

où σ_r signifie la tension réduite au point x_m et σ_u la tension uniforme dans les plats en dehors de l'assemblage. On trouve facilement la relation suivante :

$$\frac{(\sigma_r)_{x_m}}{\sigma_u} = \frac{(\Delta T)_u}{(\Delta T)_{x_m}}$$

ΔT ayant la signification donnée plus haut.

Adoptons $E=21.500 \text{ kg/mm}^2$; k =amplification de l'appareil = 700. D'autre part nous relevons S =section des deux plats = $18,3 \text{ cm}^2$ et l =distance de mesure = 5,18 cm.

Ceci étant, nous trouvons : $(\Delta T)_u = 3'25$ d'où

$$\frac{(\sigma_r)_{x_m}}{\sigma_u} = \frac{3,25}{(\Delta T)_{x_m}}$$

TABLEAU 5.

Plats $2 \times 0,92 \times 10,0/12 \times 2$ cm.; $l = 5,18$ cm.

$\Delta T_0 = 2^{\circ},35.$

Série G. $d = 12$ cm.

y cm.	x_0 cm.	x_m cm.	ΔT en t.	$\frac{\sigma_r}{\sigma_0}$	Remarques	y cm.	x_0 cm.	x_m cm.	ΔT en t.	$\frac{\sigma_r}{\sigma_0}$	Remarques
4,55	0,4	3,0	7,9	0,268		1,25	0,4	3,0	8,9	0,264	
"	2,0	4,6	5,4	0,435		"	2,0	4,6	6,38	0,368	
"	3,6	6,2	4,5	0,52		"	3,6	6,2	4,68	0,50	
"	5,2	7,8	4,1	0,572		"	5,2	7,8	3,72	0,63	
"	6,8	9,4	2,67	0,88		"	6,8	9,4	3,07	0,76 ⁵	
3,75	0,4	3,0	10,3	0,228		0	0,4	3,0	9,0	0,26	
"	2,0	4,6	6,35	0,37		"	2,0	4,6	6,4	0,37 ⁷	
"	3,6	6,2	4,7	0,5		"	3,6	6,2	4,9	0,48	
"	5,2	7,8	3,9	0,6		"	5,2	7,8	3,9	0,6	
"	6,8	9,4	2,8	0,84		"	6,8	9,4	3,13	0,75	
2,5	0,4	3,0	10,2	0,30							
"	2,0	4,6	6,75	0,35							
"	4,6	6,2	4,82	0,49							
"	5,2	7,8	3,75	0,62 ⁵							
"	6,8	9,4	2,90	0,81							

Série A. $d = 9,0$ cm.

4,55	0,4	3,0	6,78	0,346		2,5	0,4	3,0	8,15	0,288	
"	1,4	4,0	4,92	0,476		"	1,4	4,0	—	(0,350)	Valeurs trouvées par interpolation
"	2,4	5,0	3,98	0,59		"	2,4	5,0	—	(0,440)	
"	3,4	6,0	3,31	0,71		"	3,4	6,0	—	(0,530)	
3,75	0,4	3,0	7,36	0,319		0,4	0,4	3,0	8,35	0,281	
"	1,4	4,0	5,33	0,44		1,4	1,4	4,0	6,43	0,365	
"	2,4	5,0	—	—		2,4	2,4	5,0	5,26	0,445	
"	3,4	6,0	3,50	0,67		3,4	3,4	6,0	4,60	0,51	
1,25	0,4	3,0	8,00	0,293							

Série F. $d = 7,5$ cm.

4,65	0,4	3,0	5,6	0,42		0	0,4	3,0	9,6	0,244	
"	1,2	3,8	3,78	0,62		"	1,2	3,8	7,2	0,326	
"	2,0	4,6	3,28	0,715		"	2,0	4,6	6,05	0,338	
2,4	0,4	3,0	7,2	0,326							
"	1,2	3,8	5,65	0,415							
"	2,0	4,6	4,5	0,522							

Série C. $d = 6,0$ cm.

4,75	0,2	2,8	3,46	0,68		0	0,25	2,85	7,5	0,312	
"	0,4	3,0	2,92	0,805		"	0,65	3,25	6,77	0,347	
"	0,9	3,5	2,55	0,92		"	0,9	3,5	6,85	0,343	(?)
2,5	0,2	2,8	5,75	0,409							
"	0,65	3,25	5,12	0,46							

Les diagrammes de la fig. 5 donnent en fonction de $\frac{x_m}{d}$ les valeurs des rapports $\frac{\sigma_r}{\sigma_0}$ ainsi calculées pour $y=0; 2,5$ et $4,55$ cm.

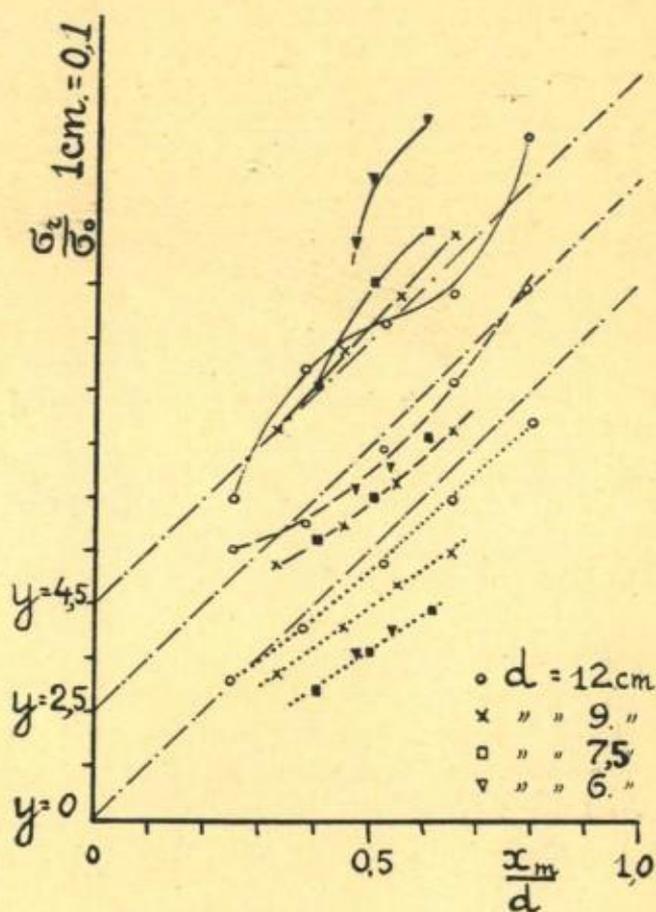


Fig. 5.

Dans la fig. 6 nous avons en outre porté en fonction de la longueur du recouvrement d , les valeurs de ces rapports, relatifs à la section médiane de chaque assemblage ($\frac{x_m}{d} = 0,5$)

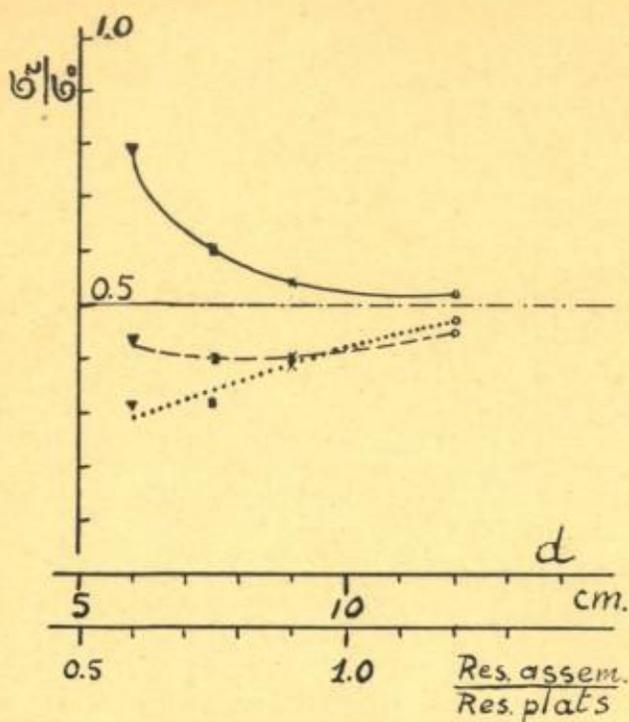


Fig. 6.

Conclusions. — Il résulte de ces diagrammes que :

1. Pour une section donnée la dilatation δ_y n'est pas une constante, elle augmente vers les deux bords, c'est-à-dire lorsque $|y|$ augmente et, d'autant plus que la longueur du recouvrement « d » diminue.

2. La dilatation δ_y ne varie pas linéairement avec x_0 : elle paraît croître plus rapidement que x_0 pour les fibres du bord, c'est-à-dire lorsque y croît, et moins rapidement que x_0 pour les fibres du milieu, c'est-à-dire lorsque y approche du zéro.

Ces différences s'accroissent lorsque x_0 augmente et lorsque la longueur du recouvrement d diminue (voir fig. 7 et 8).

Remarque. — Les conclusions relatives au diagramme de la fig. 6 peuvent s'énoncer sous une forme plus intéressante, si l'on choisit comme abscisse le rapport de la résistance de l'assemblage à celle des plats.

On constate alors que plus ce rapport augmente, et plus les valeurs des $(\sigma_x)_{x_m}$ relevées se rapprochent de la valeur $\frac{\sigma_s}{2}$ calculée, pour n'en différer que de 10 % en moyenne, lorsque la résistance de l'assemblage est équivalente à celle des plats.

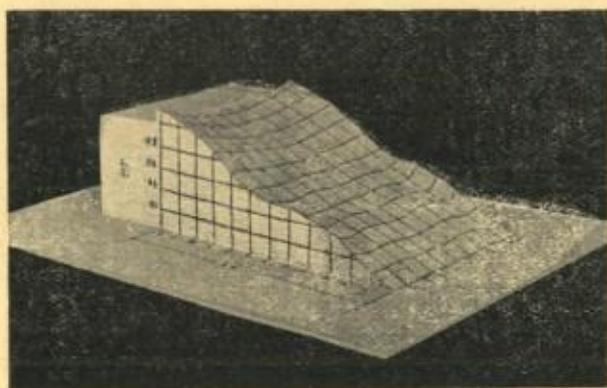
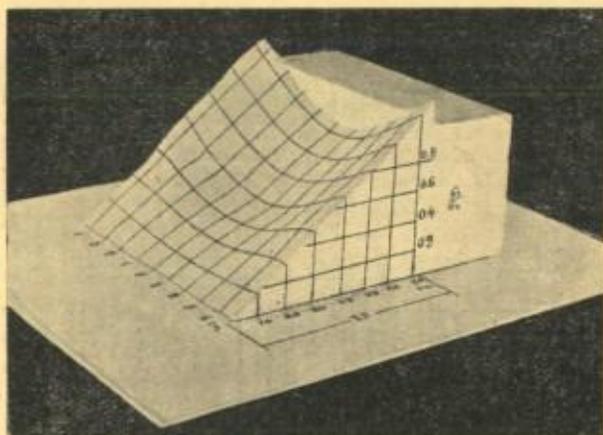


Fig. 7 et 8.

§ 3. — MESURE DU DÉPLACEMENT RELATIF DES PLATS PAR RAPPORT AU GOUSSET.

1^{er} cas. — a) *Plats soudés sur toute l'épaisseur* $2b$.

Envisageons (fig. 9) deux points A et B situés dans le plan xz et appartenant respectivement au plat et au gousset.

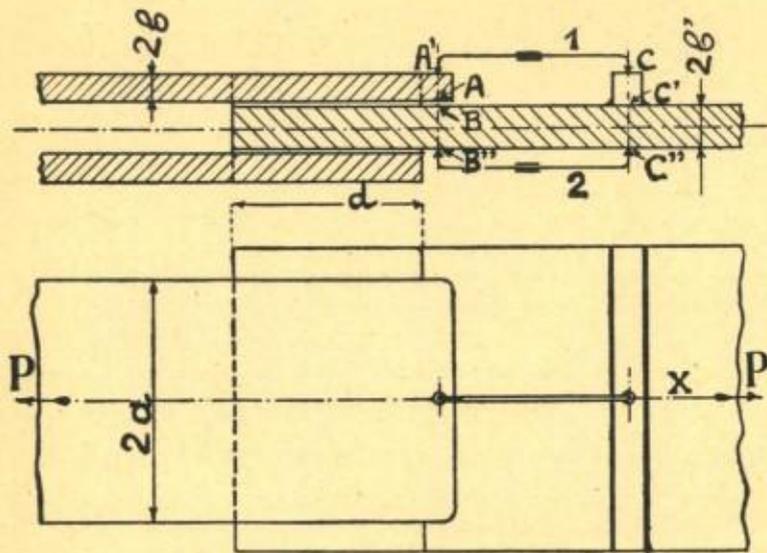


Fig. 9.

Une des conclusions de la théorie simplifiée (§ 2, p. 15, Introduction) disait que le déplacement du point A (par rapport au point B) multiplié par la longueur du recouvrement d était, pour une charge P donnée, une constante liée uniquement à la nature du métal et aux dimensions transversales des pièces assemblées.

Détermination expérimentale de Δ_{AB} . — La mesure directe du déplacement Δ_{AB} n'est pas accessible à l'expérience. Nous pouvons, cependant, la calculer comme différence des deux mesures rapportées au point C, situé dans le gousset.

On a, en effet, $\Delta_{AB} = \Delta_{AC} - \Delta_{BC}$

La fig. 9 donne une vue schématique du premier montage employé. Comme on voit, nous avons remplacé la mesure de Δ_{AC} par celle de $\Delta_{A'C'}$, et la mesure de Δ_{CB} par celle de $\Delta_{B''C''}$. Nous introduisons, par conséquent, deux causes d'erreur supplémentaires dues aux différences $(\Delta_{AC} - \Delta_{A'C'})$ et $(\Delta_{CB} - \Delta_{C''B''})$.

Cette dernière ne pouvait provenir que des défauts inhérents à la technique même de l'essai. Nous avons essayé de l'éliminer en contrôlant la rectitude de l'éprouvette et son centrage dans la machine (*).

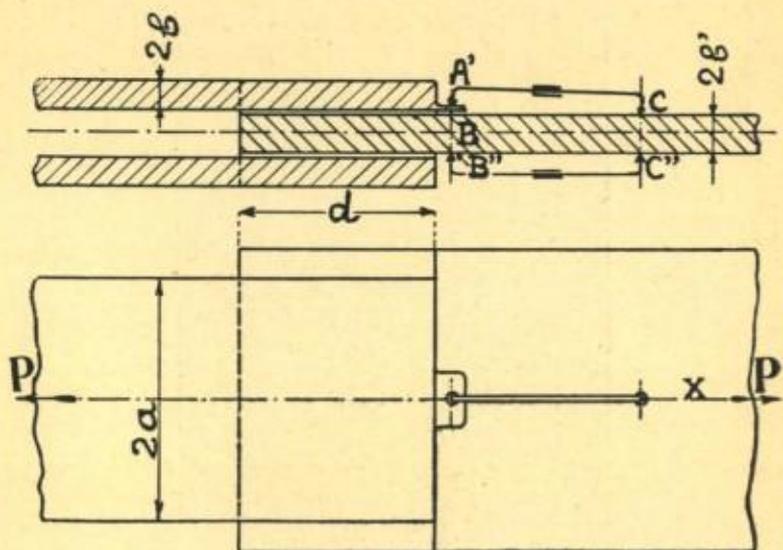


Fig. 10.

Quant à la première différence, sa valeur dépendait de l'approximation de la théorie simplifiée. Aussi, avons-nous cru utile,

(*) Il restait cependant encore une inconnue, provenant de l'hétérogénéité de la matière (fers plats du commerce); d'autre part, le centrage de l'effort n'était assuré que par une seule rotule. Ces deux causes introduisaient une erreur dont la valeur maximum pouvait être estimée à 2 %.

après quelques essais, de modifier la préparation de l'éprouvette comme indiqué à la fig. 10, malgré que cette modification, dans presque tous les cas, ait été sans influence sur le résultat des mesures.

L'appareil de mesure était comme dans la première série d'essais l'extensomètre de Martens avec une distance fixe entre repères = 50 m/m. La photo fig. 11 donne l'image de l'éprouvette et de l'extensomètre vus de côté. Cette photo se rapporte au montage modifié d'après la fig. 10.

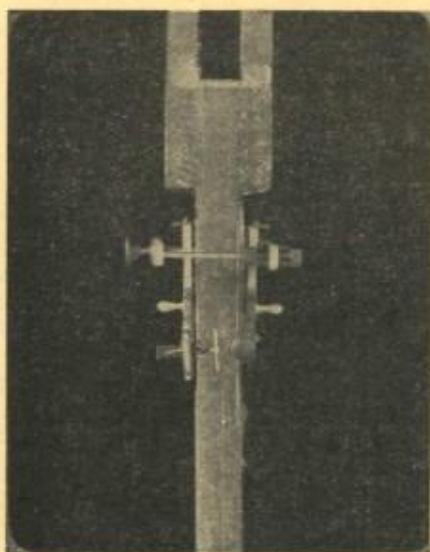


Fig. 11.

Préparation des éprouvettes. — Onze éprouvettes différentes ont été essayées; leur exécution s'est faite dans les conditions de la pratique; aucune précaution spéciale n'a été imposée au soudeur. Une partie des éprouvettes ainsi exécutées présentaient une légère déformation; ces éprouvettes ont été redressées à chaud et comme l'état du métal aurait pu être modifié par ce traitement, nous avons fait recuire le reste des éprouvettes de la même série.

Exécution des essais. — Comme dans l'essai précédent, la charge maximum a été d'environ 50 % inférieure à la charge de rupture des cordons. Avant de faire les lectures, nous avons contrôlé le retour à zéro. Dans bien des cas, après la première montée, nous avons observé une déformation permanente de l'ordre de 0,5 m/m de l'échelle. Cette déformation diminuait après chaque montée suivante, mais pour certaines éprouvettes elle restait néanmoins supérieure à 0,2 m/m. Pour des éprouvettes dont le plat avait 5 m/m d'épaisseur, les lectures se faisaient tous les 500 kg., pour les autres épaisseurs — tous les 1000 kg. La moyenne des lectures pour chaque essai a été de 12, ces lectures se rapportant au moins à deux montées successives. Nous n'avons pas pris de lectures à la descente.

Précision de l'essai. — Elle est donnée par les erreurs probables de chacune des mesures, c'est-à-dire par l'expression :

$$\text{err.} \frac{\Delta_{AB} \cdot d}{k \cdot P \cdot (2a)^2}$$

ou bien, en explicitant cette expression :

$$\begin{aligned} \text{Err. de mesure} = & \text{err.}(\Delta_{AC} - \Delta_{BC}) + \text{err.} d + \text{err.} E \cdot \frac{2m+1}{m} + \\ & + \text{err.} \sqrt{(2b)^2 + (2b')^2} + \text{err.} 2a + \text{err.} P \end{aligned}$$

Lorsqu'il s'agit des éprouvettes d'une même série, l'erreur de $\frac{2m+1}{2m} \cdot E$ n'intervient pas; pour deux séries différentes cette erreur peut facilement atteindre 3 %.

Résultats des essais.

Le tableau 6 donne les résultats des mesures, rapportées à une charge de 1 t. La première série comporte des éprouvettes de 5 m/m d'épaisseur des plats, la deuxième et la troisième — de 10 m/m et la IV^{me} — de 15 m/m d'épaisseur des plats.

TABLEAU 6.

Déplacement relatif des plats par rapport au gousset
pour une charge de 1'.

No de l'épr.	Dimensions	d	$\Delta_{AB} \times 10^3$	Ec. moy. $\times 10^3$	$\Delta_{BC} \times 10^3$	Ec. moy.	$\Delta_{AB} \times 10^3$	Ec. moy. $\times 10^3$	Remarques
		m/m	mm	mm	mm	mm	mm	mm	
3	50×5 / 59,6×10	60	8,24	±0,2	3,74	±0,12	4,40	±0,24	12 lectures (mont. fig. 7)
3 ^a	"	"	9,45	±0,48	3,65	±0,16	5,80	±0,48	14 "
1	"	45	10,0	±0,28	3,88	±0,1	6,12	±0,28	" "
1 ^a	"	"	9,9	±0,16	4,12	±0,2	5,78	±0,24	" "
2	"	30	11,01	±0,28	3,72	±0,12	7,29	±0,32	12 "
2 ^a	"	"	11,35	±0,8	4,12	±0,16	7,23	±0,40	8 "
6	60×10 / 80×15	60	4,62	±0,4	1,95	±0,12	2,67	±0,4	18 lectures (mont. fig. 7)
6 ^a	"	50	5,24	±0,16	2,00	±0,02	3,24	±0,16	9 "
6 ^b	"	45	5,76	±0,26	1,74	±0,16	4,02	±0,28	" "
4	"	45	5,04	" 0,2	1,63	±0,2	3,41	±0,28	14 "
4 ^a	"	45	5,28	" 0,16	1,77	±0,10	3,51	±0,16	" "
4 ^b	"	45	5,40	" 0,2	1,64	" 0,14	3,76	±0,24	" "
4 ^c	"	40	5,52	" 0,2	1,60	" 0,2	3,92	" 0,28	" "
6 ^b	"	40	5,64	" 0,22	1,88	" 0,18	3,76	" 0,28	" "
5	"	30	6,64	" 0,3	1,73	" 0,16	4,91	" 0,32	" "
5 ^a	"	30	6,76	" 0,3	1,60	" 0,16	5,16	" 0,32	" "
6 ^c	"	30	6,50	" 0,4	2,00	" 0,2	4,50	" 0,44	" "
4 ^a	"	30	6,40	" 0,14	1,72	" 0,16	4,68	" 0,10	" "
7	100×9,2 / 120×20	120	2,86	" 0,08	0,86	" 0,04	2,00	" 0,08	9 lectures
8	"	70	3,86	" 0,2	0,78 ⁴	" 0,14	3,08	" 0,24	18 "
8 ^a	"	50	4,70	" 0,3	0,56	" 0,14	4,14	" 0,32	6 "
8 ^b	"	30	5,24	" 0,34	0,65	" 0,14	4,59	" 0,36	12 "
9	80×15 / 110×20	60	3,42	" 0,12	0,91 ⁴	" 0,04	2,50	" 0,12	12 "
10	"	45	3,92	" 0,8	0,9	" 0,06	3,02	" 0,10	10 "
11	"	30	4,70	" 0,24	0,78	" 0,14	3,92	" 0,28	12 "

Interprétation des résultats.

1. Portons les produits $\Delta_{AB} \times d$ en fonction du rapport $\frac{d}{2a}$ en écartant les résultats trop discordants. Le diagramme de la fig. 12 ainsi obtenu montre que, dans la limite de précision de

l'essai, le produit $\Delta_{AB} \times d$ n'est pas constant, mais qu'il tend asymptotiquement vers une valeur constante au fur et à mesure

que $\frac{d}{2a}$ tend vers 1.

2. Si nous calculons les valeurs des $\Delta_{AB} \times d$ d'après la formule XX, p. 15, les valeurs ainsi trouvées (en admettant $m=3,33$ et $E=21500$) seront de beaucoup inférieures aux valeurs $\Delta_{AB} \times d$ relevées (*).

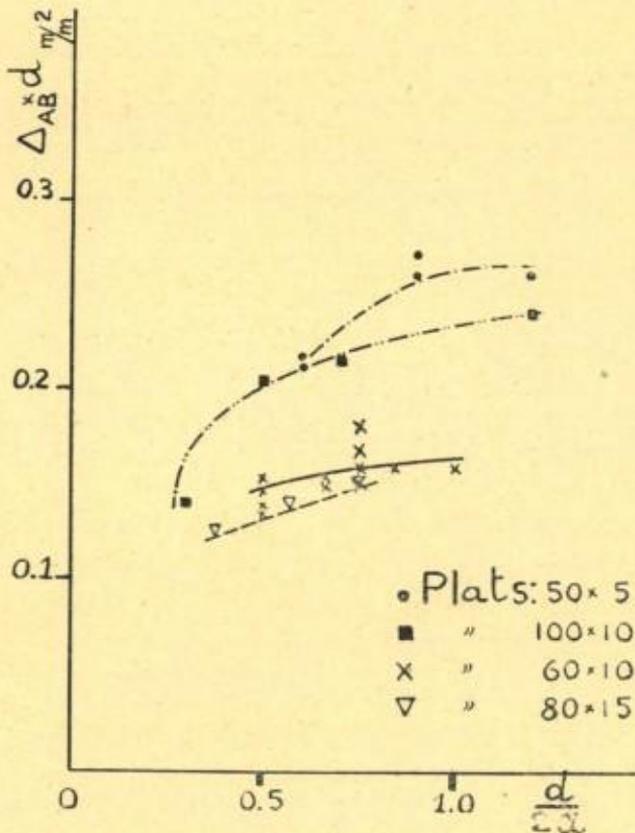


Fig. 12.

Toutefois, en portant sur la fig. 12 le double des produits $\Delta_{AB} \times d$ calculés d'après la formule XX, nous constatons que ces nouvelles valeurs se confondent assez bien avec les asymptotes

(*) Voir Note n° 4, troisième partie.

de diverses courbes relevées et ceci d'autant mieux que l'épaisseur et la largeur des plats sont plus petites (la précision est de l'ordre de 10 %).

2^{me} cas. — b) Plats soudés sur la partie inférieure de leur épaisseur.

Nous avons effectué également et dans les mêmes conditions quelques essais sur le type d'éprouvette représenté à la fig. 13 (*).

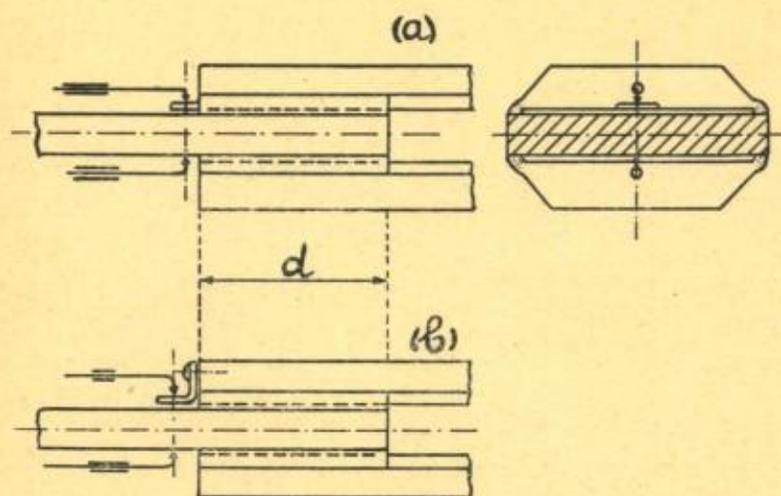


Fig. 13.

Dans la première série de mesures, montage (a), nous avons relevé, en ordre principal, la déformation de la partie inférieure du plat, directement intéressée par la soudure. Le montage (b) se rapportait par contre à la déformation de la partie supérieure du plat.

Les résultats de ces mesures sont consignés dans le tableau 7. Ce tableau montre :

- 1) que la partie inférieure du plat, intéressée directement par la soudure, se déforme plus que la partie supérieure;
- 2) que le déplacement relatif Δ_{AB} est, dans la limite de précision de l'essai, indépendant de la longueur du recouvrement « d ».

(*) Cette éprouvette est analogue à celle employée par M. VOGEL, voir Introduction, p. 6.

c) Influence du rapport $\frac{\text{résistance assemblage}}{\text{résistance plats}}$
sur les résultats de mesures.

Les résultats des mesures des deux cas ci-dessus sont susceptibles d'une généralisation intéressante, si l'on choisit dans la fig. 12 :

1) comme abscisse : le rapport des résistances $\frac{\text{assemblage}}{\text{plats}}$

2) comme ordonnée : le rapport :

$$\frac{(\Delta_{AB})_{\text{relevé}}}{2 \times (\Delta_{AB})_{\text{calculé}}}$$

On obtient ainsi le diagramme de la fig. 14

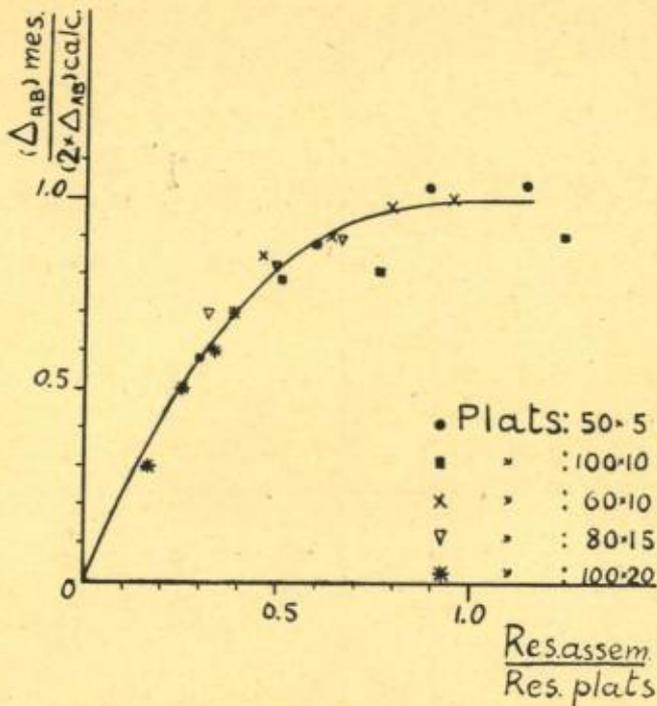


Fig. 14.

Dans ce diagramme, la résistance des assemblages a été déterminée expérimentalement, en poussant l'essai jusqu'à la rupture des cordons, tandis que la résistance des plats a été calculée en

partant du taux de travail d'extension = 38 kg/mm² pour les plats de commerce.

Le diagramme de la fig. 14 conduit à la conclusion suivante :

Le déplacement Δ_{AB} relevé se rapproche d'autant plus du double du déplacement Δ_{AB} calculé que la résistance de l'assemblage est plus voisine de celle des plats.

TABEAU 7.

Déplacement relatif des plats par rapport au goussset pour une charge de 1 t. dans le cas des assemblages de la fig. 11.

MONTAGE 1.

N°	Dimensions	d	$\Delta_{ac} \times 10^3$	Ee. moy.	$\Delta_{ac} \times 10^3$	Ee. moy.	$\Delta_{AB} \times 10^3$	Ee. moy.	Remarques
12	34,7 cm ² /22 cm ²	60	2,80	±0,28	0,9	±0,16	1,90	±0,16	10 lectures
"	"	50	2,70	"	0,9	"	1,80	"	8 "
"	"	30	2,88	"	0,8	"	2,08	"	"
13	"	70	2,90	"	0,96	"	1,94	"	"

MONTAGE 2.

13 ^a	"	50	1,50	±0,2	1,04	±0,16	0,46	±0,24	8 lectures
13 ^b	"	30	1,70	±0,2	0,7	"	1,00	"	"

Précision $\Delta_{AB} = 20\%$

Préc. $\Delta_{AB} = 50\%$

Conclusions générales du chapitre I.

Les essais préliminaires dont il a été question dans ce chapitre avaient pour but de vérifier l'approximation de la théorie simplifiée.

Nous avons constaté que d'une façon générale aucune conclusion de cette théorie n'a été rigoureusement vérifiée. Toutefois une approximation voisine de 10 % pouvait déjà être obtenue pour certaines d'entre elles, lorsque la résistance des cordons approchait de celle des pièces assemblées.

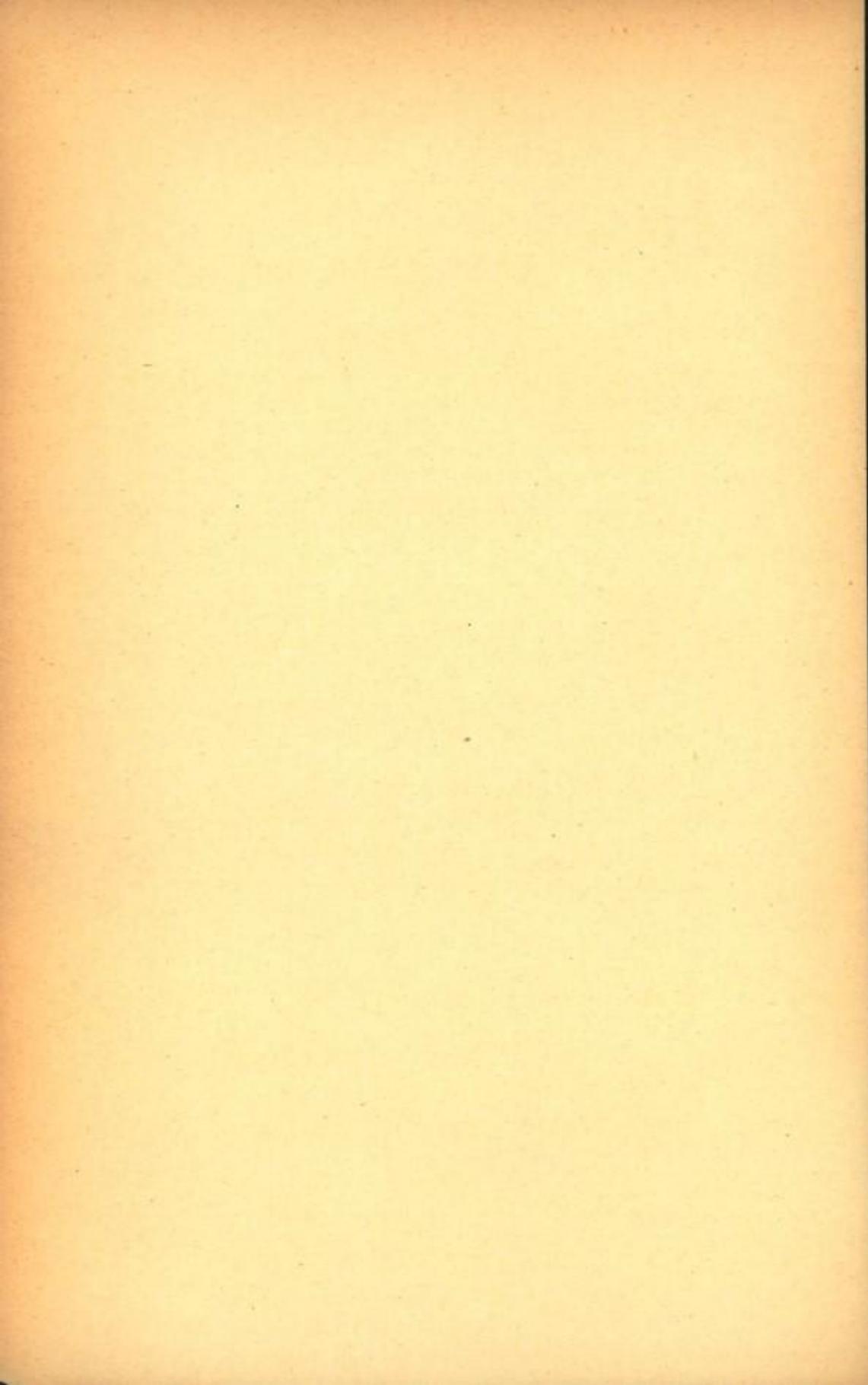
Nous avons trouvé que la dilatation δ_x restait constante le long de l'axe x pour *une certaine section longitudinale, qui paraissait être la section médiane du cordon*. Mais elle cessait d'être constante pour toute autre section longitudinale *dans le cordon*, plus ou moins rapprochée de l'une des pièces assemblées — ceci en contradiction avec les conclusions de la théorie simplifiée (§ 2, p. 14).

Comme ces conclusions reposent sur l'hypothèse qui admet l'indépendance des tensions de glissement de la variable x [$\tau = f(y, z)$], nous devons en conclure :

1) ou bien que cette hypothèse n'est pas la seule qui puisse interpréter les essais poussés jusqu'à la rupture;

2) ou bien que ces résultats ne sont possibles que lorsque les déformations ont cessé d'obéir à la loi de Hooke.

Les essais que nous avons effectués jusqu'à présent ne nous permettent pas de trancher cette question.



CHAPITRE II.

Deuxième série d'essais (août-octobre 1928).

DETERMINATION COMPLETE DES DEFORMATIONS D'UN ASSEMBLAGE SOUDE.

1. *Préliminaires.* — Les conclusions du chapitre précédent nous ont montré la nécessité de préciser certaines mesures difficiles à effectuer avec les appareils utilisés jusqu'à présent. Cette difficulté a pu être éliminée grâce à l'emploi des extensomètres Huggenberger, dont le faible encombrement et la petite distance de mesure convenaient bien pour le genre de mesures en question.

2. *But des mesures.* — Le but des mesures a été de trouver la loi de variation des tensions tangentielles dans l'assemblage suivant l'axe de la pièce. Nous avons limité nos mesures au contour extérieur, plus exactement, à la face extérieure des plats. Il est facile de voir que dans ces conditions nous avons affaire à un état plan de tensions. ($\sigma_z \equiv \tau_{yz} \equiv \tau_{xz} \equiv 0$).

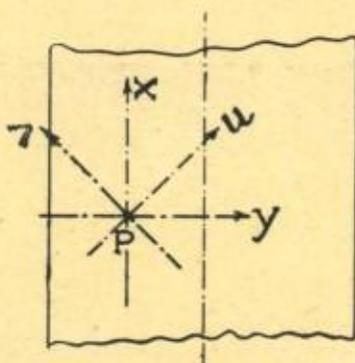


Fig. 15.

3. *Principe de mesure.* — Soit (fig. 15) le point P, situé sur la face extérieure des plats. Faisons passer par ce point deux systèmes d'axes orthogonaux, inclinés à 45° l'un par rapport à l'autre. On démontre que (*) :

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} = G [2\delta_v - (\delta_x + \delta_y)] \quad (1)$$

mais en vertu de l'égalité :

$$\delta_u + \delta_v = \delta_x + \delta_y = c' \quad (\text{condition d'invariance}) \quad (2)$$

(*) Voir par exemple l'article de A. MESNAGER, l. c.

on peut également écrire :

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} = G [(\delta_x + \delta_y) - 2\delta_u] \quad (3)$$

En ajoutant membre à membre (1) et (3) il vient :

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} = G (\delta_v - \delta_w) \quad (4)$$

La formule (4) présente sur les deux précédentes l'avantage de ne nécessiter que deux mesures δ_u et δ_v au lieu de trois, ce qui augmente la précision. Toutefois, nous ne connaissons pas le degré de son approximation résultant du fait que la distance de mesure n'est pas infiniment petite par rapport aux dimensions des plats. Cette indication sera fournie par la condition d'invariance (2), dans laquelle tous les termes sont accessibles à l'expérience. En résumé la connaissance des quatre dilatations en chaque point est nécessaire pour résoudre complètement le cas étudié.

1. Choix des appareils.

a) La mesure de l'effort : Machine d'Amsler de 100^g, sensibilité 25^g;

b) La mesure de la déformation (fig. 16).

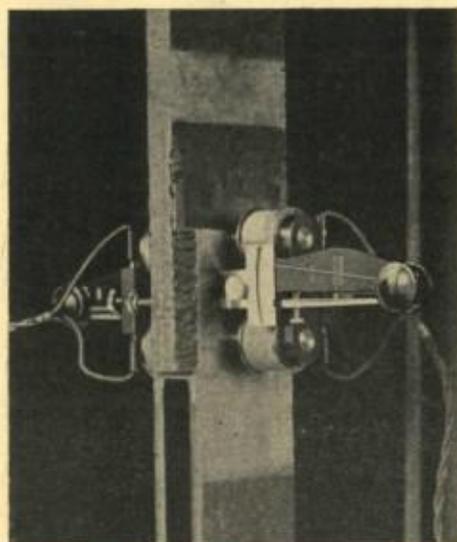


Fig. 16.

Nous avons utilisé deux appareils Huggenberger, modèle A, donnant un coefficient d'amplification voisin de 1200. La dis-

tance minimum de mesure a été de 20 m/m (*). En ce qui concerne la sensibilité et la précision de ces appareils nous avons trouvé ce qui suit :

α) le retour au zéro, qui était de l'ordre de 0,5 de la division de l'échelle et même davantage après la première montée, retombait après les deux ou trois montées suivantes en moyenne à 0,2 de la division. Nous avons adopté cette valeur pour la précision du retour au zéro;

β) l'écart moyen au cours d'une montée comportant en moyenne cinq lectures a été trouvé de l'ordre de 3,5 % pour des tensions réduites de l'ordre 15 kg/mm². Si nous posons $E = 21.000 \text{ kg/mm}^2$ et k (coefficient d'amplification de l'appareil) = 1.200, ceci correspond à un écart de $\pm 0,6$ de division pour 17,5 divisions de l'échelle. Remarquons, toutefois, que dans bien des cas cet écart a été plus élevé (de l'ordre de l'unité de l'échelle). Les écarts moyens à la descente ont été en règle générale plus élevés qu'à la montée; aussi, n'avons-nous pas fait de lectures à la descente.

γ) la reproductibilité des résultats d'une montée au cours du démontage et du remontage des appareils a été trouvée de l'ordre de $\pm 0,5$ de division (le retour au zéro étant 0,2 de la division). Cette erreur dépendait entre autres de la précision avec laquelle on pouvait repérer sur l'éprouvette l'endroit étudié.

En résumé, nous avons adopté pour nos mesures une erreur moyenne de $\pm 0,6$ de l'unité de l'échelle.

5. Le rapport d'amplification des deux appareils n'était pas exactement 1,0. Nous avons trouvé les valeurs suivantes se rapportant à la mesure de la même fibre, sollicitée à 15 kg/mm² environ.

TABLEAU.

k_1 et k_2 = coeff. d'amplification des appareils n° 1 et n° 2.

$$\frac{k_1}{k_2} = 1,02; 1,05; 1,06; 1,02; 1,005; 1,03,$$

soit en moyenne 1,03 ($\pm 1,5 \%$).

L'écart entre les indications des deux appareils est de l'ordre de 3 %, c'est-à-dire en dessous de l'erreur moyenne des mesures. Par conséquent, nous avons admis pour nos mesures les indications des deux appareils comme équivalentes.

(*) L'appareil permet de réduire à 10 mm, la distance de mesure; nous ne l'avons pas fait pour ne pas exagérer l'erreur probable.

5. *Choix de l'éprouvette* (*). — Les considérations ci-dessus montrent qu'il y a avantage à augmenter le plus possible les dimensions de l'éprouvette. Nous avons donc employé une des éprouvettes des essais précédents (fig. 4). L'éprouvette avait après le fini des surfaces les dimensions suivantes :
 S_p (section des plats) : 17,5 cm²; S_g (section du gousset) : 20 cm²;
 S_{as} (section de l'assemblage) : 39 cm².

En ce qui concerne les caractéristiques du métal des plats, nous avons recherché, entre les caractéristiques mécaniques, données à la page 24, les valeurs de E et de m (coefficient de Poisson). Les résultats de ces recherches sont donnés au tableau 8.

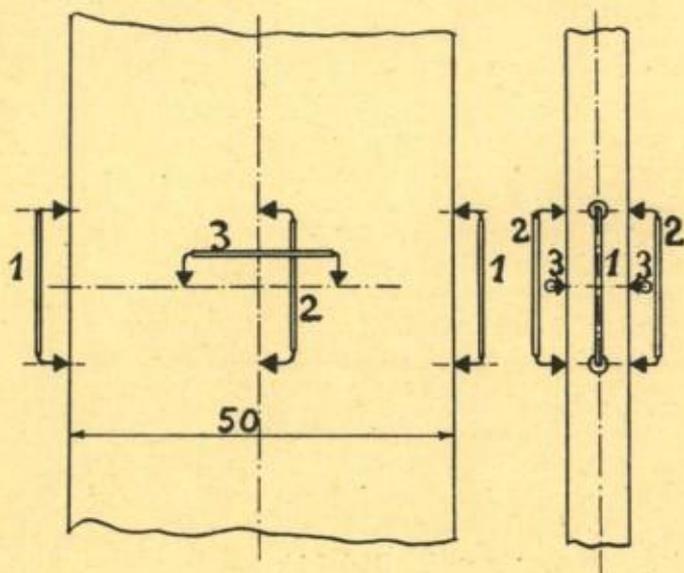


Fig. 17.

La valeur de E. — En nous servant de la valeur trouvée au tableau 8 nous aurons :

$$\sigma = E \cdot \frac{\Delta l}{l \cdot k}$$

(*) L'éprouvette n'a subi aucune préparation spéciale, sauf le rabotage des faces extérieures pour éliminer les traces des pointes de l'essai préliminaire. Il s'agit, répétons-le, d'un assemblage exécuté dans des conditions normales de la pratique d'atelier.

d'où :

$$E = \frac{\sigma.l.k}{\Delta l} = \frac{200}{11,2} k = 17,8.k$$

Avec $k = 1200$, cela fait $E = 21400 \text{ kg/mm}^2 (\pm 4,5 \%)$.

La valeur de m (coefficient de Poisson).

$$m = \frac{\hat{\delta}_x}{\hat{\delta}_y} = \frac{11,2}{2,74} = 4,08 (\pm 10 \%) (*)$$

TABLEAU 8 (fig. 17).

Premier essai : Machine d'Amsler 5 t., sensibilité 5 t. ($\pm 1,0\%$).
 Eprouvette, découpée dans un des plats de l'assemblage ;
 l longueur calibrée = 20 mm. Section $50 \times 7,4 = 370 \text{ mm}^2$.
 Position 1 des appareils suivant fig. 15 (sans longitudinal).

Déformations correspondant à 4 t.

	App. 1	App. 2	}	
	$\times k$	$\times k$		(k = amplification de l'appareil).
	11,7 ($\pm 6,7\%$)	13 ($\pm 9\%$)	}	Moy. pour $\sigma = 10 \text{ kg./mm}^2$: 11,2 k.
(App. retournés)	13,3 ($\pm 8\%$)	11 ($\pm \dots$)		
	Moy. 12,5	12		

Deuxième essai : Machine d'Amsler 20 t., sensibilité 10 t. ($\pm < 0,5\%$).
 Eprouvette ci-dessus. Position 2 des appareils, fig. 15. (sens longitudinal).
Déform. corresp. à 4,5 t.

	14,1 ($\pm 3,0\%$)	13,05 (3,5%)	}	
(App. ret.)	13,5 ($\pm 3,0\%$)	14,0 (3,5%)	}	Moy. pour $\sigma = 10 \text{ kg./mm}^2$: 11,2 k.
	13,8	13,5		

Troisième essai : Position 3 des appareils, fig. 15 (sens transversal).
Déform. corresp. à 3,0 t.

	2,2 ($\pm 10\%$)	2,36 ($\pm 10\%$)	}	
(App. ret.)	—	2,2 ($\pm 10\%$)	}	Moy. pour $\sigma = 10 \text{ kg./mm}^2$: 2,74 k.
	2,2	2,28		

6. *Exécution des essais.* — La disposition des axes x et y étant la même que dans les essais préliminaires (voir fig. 4), les mesures ont été effectuées pour trois valeurs de y : 0 ; 2,5 et 3,75 cm (**). Sur chacune des fibres, ainsi repérées, nous avons

(*) La valeur élevée de m doit être mise sur le compte de la qualité du métal (fer plat du commerce).

(**) Cette dernière valeur a été choisie à la place de $y = 4,5$, parce que l'écartement entre les pointes de l'extensomètre ne permettait pas d'approcher davantage des bords soudés des plats.

pris six points, désignés par les valeurs suivantes de x : 1,5 ; 3,5 ; 6,5 ; 9,5 ; 11,5 ; 13,5 et 15,5 (les deux dernières se trouvant déjà en dehors de la partie assemblée des plats). Au total donc $3 \times 6 = 18$ points.

Sauf indication contraire, les extensomètres ont été placés de façon que les points ci-dessus occupent le milieu de la distance de mesure.

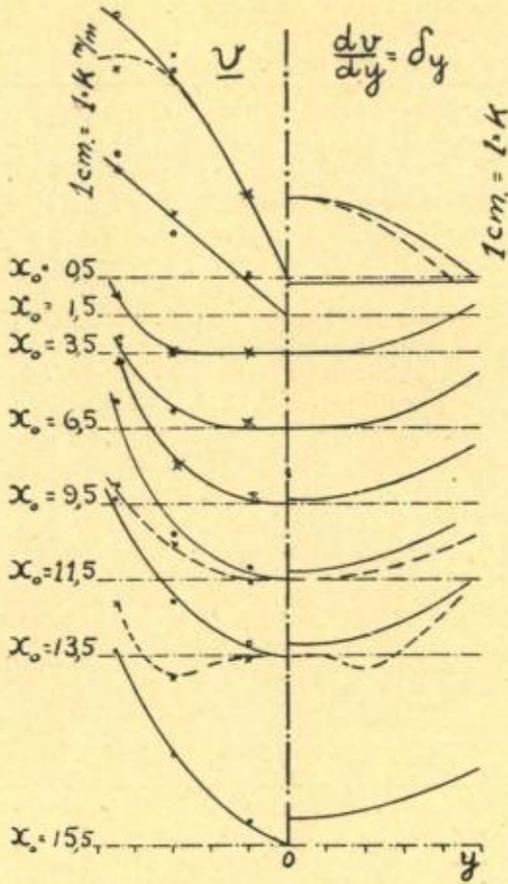


Fig. 18.

2. Dans le but de compenser l'influence des effets secondaires, révélés par les essais préliminaires, les mesures ont été effectuées sur les deux faces opposées de l'éprouvette et les appareils disposés symétriquement par rapport à l'axe x (fig. 16).

3. Les dilatations δ_x , δ_u et δ_v ont été calculées en partant d'une distance de mesure minimum = 20 m/m, et en divisant par cette distance la valeur de la déformation correspondante.

Pour les dilatations δ_u , en général très faibles vis-à-vis des autres dilatations, nous avons été obligés de procéder de la façon suivante :

Pour chaque valeur de x nous avons relevé trois déformations v (suivant l'axe y) la première, $v_{-4,5}^{4,5} = 2v_{-4,5}^{4,5}$, entre $y = -4,5$ et $y = +4,5$, la deuxième, $v_{1,0}^{3,0}$ entre $y = 1,0$ et $y = 3,0$ et la troisième $v_{-1,0}^{1,0} = 2v_{-1,0}^{1,0}$ entre $y = 1,0$ et $y = +1,0$.

Les valeurs de $v_{-1,0}^{1,0}$, $v_{0,3,0}^{3,0} = v_{-1,0}^{1,0} + v_{1,0}^{3,0}$ et $v_{-4,5}^{4,5}$ ont été portées en graphique en fonction de y , et les valeurs de $\delta_u = \frac{\partial v}{\partial y}$ calculées graphiquement. (Voir le côté gauche et le côté droit de la fig. 18.)

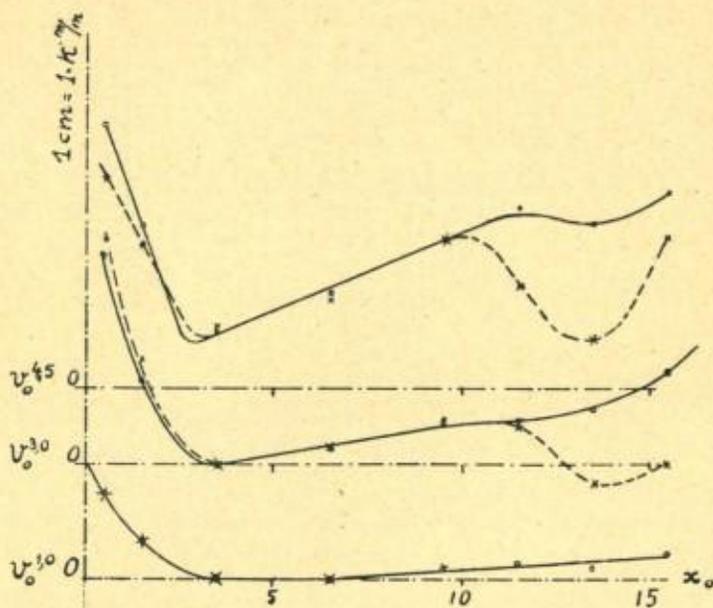


Fig. 19.

La même charge maximum = 25^t (soit 15 kg/mm² dans le plat, en dehors de la partie assemblée) a été adoptée pour toutes les mesures.

TABLEAU 9.

Récapitulation des dilatations.

CÔTÉ A.

Toutes les dilatations sont multipliées par κ .

Tension dans les plats : 10 kg/mm² (17¹,5).

y	x_0	δ_x	δ_y	δ_M	δ_V	$\delta_x + \delta_y$	$\delta_M + \delta_V$	Ecart.	$\gamma_{xy} = \delta_V - \delta_M$
3.75	0,5		-1,0						
	1,5	0,77 ^b	-0,85	-1,2	—	-0,07 ^b			2,32
	3,5	2,02	-0,7	-0,9	2,77	1,32	1,87	0,55	3,67
	6,5	3,0	-1,0	-0,45	2,80	2,0	2,35	-0,35	3,25
	9,5	4,7 ^b	-1,2	0,16	3,93	3,55	3,77	0,22	4,09
	11,5	6,8 ^b	-1,35	1,84	3,92	5,50	5,70	-0,26	2,08
	13,5	6,55	-1,5	2,17	3,42	5,05	5,59	-0,54	1,25
	15,5	6,40	-1,5			4,90			
2	0,5		-1,75						
	1,5	0,61	-0,85	-0,85	-	-0,24 ^o			+1,41
	3,5	1,36	0	-0,4	1,85	1,36	1,45	-0,09	2,2
	6,5	2,62	0,2	0,27	2,67	2,42	2,94	-0,52	2,4
	9,5	3,80	-0,4	1,0	2,5	3,4	3,5	-0,10	1,5
	11,5	5,35	-0,5	2,1	2,92	4,85	5,02	-0,17	0,82
	13,5 ^o	5,60	-0,7	1,8	2,85	4,90	4,65	+0,25	1,05
	15,5	6,10	-1,0			5,10			
0	0,5		-2,1						
	1,5	0,52 ^b	-0,85	0,36	-0,63	-0,32	-0,99	+0,67	-0,37
	3,5	0,82	0	0,43	0,3	0,82	0,73	+0,09	-0,13
	6,5	2,50	0	1,18	0,92	2,50	2,10	+0,40	-0,26
	9,5	4,05	-0,2	2,02	1,92	3,85	3,94	-0,09	-0,10
	11,5	4,55	-0,3	2,16	2,4	4,25	4,56	-0,31	+0,24
	13,5	5,4	-0,7	2,62	2,35	4,7	4,97	-0,27	+0,27
	15,5	5,67	-0,8			4,87			

7. *Résultats d'essais.* — Les tableaux 9 et 10 et les diagrammes 18 et 19 groupent les résultats d'essais relatifs à chaque côté de l'éprouvette. Pour faciliter la comparaison avec d'autres essais tous ces résultats ont été rapportés à une charge de 17¹,50 (soit 10 kg/mm² dans les plats en dehors de l'assemblage).

En partant de la précision $\pm 0,6$ d'unité, pour une charge de 25¹, et pour une distance de mesure = à 2,0 cm, nous trouvons la précision des dilatations pour 17¹,5 égale à $\pm 0,2$ de l'échelle.

(*) Les mesures ont été refaites avec l'appareil n° 2, et montrent une différence de 6 % à l'avantage de l'appareil 2.

TABLEAU 10.

Récapitulation des dilatations.

CÔTÉ B.

Toutes les dilatations sont multipliées par κ .

Tension dans les plats : 10 kg/mm² (17¹,5).

y	x_0	δ_x	δ_y	δ_u	δ_v	$\delta_x + \delta_y$	$\delta_u + \delta_v$	Ecart.	$\gamma_{xy} = \delta_v - \delta_u$
3,75	0,5		0,5						
	1,5	0,66	-0,85	-1,13	—	-0,19			2,07
	3,5	1,84	-0,7	-1,1	2,67	1,14	1,57	-0,43	3,77
	6,5	2,75	-0,9	-0,3	(1 2,80	1,85	2,50	-0,65	3,10
	9,5	4,07	-1,2	0	3,27	2,87	3,27	-0,4	3,27
	11,5	4,9	-0,8	1,39	3,27	4,1	4,66	-0,56	1,88
	13,5	5,0 ¹	-1,0	1,39	2,70	4,0 ⁵	4,09	0,04	1,31
	15,5	5,4							
2	0,5		-1,6						
	1,5	0,42	-0,85	-0,72	+0,35	-0,43	-0,37	-0,06	1,07
	3,5	1,32	0	-0,22	1,41	1,32	1,19	+0,13	1,63
	6,5	2,37	-0,3	0	2,18	2,07	2,18	-0,11	2,18
	9,5	3,90	-0,5	1,15	2,43	3,40	3,58	-0,18	1,28
	11,5	4,6 ⁵	-0,25	2,23	2,5	4,4	4,73	-0,33	0,27
	13,5	4,25	+0,25	1,81	2,5	4,50	4,31	+0,21	0,68
	15,5	5,0	—						
0	0,5		-2,0						
	1,5	0,42	-0,85	-0,31	-0,4	0,4	-0,71	+0,31	-0,09
	3,5	0,87	0	0,48	0	0,87	0,48	+0,39	-0,048
	6,5	2,27	0	1,0	0,91	2,27	1,91	+0,36	-0,09
	9,5	3,5	-0,2	1,79	1,66	3,3	3,45	-0,15	+0,13
	11,5	3,62	0	2,14	2,10	3,62	4,24	-0,62	+0,04
	13,5	4,0	0	2,12	2,27	4,0	4,39	-0,39	-0,15
	15,5	5,0	—						

8. *Remarques sur les résultats obtenus.* — a) Les trois diagrammes de la fig. 19, relatifs aux déformations des plats suivant l'axe y (contractions transversales), présentent, bien qu'à un degré différent, la même allure. On constate pour tous les trois une augmentation de la contraction à l'approche de l'extrémité non chargée du plat ($x_0 = 0$). Cette augmentation est due, comme il est aisé de comprendre, à l'influence du gousset qui en cet endroit se contracte plus que les plats. (Voir également note 4, III^{me} partie.)

b) Influence des effets secondaires. — La comparaison des tableaux 9 et 10 relatifs aux côtés A et B de l'éprouvette montre que les valeurs δ_x , δ_y et γ_{xy} sont en général plus grandes pour le côté A que pour le côté B. La différence s'accroît au fur et à mesure que x et y augmentent; elle devient maximum pour

$x_0 = 11,5$ et $y = 3,75$ c'est-à-dire pour les endroits les plus influencés par la variation des sections entre les plats et l'assemblage. C'est, en effet, en ces endroits que les pièces à assembler subissent au maximum l'effet thermique de l'arc (*).

c) Le degré d'approximation des résultats. — Les tableaux 9 et 10 renferment également les valeurs des sommes $\delta_x + \delta_y$ et $\delta_x + \delta_z$, ainsi que celles de leurs différences. Si l'on tient compte de l'écart probable de chacune de ces sommes ($0,2\sqrt{2} \approx \pm 0,3$), nous constatons que sur 33 mesures effectuées, 17 donnent des différences entre $\delta_x + \delta_y$ et $\delta_x + \delta_z$ en dessous de cet écart, 13 donnent des différences entre $\delta_x + \delta_y$ et $\delta_x + \delta_z$ en dessous du double de cet écart et 3 seulement soit $< 10\%$ se trouvent en dehors de l'erreur maximum probable.

Nous devons donc conclure que l'approximation résultant de

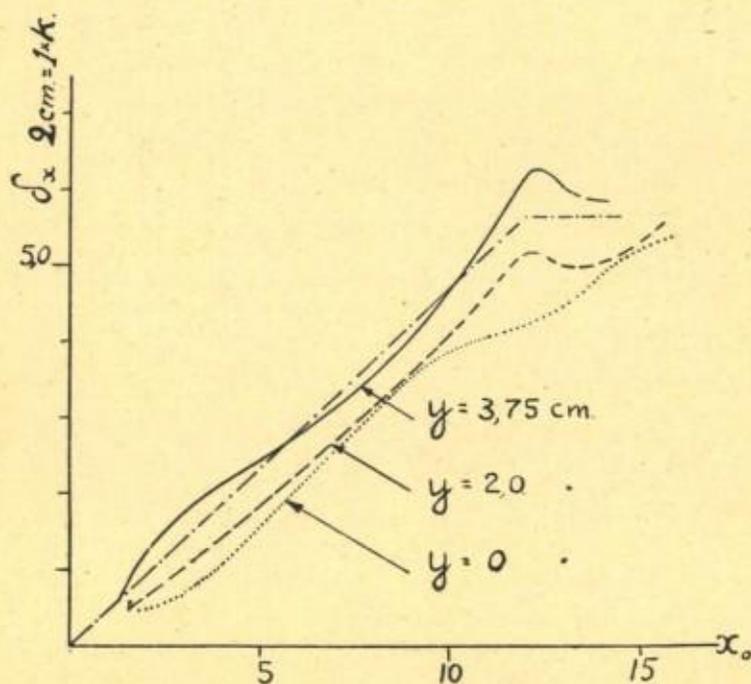


Fig. 20.

(*) Remarquons, toutefois, que l'effet thermique de l'arc produit rarement une déformation aussi élevée. Nous devons l'attribuer ici à deux causes : à l'épaisseur relativement faible des plats et à la longueur démesurée du recouvrement. En pratique on se serait, en effet, contenté de 10 cm.

la valeur finie de la distance de mesure est compatible avec la précision des essais. On arrive à la même conclusion en inspectant les valeurs de γ_{xy} pour $y=0$: ces valeurs pour des raisons de symétrie doivent être nulles.

9. Discussion des résultats :

A. LES DILATATIONS. — En prenant les moyennes des mesures relatives aux deux faces de l'éprouvette, nous pouvons tracer les courbes des dilatations en fonction de x , comme indiqué dans les fig. 20, 22 et 23. Ces courbes permettent de tirer les conclusions suivantes au sujet de chacune des dilatations δ_x , δ_y et γ_{xy} .

a) δ_x . Malgré la longueur du recouvrement assez importante ($1,2 \times$ largeur), la dilatation δ_x n'est pas constante dans toute la largeur des plats; au contraire elle augmente, en partant du milieu vers les bords (soudés) tout comme dans les assemblages plus courts (§ 2, p. 39). De même, l'allure générale de la courbe $\delta_x = f(x)$ n'est pas linéaire.

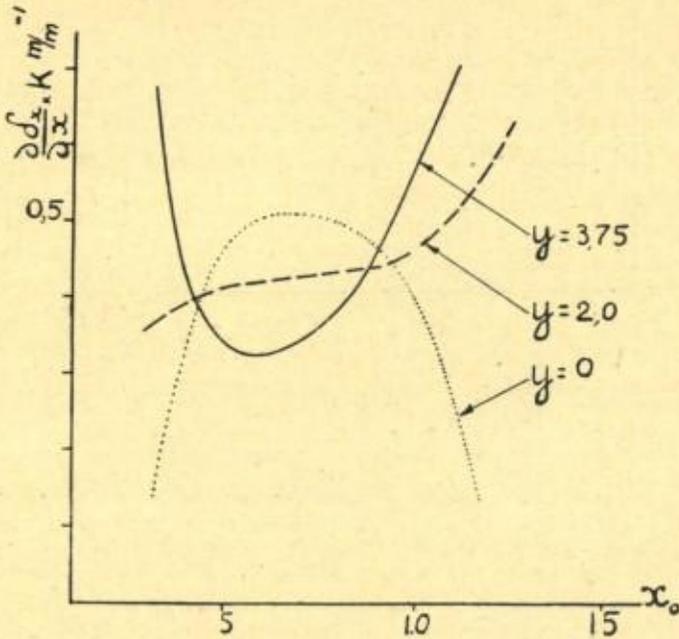


Fig. 21.

Il y a, toutefois, lieu de distinguer entre la *partie médiane* du diagramme ($8,5 > x_0 > 3,5$), où cette courbe se rapproche plus



ou moins de la ligne droite, et les extrémités ($3,5 > x_c > 8,5$), où elle s'en écarte franchement dans deux sens opposés pour $y=0$ et pour $y=3,75$ (*).

En traçant le diagramme des $\frac{\partial \delta_x}{\partial x}$, au lieu des δ_x , nous constatons (fig. 21) que la partie médiane correspond aux valeurs pour lesquelles $\left(\frac{\partial \delta_x}{\partial x}\right)_{y=0}$ est supérieur à $\left(\frac{\partial \delta_x}{\partial x}\right)_{y=3,75}$. C'est le contraire pour les extrémités; ici $\left(\frac{\partial \delta_x}{\partial x}\right)_{y=0}$ tend vers 0,

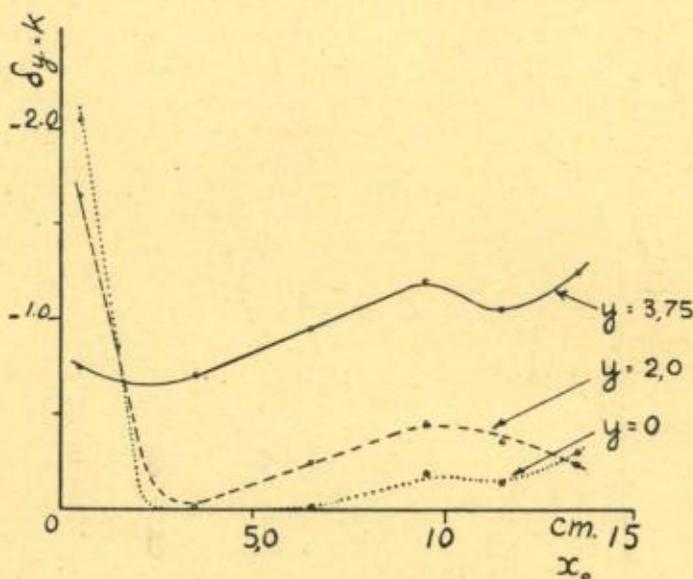


Fig. 22.

(*) Il y aurait lieu également d'étudier la variation des dilatations et des tensions dans les plats, en dehors de l'assemblage, et, notamment, dans la partie influencée par ce dernier. La longueur limitée de l'éprouvette n'a pas permis de faire cela. Toutefois, quelques mesures, faites dans les plats au voisinage immédiat de l'assemblage, montrent que les tensions tendent rapidement vers un état linéaire. La disparition complète de l'influence de « l'assemblage » sur l'état des tensions dans les plats n'arrive que pour une distance égale à la largeur des plats, ainsi que le prouvent les mesures ultérieures (voir p. 94). Ceci d'accord avec le principe, dit de Barré de Saint-Venant, sur l'influence des conditions aux limites. (Voir par exemple A. FÖPPL et L. FÖPPL, *Zwang à Drang*, II, p. 181, 1920, Munich.)

alors que $\left(\frac{\partial \delta_x}{\partial x}\right)_{y=3,75}$ tend vers l'infini. La fibre $y=2,5$ semble occuper une position intermédiaire : en effet, $\left(\frac{\partial \delta_x}{\partial x}\right)_{y=2,5}$, pratiquement constante dans la partie médiane, semble suivre les variations de $\left(\frac{\partial \delta_x}{\partial x}\right)_{y=0}$ pour l'une des extrémités ($x < 3,5$) et celles de $\left(\frac{\partial \delta_x}{\partial x}\right)_{y=3,5}$ pour l'autre ($x > 8,5$).

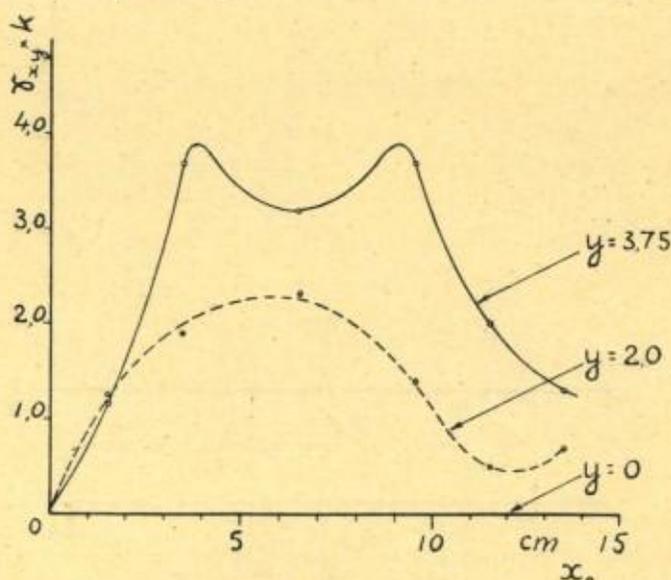


Fig. 23.

b) δ_y . Dans la partie médiane la loi de variation en $f(x)$ est analogue à celle de δ_x .

c) γ_{xy} . Les courbes $\gamma_{xy} = f(x)$ semblent suivre la loi parabolique, avec un maximum bien marqué au milieu, pour $y=2,5$. Pour $y=3,75$ ce maximum semble s'étendre sur toute la partie médiane. Remarquons, toutefois, un minimum relatif au milieu de la longueur. Bien qu'assez faible (environ 10 %), il ne peut être imputé aux erreurs de mesure.

B. LES TENSIONS. — En partant des dilatations, données dans les fig. 20, 22 et 23 et des valeurs de E et m , trouvées à la

page 45, nous pouvons calculer (tableau n° 11) les tensions σ_x , σ_y et τ_{xy} à l'aide des formules suivantes, valables pour l'état plan des tensions :

$$\sigma_x = \frac{m \cdot E}{m+1} \left(\delta_x + \frac{\delta_x + \delta_y}{m-1} \right) = 1,43 [\delta_x k + (\delta_x k + \delta_y k) 0,332] (\pm 0,4 \text{ kg/mm}^2)$$

$$\sigma_y = \frac{m \cdot E}{m+1} \left(\delta_y + \frac{\delta_x + \delta_y}{m-1} \right) = 1,43 [\delta_y k + (\delta_x k + \delta_y k) 0,332] (\quad " \quad)$$

$$\tau_{xy} = \frac{m \cdot E}{2(m+1)\gamma_{xy}} = 0,715 \gamma_{xy} k \quad (\pm 0,2 \quad)$$

où k = coefficient d'amplification des appareils.

Les diagrammes ainsi obtenus (fig. 24, 25 et 26) rappellent dans leurs grandes lignes ceux des dilatations. Ici, également, on peut établir la distinction entre la partie médiane et les parties extrêmes des diagrammes.

TABLEAU 11.

Récapitulation des tensions.

y	x ₀	CÔTÉ A			CÔTÉ B		
		σ_x	σ_y	τ_{xy}	σ_x	σ_y	τ_{xy}
3,75	1,5	0,86	-1,3	1,48	1,07	-1,24	1,66
	3,5	3,18	-0,46	2,70	3,5	-0,37	2,62
	6,5	4,8	-0,40	2,22	5,2	-0,49	2,32
	9,5	7,17	-0,35	2,34	7,03	-0,03	2,92
	11,5	8,95	0,80	1,34	12,4	0,67	1,49
	13,5	9,15	0,50	0,94	11,7	0,24	0,90
	15,5				11,45	0,17	
2,0	1,5	0,86	-1,0		0,76	-1,33	1,01
	3,5	2,52	0,63	1,17	2,59	0,64	1,57
	6,5	4,38	0,56	1,56	4,90	0,86	1,72
	9,5	7,20	0,9	0,91	7,05	1,04	1,07
	11,5	8,75	1,73	0,19	9,95	1,59	0,59
	13,5	8,20	2,49	0,48	10,30	1,31	0,75
	15,5				11,10	0,99	
0	1,5	0,8	-1,07	0	0,6	-1,35	-0,25
	3,5	1,65	0,41	-0,34	1,56	0,38	0,09
	6,5	4,33	1,08	0	4,75	1,18	-0,18
	9,5	6,57	1,28	0,09	7,60	1,55	-0,07
	11,5	6,90	1,71	0	8,50	1,59	+0,17
	13,5	7,60	1,90	-0,10	9,95	1,23	+0,19
	15,5				10,40	1,16	

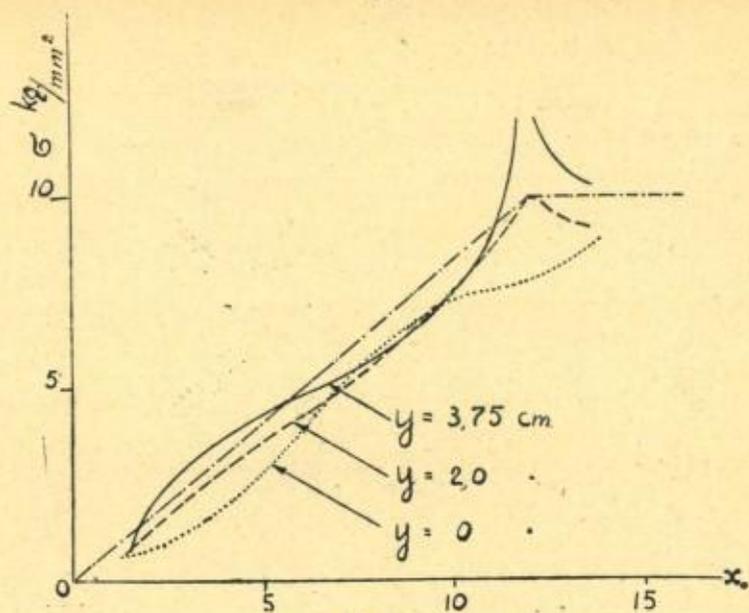


Fig. 24

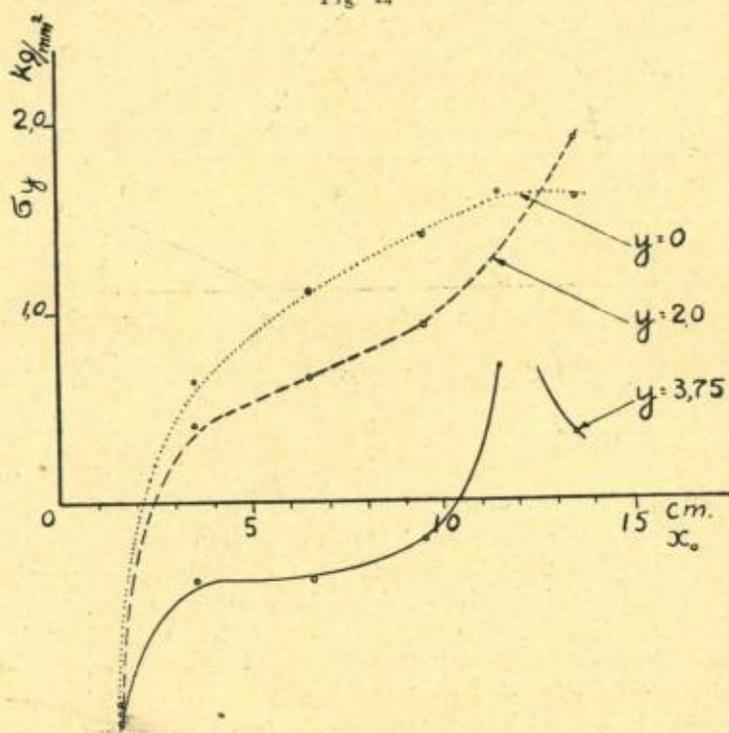


Fig. 25.

De plus, on remarque :

- 1) que les tensions σ_y varient en sens inverse des σ_x , les valeurs étant maxima pour $y=0$;
- 2) que les tensions σ_x relevées à la surface extérieure des plats sont *en général* inférieures aux tensions calculées (voir VI, p. 14);
- 3) et que les tensions τ_{xy} relevées à la surface extérieure des plats sont *partout* inférieures aux tensions calculées (voir XIV, p. 15).

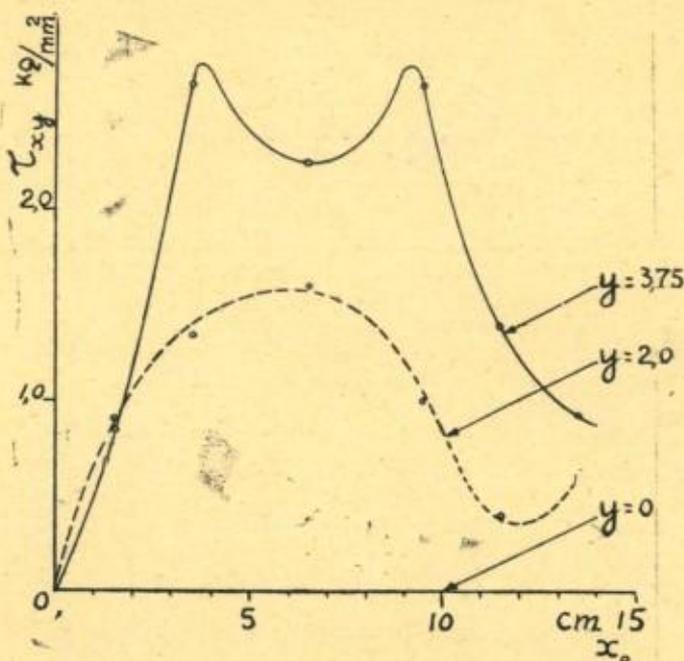


Fig. 26.

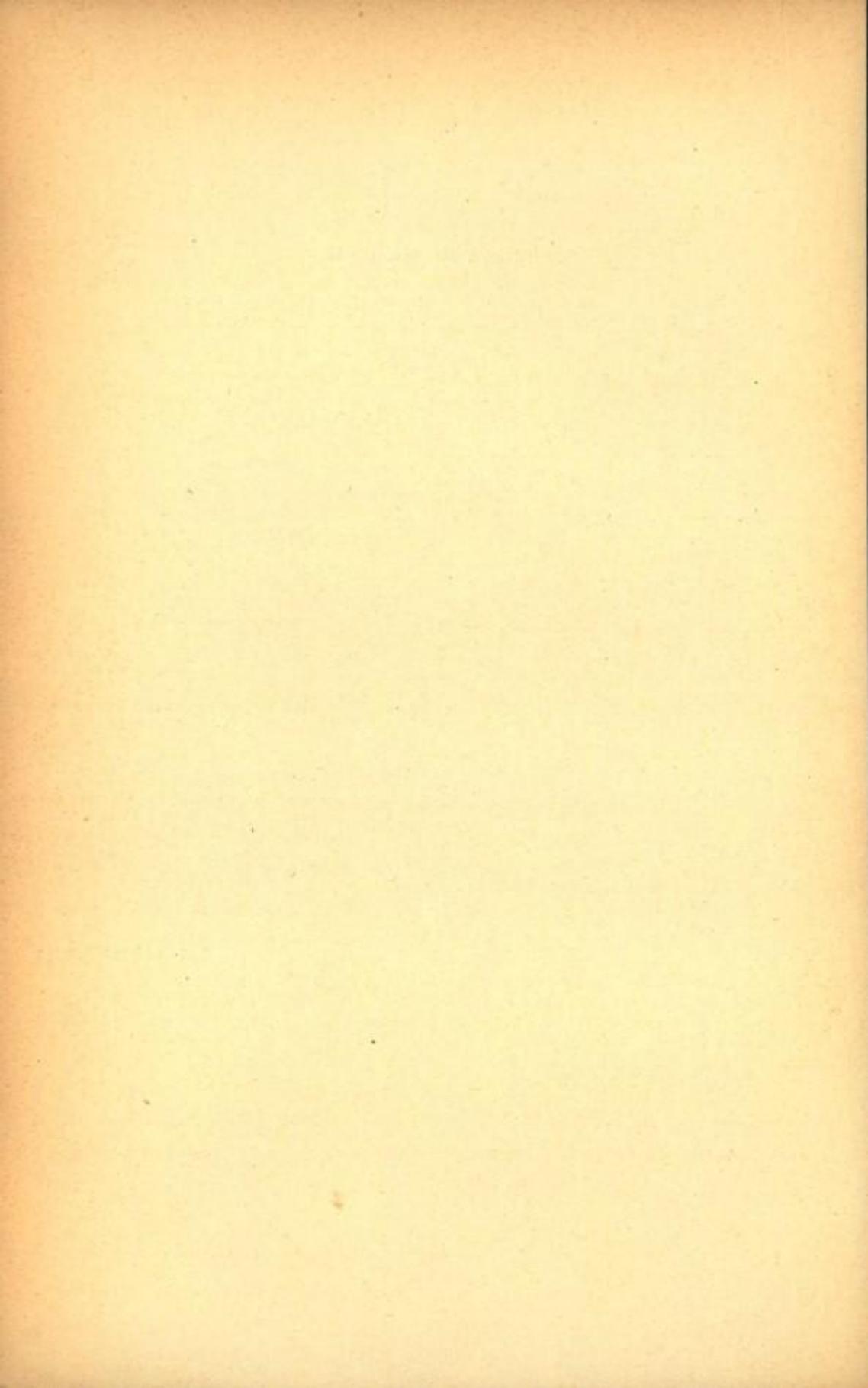
Si nous admettons que ces dernières représentent des valeurs moyennes dans les sections correspondantes, il en résulte que les tensions doivent augmenter en partant de la périphérie vers la profondeur de l'assemblage. Comme elles augmentent également vers les bords soudés, il faudrait conclure à l'existence de sur-tensions vers le fond des cordons de soudure.

Cette conclusion concorde très bien avec les déductions de la théorie simplifiée et avec l'observation directe de la rupture des cordons; mais elle implique également la variation de la tension tangentielle en fonction de la longueur du recouvrement, tout au

moins en ce qui concerne les plats, ce qui semble être en contradiction avec les résultats d'essais poussés jusqu'à la rupture.

Conclusions du chapitre II.

Le but des essais ayant été de rechercher la loi de variation de la tension tangentielle τ_{xy} en fonction de x , nous avons trouvé que cette tension n'était pas constante le long de l'axe x . Il en résulte que l'hypothèse fondamentale de la théorie simplifiée, selon laquelle τ_{xy} et τ_{xz} seraient indépendantes de x doit être abandonnée, tout au moins en ce qui concerne l'état des tensions dans les plats.



DEUXIEME PARTIE.

ETUDE THEORIQUE

PRELIMINAIRES.

1. Comparons les résultats d'essais des chapitres précédents avec les conclusions de la théorie simplifiée. Nous voyons que ces dernières peuvent, sous certains rapports, être considérées comme des expressions limites des valeurs expérimentales, lorsque la longueur du recouvrement augmente indéfiniment. C'est notamment le cas des essais du § 2, chap. I, 1^{re} partie, p. . . .
Sous d'autres rapports et, en particulier, en ce qui concerne la variation de la tension tangentielle dans les plats, le rapprochement entre la théorie et l'expérience n'est pas aussi aisé. De plus, la théorie simplifiée présente une grave lacune au point de vue de la continuité de la déformation.

Elle admet, en effet, que δ , change brusquement de valeur, en passant du plat au cordon. Or, sauf cas spéciaux (*), cette hypothèse est inadmissible.

Dans les lignes qui suivent nous allons essayer d'établir une théorie plus conforme à la réalité, en renonçant à l'hypothèse fondamentale de la théorie simplifiée qui pose l'indépendance de la tension tangentielle vis-à-vis de la variable x .

2. *Subdivision en état des tensions induites et état des tensions de profil.*

Reportons-nous à la fig. 21 de la page 51 qui donne, pour différentes valeurs de y , les valeurs de $\frac{\partial \delta_x}{\partial x}$ en fonction de x_0 .

(*) VITO VOLTERRA : SUR l'équilibre des corps élastiques, *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure*, 1907, Paris.

Représentons chaque valeur de $\frac{\partial \delta_x}{\partial x}$, ainsi relevée, comme la somme des deux termes suivants :

1) $\frac{\partial \delta_x}{\partial x} = f_1(z, y, a)$, où a , variant avec y et z , correspond à l'abscisse, pour laquelle $\frac{\partial^2 \delta_x}{\partial x^2} = 0$

et 2) $f_2(z, y, x) = \frac{\partial \delta_x}{\partial x} - f_1(z, y, a)$, variable avec x et s'annulant pour $x = a$. Il résulte de l'aspect des courbes $\frac{\partial \delta_x}{\partial x}$ que la fonction $f_2(z, y, x)$ croit rapidement lorsque x s'écarte de a .

Le premier terme de $\frac{\partial \delta_x}{\partial x}$ caractérise un état particulier des tensions, pour lequel $\frac{\partial^2 \delta_x}{\partial x^2} = 0$, quel que soit x . Nous l'appellerons *l'état des tensions induites*, tandis que le deuxième terme de $\frac{\partial \delta_x}{\partial x}$ se rapportera à un état des tensions plus général que nous appellerons *l'état des tensions de profil* (*).

La superposition des états 1) et 2) correspondra à l'état réel des tensions dans l'assemblage (**).

(*) La justification de ces dénominations, empruntées à l'aérodynamique, sera donnée plus loin.

(**) Il résulte des considérations développées plus haut que l'état 1) correspondra à l'état réel des tensions de l'assemblage infiniment long, c'est-à-dire d'un assemblage dans lequel la partie médiane des diagrammes $\frac{\partial \delta_x}{\partial x}$ peut, avec une précision voulue, être assimilée à une droite sur une longueur de recouvrement suffisamment grande.

CHAPITRE I.

Etat des tensions induites.

§ 1. Soit l'assemblage infiniment long (*) orienté par rapport au trièdre trirectangle comme indiqué à la fig. 13 de l'Introduction (p. 12).

D'après la définition de la page précédente, l'état des tensions induites est caractérisé par la condition suivante :

$$\frac{\partial \delta_x}{\partial x} = f(y, z)$$

ou encore :

$$\frac{\partial^2 \delta_x}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

Pour rester dans les limites de faibles déformations, il faut également admettre :

$$\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} = 0 \quad (1') (**)$$

Nous pouvons, tout comme dans la théorie simplifiée, examiner séparément trois états de tensions : 1) σ_x (ou plus exactement la dilatations δ_x); 2) σ_y , σ_z et τ_{yz} et 3) τ_{xy} et τ_{xz} .

A l'encontre de la théorie simplifiée, ces trois états de tensions ne sont pas indépendants l'un de l'autre.

§ 2. Etude de δ_x . Etude générale.

On peut prouver que l'étude de δ_x se ramène à la solution de l'équation aux dérivées partielles, du type elliptique, soit :

$$\frac{\partial^2 \delta_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \delta_x}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

ayant comme condition aux contours (s'entend contour extérieur et les deux contours intérieurs EF et HK, fig. 1) : l'absence de tensions, ceci revient à poser :

$$\frac{\partial \delta_x}{\partial n} = 0 \quad (3)$$

où n est la demi-normale extérieure au contour.

(*) Au sens donné à la fin de la page précédente.

(**) Voir Note 5, 3^{me} partie.

On peut prouver (*) que, si l'on se tient uniquement à la condition (3), le seul état de tensions, déterminé par (2) et compatible avec les conditions générales d'équilibre statique, est la traction simple.

Pour obtenir un état de tensions, défini par la condition (1), mais différent de la traction simple, il faut une condition supplémentaire.

Pour cela reportons-nous à l'expérience.

Nous avons vu, § 3, chap. 1, 1^{re} partie, que les plats se déplaçaient par rapport au gousset. Il en sera de même des deux points tels qu O et O' (fig. 1) faisant respectivement partie du plat et du gousset et situés tous les deux sur le contour intérieur (EF).

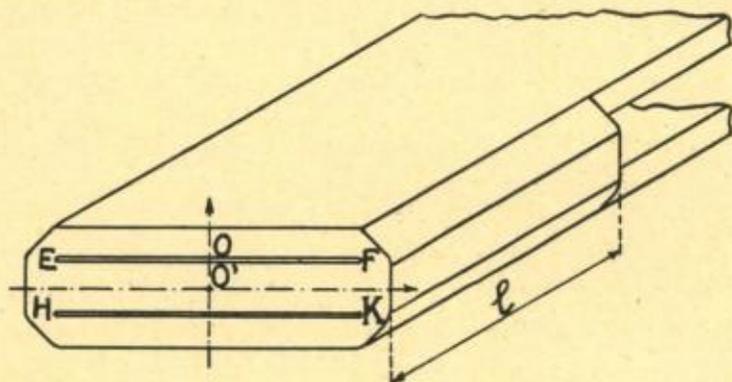


Fig. 1.

Comme les contours intérieurs EF et HK peuvent être assimilés à des simples lignes (droites), tout se passe comme si la dilatation δ_x subissait une variation brusque en traversant ces lignes.

En d'autres mots, les lignes EF et HK sont des lignes de discontinuité de la dilatation δ_x .

Le problème que nous envisageons maintenant consiste donc à trouver la fonction satisfaisant aux équations (2) et (3) subissant en plus des discontinuités suivant les lignes EF et HK.

Sous cette forme le problème se rapproche beaucoup plus de la réalité. Il conduit effectivement à un état de tensions différent de la traction simple.

(*) Voir Note 6, 3^{me} partie.

Il présente ceci d'intéressant que sa solution peut être inspirée par certaines analogies aérodynamiques, ainsi que nous le montrerons tout à l'heure.

Analogies aérodynamiques.

1. Mouvement d'une planche.

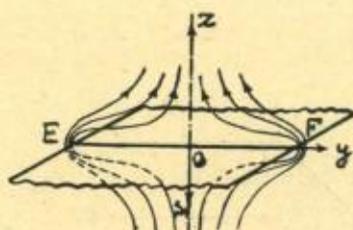


Fig. 2.

Faisons tomber (fig. 2) dans l'air calme une planche de largeur $2a$, infiniment longue, avec une vitesse constante v_1 . Examinons le mouvement d'air, entraîné par la chute de la planche, dans le plan y, z .

Nous obtenons l'image de la fig. 3.

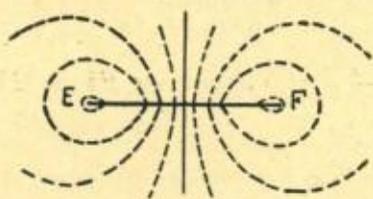


Fig. 3.

On peut prouver (*) que l'écoulement d'air correspondant à cette image est potentiel, que la fonction potentielle satisfait à l'équation différentielle (2) et qu'elle subit une discontinuité suivant la ligne EF .

Il est clair que l'image de la fig. 3 se rapporte non seulement à l'écoulement d'air, mais à tout champ vectoriel, dont la fonction potentielle satisfait aux conditions ci-dessus. Il en sera de

(*) HOFF et FUCHS : *Aérodynamik*, Berlin 1922, p. 100.

même de l'image de la fig. 4, obtenue par la superposition des deux images de la fig. 3, disposées symétriquement par rapport à l'axe y et limitées par un contour extérieur semblable à celui de l'assemblage étudié. Ce contour devenant une ligne de courant, la fonction potentielle du champ vectoriel satisfera en plus à la condition (3) sur ce contour.

Nous voyons que pour achever l'analogie entre la dilatation δ_z et la fonction potentielle du champ ci-dessus, il faut encore satisfaire à la condition (3) sur les contours intérieurs EF et HK.

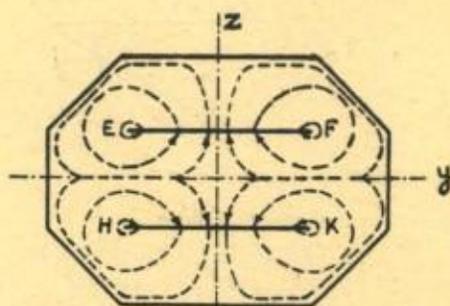


Fig. 4.

Or, l'étude relative à l'écoulement potentiel de l'air, montre que la condition (3) est incompatible avec l'existence des discontinuités de la fonction potentielle. Il faut, au contraire, poser :

$$\frac{\partial \delta_x}{\partial n} = 0 \quad (4) \text{ le long de EF et HK}$$

pour maintenir les discontinuités de δ_z sur ces contours.

Que représente la condition (4) au point de vue mécanique? Il est aisé de voir qu'elle correspond à une tension de glissement τ_{xz} (*), appliquée aux surfaces des plats et du gousset, en contact le long des contours EF et HK, et dirigée (parallèlement à l'axe x) dans un sens ou dans l'autre, selon qu'il s'agit des plats ou du gousset. Tout se passe donc comme si ces surfaces frottaient l'une contre l'autre.

Il résulte cependant de nos expériences que la valeur de ce frottement, pour autant que les assemblages soient sollicités en

(*) Ou plus exactement à sa dérivée en x , car pour l'état des tensions induites $\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} = G \cdot \frac{\partial \delta_x}{\partial z}$ (voir 3^{me} partie, Note 5).

traction, est négligeable par rapport à l'effort de traction, et il doit en être de même de la tension τ_{xz} (ou ce qui revient au même de $\frac{\partial^2 \delta_x}{\partial u}$) le long de EF et HK (*).

En d'autres mots, la condition (4) ne correspond pas à la réalité.

Nous aboutissons ainsi à une contradiction.

Pour en sortir, apportons un correctif à la condition (1)

$\left[\frac{\partial^2 \delta_x}{\partial x^2} = 0 \right]$ mise à la base de l'état des tensions induites.

Et pour cela reportons-nous, encore une fois, à l'image de la fig. 2. Nous avons dit plus haut que l'écoulement d'air correspondant à cette image était potentiel. Ceci n'est pas rigoureusement exact. L'étude, faite par Prandtl, a montré, en effet, que ce mode d'écoulement ne peut exister qu'à la condition d'en exclure une mince couche d'air (appelée couche limite) autour de la planche. L'écoulement d'air dans cette couche n'est plus potentiel; il semble obéir à des lois de mouvement plus compliquées, faisant intervenir, notamment, le coefficient de frottement d'air (**).

Cette circonstance nous incite à chercher la solution dans la voie adoptée par Prandtl, c'est-à-dire en nous basant également sur l'hypothèse de la couche limite (Grenzschicht).

A cet effet, *délimitons autour de chaque contour intérieur une mince couche de métal et admettons que la condition (1) n'y est plus satisfaite*; c'est-à-dire admettons que la couche limite est le siège d'un état des tensions plus général que le reste de la section.

Ceci étant, rien ne nous empêche maintenant de réaliser dans la couche limite un état des tensions satisfaisant exactement à la condition (3) sur les contours intérieurs.

Nous pouvons, d'ailleurs, supposer l'épaisseur de cette couche suffisamment mince pour négliger dans les équations générales d'équilibre l'état des tensions qui y règne.

En ce qui concerne la condition (4) qui doit subsister à cause

(*) Elle est, par contre, très importante pour les assemblages sollicités en compression (Cf. notre note dans les *C. R. Acc. de Paris*, 4 mars 1929, t. 188).

(**) *Verhandlungen der III Internationalen Vereinigung*, Heidelberg 1905, Teubner.

des discontinuités de δ_x , elle se rapporte maintenant au contour limitrophe séparant la couche limite du reste de l'assemblage.

L'intérêt de cette modification consiste en ce que l'existence de la couche limite peut recevoir une explication physique très simple, ainsi que nous le prouverons plus tard (voir § 4, p. 70).

§ 3. — ETUDE DÉTAILLÉE DES TENSIONS.

Soit l'assemblage soudé de la fig. 1 avec une longueur de recouvrement, $d=2l$ suffisamment grande, l'origine des axes de référence étant placée dans sa section médiane.

Comme il n'est pas encore dans nos moyens de donner la solution exacte répondant à l'image de la fig. 4, nous allons remplacer cette solution par deux solutions approchées dont une relative aux plats (et au gousset) et l'autre au cordon de soudure.

A. — *Etat des tensions dans le plat.*

Adoptons pour plus de facilité la disposition des axes conforme à la fig. 5, l'axe des x étant, comme d'habitude, perpendiculaire au plan du dessin.



Fig. 5.

Le problème relatif à δ_x consiste, comme nous l'avons vu, à trouver la solution de l'équation différentielle :

$$\frac{\partial^2 \delta_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \delta_x}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

satisfaisant, en outre, aux trois conditions suivantes :

1. $\frac{\partial \delta_x}{\partial z} = 0$
 2. $\frac{\partial \delta_x}{\partial z} \neq 0$
- } (2) pour EF (plus exactement pour le contour

limitrophe séparant la couche limite de la section du plat).

et

$$3. (\delta_x)_0 - (\delta_x)_{0'} = f(x) \quad (3)$$

La nature de la fonction $f(x)$ peut être déterminée facilement. D'une part, elle doit satisfaire, tout comme δ_x , à la condition (1) du § 2, c'est-à-dire $\frac{d^2 f}{dx^2} = 0$; d'autre part, elle doit s'identifier avec $(\delta_x)_0$ et avec $-(\delta_x)_{0'}$, aux deux bouts de l'assemblage, donc pour $x=l$ et pour $x=-l$.

Il nous est également toujours possible de choisir le rapport des sections des plats et du gousset de façon à avoir

$$(\delta_x)_{0 \text{ pour } x=l} = (\delta_x)_{0' \text{ pour } x=-l} = \delta_0$$

de sorte que finalement la relation (3) devient :

$$(\delta_x)_0 - (\delta_x)_{0'} = \frac{x}{l} \cdot \delta_0 \quad (3')$$

La valeur de δ_0 , conforme à toutes ces conditions peut s'obtenir, si l'on connaît en même temps sa valeur dans la couche limite. On y arrive grâce à l'hypothèse suivante, relative à la couche limite et dont la justification sera donnée plus tard (§ 4):

$$\boxed{\delta_v = 0}$$

C'est la condition d'invariance du volume de la couche limite (*) (que nous admettons, d'ailleurs, être infiniment mince).

Conclusion relative à l'état des tensions induites dans le plat.

Bornons-nous à donner la conclusion finale de l'étude, relative à cet état des tensions (*).

Elle est extrêmement simple :

Pour autant qu'il s'agisse de l'état des tensions induites, la sollicitation dans les plats (et dans le gousset) peut être confondue, à des infiniments (petits d'ordre supérieur près) avec celle donnée par la théorie simplifiée (voir Introduction, § 2).

De telle sorte que la modification apportée par la théorie des tensions induites, se limitera uniquement à la sollicitation des cordons de soudure.

(*) Voir Note 7, 3^{me} partie.

B. — *Etat des tensions dans les cordons de soudure.*

Pour simplifier les calculs, admettons que le contour extérieur soit circulaire, fig. 6. Adoptons les coordonnées cylindriques, avec le point O comme origine, ρ et θ étant dans la section du cordon et x — perpendiculaire à celle-ci.

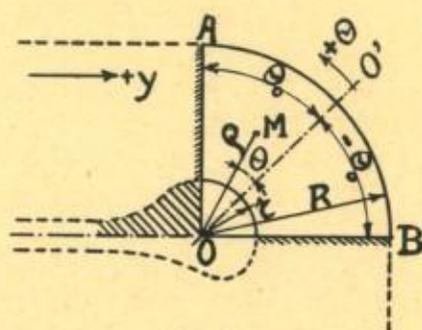


Fig. 6.

Dans ces conditions les trois états de tensions relatifs au cordon de soudure se présentent comme suit :

- 1) σ_x (ou plus exactement δ_x);
- 2) σ_r (tension radiale), σ_t (tension tangentielle) et τ_{rt} (tension de glissement)
- 3) $\tau_{x\rho}$ et τ_{xt} , pouvant être regardées comme composantes d'une tension tangentielle τ_x , située dans la section du cordon.

1. *Etude de la dilatation δ_x .*

En vertu de ce qui vient d'être dit au sujet de la sollicitation dans les plats et dans le gousset, nous pouvons écrire, conformément à la théorie simplifiée, les conditions suivantes pour δ_x sur les contours OA, OB et AB :

$$\left. \begin{aligned} \delta_x &= \frac{\delta_0}{2} \left(1 + \frac{x}{l} \right) \text{ pour OA} \\ \delta_x &= \frac{\delta_0}{2} \left(1 - \frac{x}{l} \right) \text{ pour OB} \\ \frac{\delta_x}{\partial \rho} &= 0 \quad \text{pour AB} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Le problème consiste alors à trouver la solution de l'équation (1), p. 66, en tenant compte du (20).

Posons, fig. 6 :

$$\begin{aligned} y &= -\rho \cdot \cos \Theta \\ z &= \rho \cdot \sin \Theta. \end{aligned}$$

L'équation (1) devient :

$$\left[\frac{\partial^2 \delta_x}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \delta_x}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \cdot \frac{\partial^2 \delta_x}{\partial \Theta^2} = 0 \right] \quad (21)$$

La solution élémentaire de cette équation s'obtient en posant :

$$\left[\delta_x = \frac{\delta_s}{2} \left(1 + \frac{x}{l} \cdot \frac{\Theta}{\Theta_s} \right) \right] \quad (22)$$

On vérifie facilement que cette solution satisfait à toutes les conditions de (20).

En comparant ce résultat avec celui de la théorie simplifiée (Introduction, § 2, p. 14), nous voyons qu'il n'y a concordance que pour une seule valeur de δ_x , celle qui correspond à $\Theta=0$. La formule (21) donne, en effet, pour $\Theta=0$:

$$\delta_x = \frac{\delta_s}{2} = \text{Cte} \quad (23)$$

Pour toute autre valeur de Θ , δ_x cesse d'être constante et suit la variation de la dilatation de la pièce soudée la plus rapprochée, ceci d'accord avec les résultats d'essais (1^{re} partie, Chap. 1, p. 23) (*).

2. *Etude des états de tensions, relatifs à σ_ρ , σ_t et $\tau_{\rho t}$ [état 2] et à $\tau_{x\rho}$ et τ_{xt} [état 3].*

Nous ne pouvons songer à reproduire ici les calculs assez laborieux qui se rapportent à cette étude (*).

Bornons-nous aux résultats essentiels.

Premier résultat. — L'état des tensions induites est limité à la couronne circulaire (fig. 6), comprise entre R (rayon du contour extérieur) et r (rayon du contour limitrophe, séparant la couche limite du reste du cordon). A l'encontre de ce qui se passe dans les plats et dans le gousset, le rayon r (c'est-à-dire l'épaisseur de la couche limite), peut ne pas être infiniment petit par rapport à R. Ceci conduit à adopter pour le contour limitrophe l'aspect représenté par la courbe pointillée (fig. 6).

(*) Voir également Note 8, 3^{me} partie.

Deuxième résultat. — Moyennant certaines approximations résultant principalement de la faible épaisseur de la couronne $R - r$, on peut négliger l'état des tensions 2) vis-à-vis l'état des tensions 3).

Troisième résultat. — Variation de la tension tangentielle τ_x . Celle-ci atteint la valeur maximum, tout en se confondant avec sa composante τ_{xt} , pour $\Theta=0$. Mais cette valeur maximum dépend encore de ρ et de x .

Elle croît : 1) de la périphérie vers la profondeur (c'est-à-dire lorsque ρ diminue) et 2) du milieu vers les extrémités du cordon (c'est-à-dire lorsque $|x|$ augmente).

La première de ces conclusions concorde apparemment avec les résultats d'essais, d'après lesquels la charge de rupture des cordons croît effectivement moins vite que leur épaisseur. Mais la deuxième de ces conclusions est en contradiction avec les essais poussés jusqu'à la rupture. Et même en ce qui concerne la première conclusion, l'examen quelque peu approfondi montre que la charge spécifique calculée (*) devrait décroître beaucoup plus rapidement que ne le veut l'expérience. Nous sommes donc ici en présence du même dilemme qu'à la p. 39, Chap. 1, I^{re} P. : ou bien l'état induit des tensions n'est pas en mesure d'interpréter, à lui seul, les résultats d'essais poussés jusqu'à la rupture, ou bien ces derniers ne sont valables que lorsque les déformations ont cessé d'obéir à la loi de Hooke.

Dans ce qui suit nous essayerons de montrer que c'est la deuxième alternative qui semble être la plus probable.

§ 4. ETAT DES TENSIONS EN DESSOUS DE $\rho=r$: SIGNIFICATION DE LA COUCHE LIMITE.

Avant d'aller plus loin examinons ce qui se passe dans la zone comprise entre $\rho=0$ et $\rho=r$. Il résulte des formules, relatives à τ_{xt} (et σ_t) qu'il existe pour chaque valeur de δ_p , une valeur de $\rho=r$, pour laquelle τ_{xt} (ou σ_t) dépasse sa limite élastique. En d'autres mots, en dessous de $\rho=r$, le métal sera le siège des tensions n'obéissant plus à la loi de Hooke et gouvernées par les lois des déformations plastiques.

(*) C'est-à-dire rapportée à l'unité de section longitudinale du cordon.

Ces lois peuvent s'énoncer de la façon suivante (*) :

1. La dilatation volumétrique est nulle c'est-à-dire

$$\delta_v = 0$$

2. La tension maximum de glissement est une constante, égale à la limite élastique de cisaillement c'est-à-dire

$$\tau_{\max} = L''$$

La première de ces lois est précisément l'hypothèse que nous avons adoptée pour le calcul de δ_x dans la couche limite (voir § 3, p. 67. Nous trouvons ainsi la justification de cette hypothèse en même temps que la signification de la couche limite.

Nous voyons que la couche limite n'est autre chose que la zone des déformations plastiques, qui s'est constituée autour du point O (fig. 6) par suite du dépassement de la limite élastique des tensions autour de ce point. Cette zone, d'une épaisseur finie dans le cordon, disparaît rapidement dans les plats et dans le gousset, ce qui conduit à l'aspect du contour limitrophe donné à la fig. 6.

§ 5. — DÉTERMINATION DE r . DANGER DE RUPTURE.

La détermination de r exige, une hypothèse supplémentaire sur l'état limite des tensions élastiques, ou, comme on est habitué de dire, sur le danger de rupture. Des deux hypothèses les plus répandues à l'heure actuelle, celle de Mohr-Guest et celle de Henky-Hubert (*), la première nous paraît mieux appropriée à notre cas. Elle se ramène, comme nous le savons, à la détermination de la tension max. de glissement correspondant au cercle extérieur de Mohr. La construction de 3 cercles de Mohr est aisée (**). En tenant compte des approximations du calcul (***), nous avons en effet :

$$1) \text{ facette } \perp x \quad \sigma_x = 0; \quad \tau_{xt} \neq 0 \quad \tau_{xp} = 0$$

$$2) \quad \cdot \quad \perp t \quad \sigma_t = \frac{G\delta_n}{l} \cdot x; \quad \tau_{xt} \neq 0 \quad \tau_{pt} = 0$$

$$3) \quad \cdot \quad \perp p \quad \sigma_p = \tau_{xp} = 0 \quad \tau_{xp} = 0$$

c'est-à-dire l'état plan de tensions.

(*) A. NADAI : *Der Bildsame Zustand der Werkstoffe*, p. 51, Berlin 1927.

(**) L. BAES : Etude graphique de l'état de tension en un point d'un corps en équilibre contraint, *Rev. de l'Ec. Polyt.* Janvier, février, 1922.

(***) Voir Note n° 9, 3^{me} partie.

La fig. 7 permet facilement de voir que

$$\tau_{\max} = \sqrt{\tau_{xt}^2 + \frac{\sigma_t^2}{4}}$$

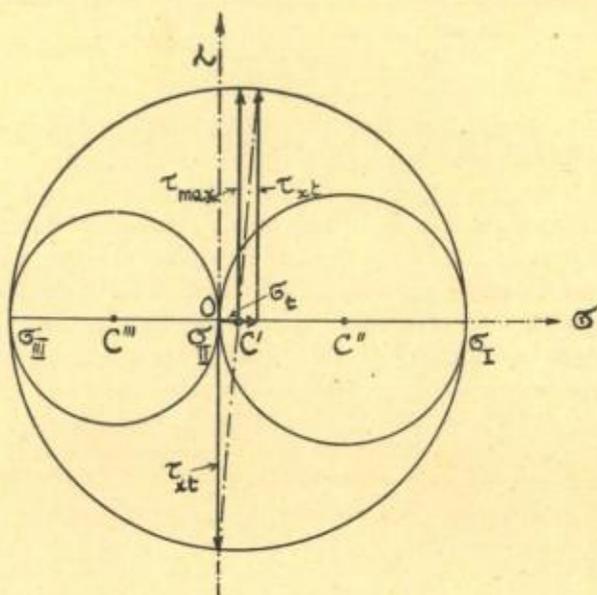


Fig. 7.

Mais la comparaison des formules relatives à τ_{xt} et $\frac{\sigma_t}{4}$ montre que toutes les conditions égales, σ_t peut être négligée vis-à-vis de τ_{xt} . Nous retombons, alors, sur le cas de cisaillement pur, pour lequel

$$\tau_{\max} = \tau_{xt} = L'' \text{ (limite élastique de glissement)}$$

Par conséquent, la valeur de r est donnée par la condition

$$\tau_{xt} = L'' \text{ pour } \beta = r \quad (1)$$

En développant la formule 1, nous arrivons, après simplifications et groupement convenable des termes à l'expression suivante :

$$2 \cdot L'' \frac{r}{R} \left(1 + \ln \frac{R}{r} \right) = \sigma_0 \cdot \frac{a}{l} + \frac{G \cdot \delta_0}{\pi l \cdot R} \cdot \ln \frac{R}{r} \cdot x^2 \quad (2)$$

Dans cette expression : $\sigma_0 = E \cdot \delta_0$ et G est le module d'élasticité de glissement. Quant aux autres lettres, leur signification est donnée dans les fig. 1 et 6.

Discussion de la formule (2).

1) *Influence de l'effort P .*

Substituons à la place de $G\delta_0$ l'expression $\frac{\sigma_0 m}{2(m+1)}$ et groupons les termes de façon à isoler σ_0 . Nous obtiendrons :

$$\sigma_0 - 2L'' \times \frac{\frac{r}{l} + \left(1 + \ln \frac{R}{r}\right)}{\frac{a}{l} + \frac{m}{2(m+1)} \frac{1}{\pi R l} \times \ln \frac{R}{r} \cdot x^2} \quad (3)$$

La formule 3 montre que lorsque σ_0 augmente, r augmente également, or $\sigma = \frac{P}{S}$, où S = la section des plats. En d'autres mots : *L'augmentation de la charge P , a pour effet d'augmenter uniquement la zone des déformations plastiques, sans altérer les formules de la zone « élastique ».*

2) *Influence de x*

Un regroupement des termes de (2) analogue à celui de (3) donne :

$$\left(\frac{\sigma_0}{2L''} \times \frac{m}{2(m+1)} \cdot \frac{1}{\pi R} \right) \cdot \frac{x^2}{l} = \frac{\frac{r}{R} \left(1 + \ln \frac{R}{r}\right) - \frac{\sigma_0}{2L''} \cdot \frac{a}{l}}{\ln \frac{R}{r}} \quad (4)$$

On en tire : Lorsque x augmente depuis 0 jusqu'à l' ∞ , r augmente depuis r_0 jusqu'à R , la valeur de r_0 , pour $x=0$, étant déterminée par la relation :

$$\frac{r_0}{R} \left(1 + \ln \frac{R}{r_0}\right) = \frac{\sigma_0}{2L''} \times \frac{a}{l} \quad (5)$$

c'est-à-dire que *pour peu que r soit inférieur à R , il est impossible, pour une valeur finie de l , de provoquer dans une section quelconque du cordon un état des déformations purement plastique.*

Lorsque l augmente, les formules (4) et (5) montrent que r_0 diminue et que r_1 augmente, c'est-à-dire que la variation de r , et

partant de τ_{x1} , avec x est d'autant plus importante que l'assemblage est plus long.

Le cas de $r_0 = R$ mérite un examen spécial.

La formule (5) montre que $r = R_0$ entraîne la condition

$$\frac{\sigma_0}{2L''} \times \frac{a}{l} = 1 \quad \text{ou} \quad \boxed{\frac{\sigma_0}{2L''} = \frac{l}{a}} \quad (6)$$

Quant à la formule (4), celle-ci devient :

$$\frac{m}{2(m+1)} \cdot \frac{1}{\pi R a} \times x^2 = \frac{0}{0} \quad (4')$$

c'est-à-dire qu'elle est vérifiée pour n'importe quel x .

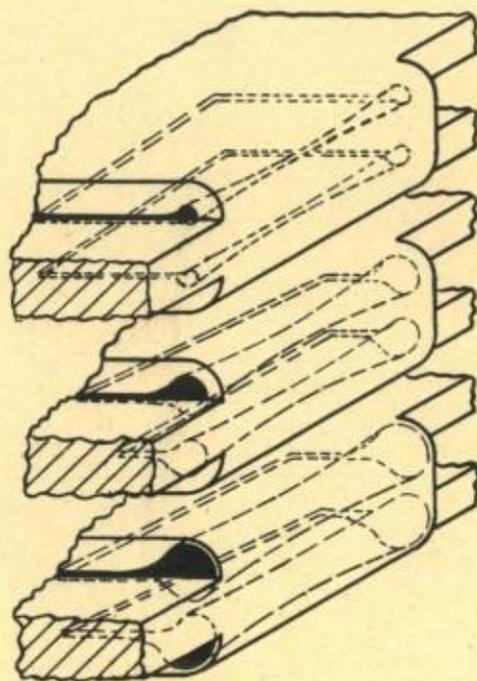


Fig. 8.

Nous pouvons donc compléter comme suit ce que nous avons dit tantôt au sujet de r :

Lorsque, pour une valeur bien déterminée de σ_0 , l'état élastique des tensions disparaît dans une section du cordon, il disparaît simultanément dans toutes les sections du cordon et le nouvel état qui se crée est indépendant de x .

Toutes ces conclusions peuvent être illustrées par la fig. 8 dans laquelle nous avons représenté l'évolution de la zone des déformations plastiques pour une charge P croissante.

§ 6. — CONSÉQUENCES PRATIQUES.

Grâce aux conclusions ci-dessus, il nous sera maintenant possible de retrouver d'une façon relativement simple certains résultats d'essais poussés jusqu'à la rupture.

1. — *Condition de l'équivalence de l'assemblage et des pièces assemblées au point de vue de la résistance mécanique.*

Nous pouvons l'exprimer de la façon suivante :

Quelle devrait être la longueur minimum de l'assemblage pour que la limite élastique soit entièrement dépassée à la fois, dans le cordon et dans les plats ?

En ce qui concerne l'assemblage, cette condition est donnée par l'équation (6), et nous voyons que cette dernière s'appliquera complètement à notre cas, si nous posons $\sigma_0 = L' =$ limite élastique d'extension ; ceci nous donne :

$$\frac{L'}{2L''} \leq \frac{l}{a} ; \quad \text{d'où} \quad \boxed{l \geq \frac{L'}{2L''} \cdot a} \quad (7)$$

Si nous adoptons pour l'acier doux $L' = 2L''$, nous voyons que la longueur de l'assemblage doit être au moins égale à la largeur des plats. Cette conclusion correspond bien à la réalité.

Remarque : 1. La formule (7) ne donne, en fait, que la limite inférieure de l . Pour déterminer la limite supérieure, il aurait fallu connaître au surplus la loi de répartition des tensions dans les cordons pendant la période plastique jusqu'à la rupture. Si nous admettions, d'après la deuxième loi des déformations plastiques $\tau_{xt} = L'' =$ constant, la limite supérieure de l se confondrait avec la limite inférieure et nous aurions $l = x$.

En fait il n'en est rien, τ_x , comme il est facile de s'en rendre compte, doit augmenter de la périphérie vers le fond et il en résulte une longueur de l d'autant plus grande que l'épaisseur des plats est plus forte (voir également *Remarque 2*).

2. *Pour autant que la condition (6) soit remplie, c'est-à-dire pour les déformations plastiques, la charge de rupture des cordons croît proportionnellement à l .*

Soit, en effet, P l'effort appliqué aux plats et provoquant la

rupture des cordons avant celle des plats. En posant dans (6)

$\sigma_0 = \frac{P_r}{4ab \cdot 2}$, nous aurons :

$$\boxed{\frac{P_r}{8} = 2L'' \times b \times l} \quad (8)$$

Nous trouvons donc ici la justification de notre assertion de la p. 70.

Remarque 2. La formule 8 conduit également à la conclusion que la charge de rupture P_r doit croître proportionnellement à l'épaisseur des plats. *Cela n'est pas vrai.* L'expérience prouve, en effet, que P_r croît plus lentement que b . Cette contradiction pourrait s'expliquer comme dans la Remarque 1, par le fait que la tension τ ne reste pas constante au delà de la limite élastique, mais qu'elle croît, au contraire, jusqu'à la rupture. Il est facile de concevoir que dans ces conditions la répartition des tensions ne soit pas uniforme dans la section et que τ doive être plus grande dans le fond. Toutefois, comme il s'agit de déformations plastiques et que la variation des tensions en fonction de celles-ci est beaucoup plus faible qu'en période élastique, la diminution de la résistance spécifique avec l'épaisseur des plats doit être également plus faible qu'il n'en résulte de la théorie des tensions induites, ce qui est confirmé par l'expérience.

3) Examinons maintenant le cas où la rupture dans les cordons se produit avant que la condition (6) soit remplie, c'est-à-dire pour un r_0 plus petit que R . Il existe alors, au moment de la rupture, deux états différents des tensions dans le cordon, un plastique et l'autre élastique. Ce dernier étant caractérisé par les équations de la théorie des tensions induites, nous en déduisons les conséquences suivantes : (*)

1. La charge spécifique de rupture décroît lorsque la longueur du cordon augmente, et d'autant plus qu'il est plus long et plus épais.

2. Toutes conditions égales, la charge de rupture est plus petite que dans le cas des déformations purement plastiques et

(*) Voir III^{me} partie, Note 8.

d'autant plus que le cordon est plus long et plus épais. L'expérience prouve qu'il n'est pas possible de réaliser ce cas avec le type d'assemblage étudié et pour les épaisseurs des plats de l'ordre de 5 à 15 mm. (à cause de l'état des tensions entièrement plastiques à la rupture).

On peut cependant le réaliser d'une autre façon et l'équation (5) nous donnera un moyen intuitif d'y arriver.

Cette équation a été établie dans l'hypothèse de $b = \frac{R}{2}$. S'il devait en être autrement, il faudrait maintenir du côté droit le facteur $\frac{2b}{R}$, et l'équation (5) deviendrait en posant $4cb \cdot \sigma_0 = \frac{P}{2}$

$$2 \times L'' \times 2r_0 \left(1 + \ln \frac{R}{r_0} \right) = \frac{P}{2} \quad (5')$$

L'équation (5') montre que l'on arriverait à diminuer la valeur de r_0 , en diminuant P.

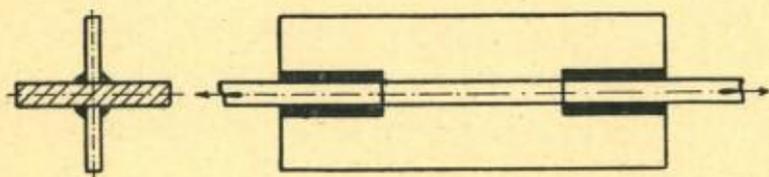


Fig. 9.

Mais dans le cas de l'assemblage étudié cela ne donnerait rien du tout, car nous diminuerions également δ_0 et, partant, r_{xt} . Nous devons, au contraire, chercher à réaliser un type d'assemblage qui nous permette tout en maintenant très bas l'effort total P, d'avoir une valeur élevée de δ_0 aux environs du fond de cordon.

C'est ce que permet de réaliser le type d'assemblage « en bout » représenté à la fig. 9, dans lequel la répartition inégale de δ_0 est provoquée par la flexion secondaire.

Les résultats d'essais, effectués sur cet assemblage et dont nous faisons mention dans un travail antérieur, sont en parfait

accord avec les conclusions théoriques, comme il résulte du tableau 1.

TABLEAU 1.

*Effet de la flexion secondaire
sur le type d'assemblage « en bout » (fig. 9).*

N° de l'épr.	Longueur du recouvrement $2l$ en cm.	Charge de rupture			Remarque sur la rupture
		Calculée (*) Tonnes	Relevé		
			Tonnes	Soit en % de la charge calculée	
1	6,0	36	32	89	début à la pointe A dans la soudure
2	6,0	"	32,4	90	
1	8,5	52	39,5	70	"
2	8,5	"	41,0	79	"
1	12,0	74	49	66	"
2	12,0	"	51,5	70	"

Dans le même ordre d'idées, nous avons exécuté tout récemment quelques essais sur assemblages soudés à plat par simple recouvrement (fig. 10), en faisant varier, en plus de la longueur, l'épaisseur des cordons.

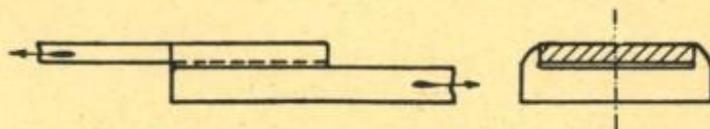


Fig. 10.

Le tableau 2, relatif à ces essais montre que, pratiquement, il n'y a pas d'influence de flexion secondaire dans les plats de 5 mm; cette influence se manifeste déjà pour des plats de 10 mm, toutefois elle est bien moins importante que pour les assemblages

(*) En supposant l'effet de flexion nul, c'est-à-dire en admettant la loi de proportionnalité en fonction de la longueur du recouvrement $2l$ et une charge de 1,5 t/cm. crt. (Voir travaux de M. DUSTIN, l. c.)

« en bout », ceci de nouveau en parfait accord avec les prévisions théoriques (*).

TABLEAU 2.

*Effet de la flexion secondaire
sur les assemblages soudés par simple recouvrement (fig. 10).*

N° de l'épr.	Dimensions des plats		Long. du recouvr. z l en cm.	Charge de rupture			Remarque sur la rupture
	Sup. (mise)	Infér. (gris)		Calculée (**) Tonnes	Relevée		
					Tonnes	Soit en % de la charge calculée	
épr. 5 m/m	1	50×5	60×10	3,1 ⁵		6,9	
	2	"	"	3,0 ⁵		6,9	
	3	"	"	3,1		6,7	
	1	"	"	4,6	10,1	9,5	94
	2	"	"	4,7	"	9,4	93
	3	"	"	4,6	"	10,0	99
épr. 10 m/m	1	60×10	80×15	3,6 ⁵		12,6	
	2	"	"	3,6		13,1	
	3	"	"	3,6 ⁵		12,9	
	1	"	"	5,6 ⁵	20,0	18,6	93
	2	"	"	5,6	"	18,5	92,5
	3	"	"	5,6	"	18,3	91,5

Remarque 3. Aussi bien dans le cas de l'assemblage soudé « en bout » que dans celui soudé par simple recouvrement (ép. 10 mm), la rupture débute du côté du plat le moins sollicité (***) (voir également la photo fig. 11). Pourquoi? La réponse en est très simple.

(*) Ici se rapporte également, selon nous, le cas de diminution de résistance des cordons, signalé déjà par M. Dustin à propos de l'assemblage du fer T. Le cas du cordon mixte nécessiterait cependant un examen spécial (voir Communication à l'A. B. E. M. du 18 janvier 1928, pp. 19 et 21).

(**) En se basant sur la moyenne des résultats du plus petit recouvrement et en admettant la loi de proportionnalité.

(***) Signalons à ce propos l'article de M. K. Bung dans *Z. V. D. I.* du 11-8-28 (pp. 1105-1111). L'auteur affirme que la rupture des cordons dans ce genre d'assemblage commence toujours du côté du plat le plus sollicité, et il en déduit que l'on ne pourra jamais donner à l'assemblage une longueur suffisante pour l'empêcher de périr avant la rupture du plat. *Nos essais n'ont pas confirmé cela.* La fig. 12 reproduit, en effet, la photo d'un assemblage, enlevé de la machine au moment où le plat a commencé à strictionner.

Le plat le plus sollicité dépassant le premier la limite élastique, il se produit dans sa section une égalisation du δ , qui, d'après ce que nous avons dit plus haut, entraînera une meilleure utilisation de la déformation de la partie du cordon avoisinante; d'où une résistance plus élevée de ce côté-là.



Fig. 11.

Il résulte de tout ceci une conséquence pratique très importante (*):

*Toutes les fois que des effets secondaires exagérés sont à craindre (p. ex. la flexion secondaire), il y a lieu d'augmenter la longueur des cordons pour parer à la diminution de la résistance spécifique qui en résulte (**).*



Fig. 12.

(*) Elle a déjà été formulée en partie par M. Dustin à propos des assemblages des profilés (v. l. c.).

(**) Dans certains cas on peut améliorer la résistance spécifique des assemblages, en donnant une forme appropriée à leurs abouts. On arrive ainsi à les faire bénéficier de l'égalisation de δ , lors du dépassement de la limite élastique, non seulement dans la section la plus sollicitée, mais sur toute la longueur de l'assemblage. Il s'ensuit une meilleure utilisation de la déformation des cordons et l'élévation de la résistance. (Voir Note dans les *C. R. de Paris*, t. 187, p. 277 du 30 juillet 1928.)

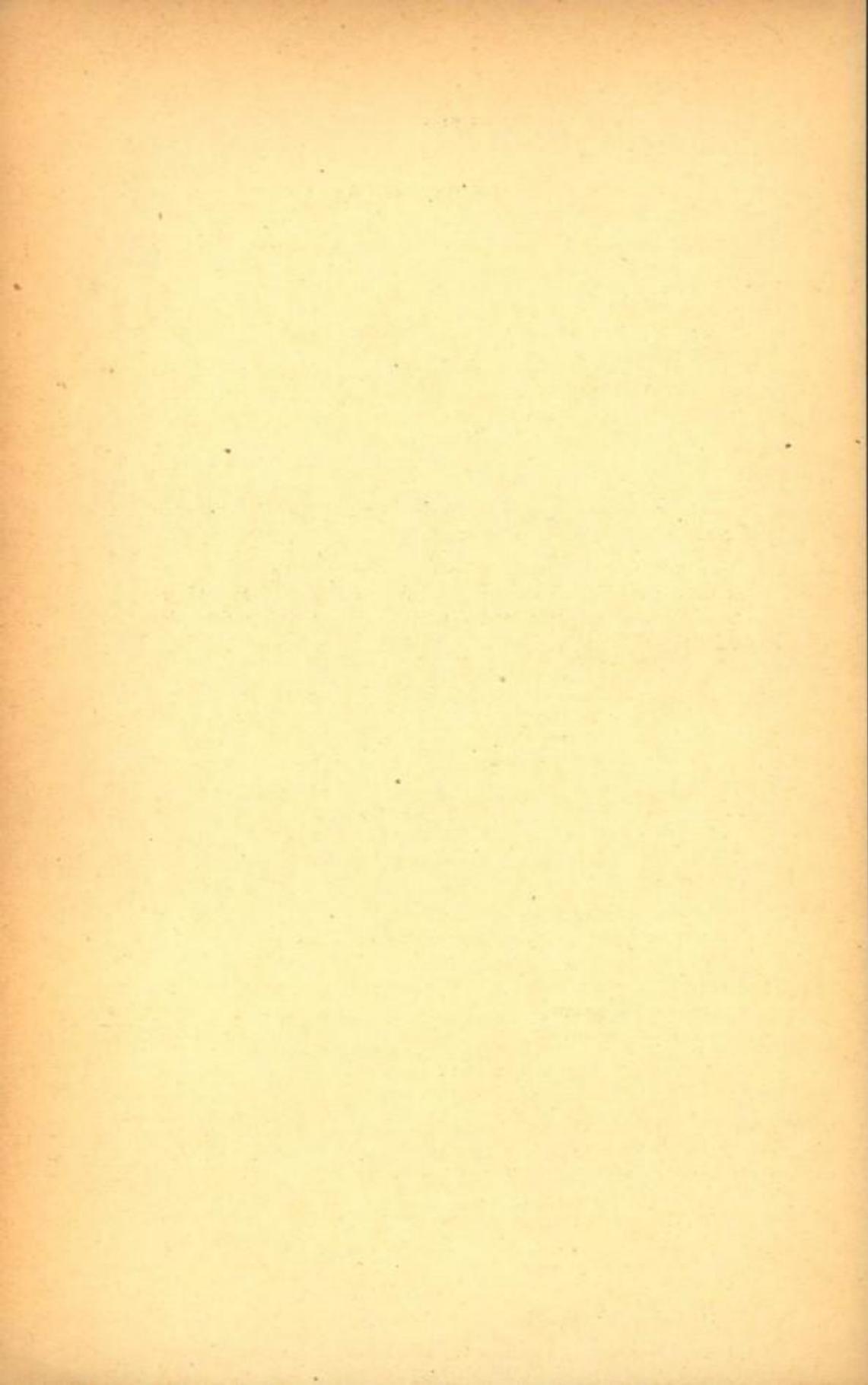
Remarque: L'examen des formules relatives à l'état de tensions dans le plat fait prévoir que la restriction concernant les effets secondaires pourra être généralisée à d'autres cas. Ceci fera l'objet de nos futures recherches.

Conclusions du chapitre I.

L'étude théorique, basée, d'une part, sur l'hypothèse $\frac{\partial^2 \delta_x}{\partial x^2} = 0$ et, d'autre part, sur l'existence d'une couche limite au contact des plats et du gousset, a abouti aux résultats pratiques suivants, en ce qui concerne *la sollicitation des cordons* :

1. L'explication relativement simple de la contradiction apparente entre les résultats de mesure en période élastique et les résultats d'essais de rupture.
2. La généralisation des cas simples, trouvés par la voie expérimentale.
3. L'introduction dans le calcul des assemblages d'un nouveau facteur dû à la flexion secondaire.

Certains de ces résultats ayant été prévus par la théorie et vérifiés à posteriori, il semble que la théorie des tensions induites reproduise assez exactement l'état réel des tensions dans les cordons.



CHAPITRE II.

Etat des tensions de profil.

§ 1. — PRÉLIMINAIRES.

Autant la théorie des tensions induites s'est montrée fructueuse dans le cas des cordons de soudure, autant elle est stérile dans le cas des plats (et du gousset). Il suffit pour s'en convaincre de se reporter aux conclusions de la p. 67 du chapitre précédent et de les comparer avec les résultats expérimentaux.

La cause de cette divergence est facile à saisir :

Il résulte du calcul relatif aux tensions induites, que les tensions de glissement, en cela d'accord avec la théorie simplifiée (voir Introduction, p. 16) ne s'annulent pas sur les faces terminales des plats (et du gousset), ce qui est contraire à la réalité. Il faut donc annuler ces tensions, et pour cela il faut leur superposer des tensions de glissement, extérieures, égales et de signe contraire.

L'état des tensions ainsi créé est encore en équilibre, comme il est facile de s'en rendre compte, mais l'état des tensions induites en subit une altération; celle-ci est d'autant plus profonde que *les dimensions linéaires de la face terminale se rapprochent davantage de la longueur de l'assemblage.*

En ce qui concerne le cordon de soudure, cette altération ne doit pas être très profonde, étant donné le faible rapport des dimensions transversales à la longueur (*).

Il n'en est pas de même pour le plat dont la largeur est de même ordre que la longueur de l'assemblage.

Ici, on doit faire intervenir l'influence des « bouts », ou comme nous dirons en maintenant l'analogie aérodynamique, l'influence des tensions de profil (**).

(*) Il résulte, en effet, des essais poussés jusqu'à la rupture que l'influence des « bouts » disparaît pratiquement, lorsque la longueur du recouvrement dépasse 3 cm. (Voir H. Dustin, Calcul rationnel des assemblages soudés, etc., l. c.)

(**) Voir également Note n° 10, 3^{me} partie.

§ 2. — ETUDE DES SURTENSIONS DANS LE PLAT.

1. L'étude de δ_x pour l'état des tensions de profil est, comme nous le montrerons tout à l'heure, intimement liée à la question des surtensions dans le plat. Dans les lignes qui suivent, nous donnerons uniquement les premiers résultats acquis dans ce domaine, en remettant pour plus tard l'étude complète de ce cas.

2. Nous avons vu plus haut que l'état des tensions de profil est provoqué par les tensions extérieures appliquées aux faces terminales dans le but d'annuler les tensions induites.

Proposons-nous de rechercher la loi suivant laquelle s'exerce l'influence des tensions extérieures sur une section quelconque de l'assemblage (dans le plat).

Soient, pour fixer les idées, deux sections x_0 et $x_0 + h$ ($x_0 = x + l$); et appelons $f(x_0)$ et $f(x_0 + h)$ les influences respectives exercées sur ces sections par les tensions extérieures.

Faisons une coupure à l'endroit x_0 et, représentons par C le coefficient d'influence lié à la section x_0 et équivalent à l'action de la partie enlevée. La section ($x_0 + h$) se trouvera, alors, vis-à-vis la section x_0 dans la même situation que la section h vis-à-vis la face terminale. Nous pourrions donc écrire :

$$\begin{aligned} f(x_0 + h) &= C(x_0) \cdot f(h) \text{ et de même} \\ f(x_0 + h) &= C(h) \cdot f(x_0) \end{aligned} \quad (1)$$

d'où :

$$\frac{f(h)}{C(h)} = \frac{f(x_0)}{C(x_0)} = \dots = \mu_p \text{ (indépendant de } x_0)$$

Ceci étant, la relation (1) devient

$$\boxed{f(x_0 + h) = \mu_p \cdot f(x_0) \cdot f(h)} \quad (2)$$

La solution élémentaire de l'équation fonctionnelle (2) est facile à trouver; c'est la fonction exponentielle.

Nous pouvons donc écrire :

$$f(x_0) = \mu_p \cdot e^{\mp \varepsilon \cdot x_0} \quad (3)$$

3. Limitons notre étude à la dilatation $(\delta_x)_0$ c'est-à-dire à la dilatation de la fibre médiane de la surface extérieure du plat ($y=0$; $z=+b$).

L'influence des faces terminales tendant à annuler le coeffi-

cient angulaire de $(\delta_x)_0$ (*) nous aurons, en appelant μ_l le coefficient angulaire, dû aux tensions induites :

$$\left(\frac{\partial \delta_x}{\partial x}\right)_0 = \mu_l - \mu_p \cdot e^{-\varepsilon x_0} - \mu'_p \cdot e^{-\varepsilon' x'_0} \quad (4)$$

où x_0 et x'_0 sont comptés à partir des deux faces terminales de l'assemblage, ou bien en rapportant $\frac{\partial \delta_x}{\partial x}$ à notre système d'axe usuel, c'est-à-dire en posant :

$$\begin{aligned} dx_0 &= -dx & x_0 &= -(x-l) = (l-x) \\ dx'_0 &= dx & x'_0 &= +(x+l) = (l+x) \end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{\partial \delta_x}{\partial x} = \mu_l - \mu_p \cdot e^{-\varepsilon(l-x)} - \mu'_p \cdot e^{-\varepsilon'(l+x)}} \quad (4')$$

Détermination des constantes :

Première hypothèse : Pour $x = -l$, $\frac{\partial \delta_x}{\partial x} = 0$. La formule (4') devient :

$$\mu_l - \mu_p \cdot e^{-2\varepsilon l} - \mu'_p = 0$$

le terme $\mu_p \cdot e^{-2\varepsilon l}$, représentant l'influence d'une face terminale sur l'autre, peut être négligé vis-à-vis les autres termes, ce qui donne :

$$\boxed{\mu_l = \mu'_p} \quad (5)$$

Conditions limites pour $x=l$.

Les conditions limites pour $x=l$ ne sont pas les mêmes que pour $x=-l$, attendu qu'elles doivent exprimer la continuité des déformations en passant de l'assemblage au plat.

Examinons ce qui se passe dans le plat au voisinage immédiat de l'assemblage. L'influence de la face terminale provoque ici un état de tension de profil analogue à celui de l'assemblage et qui peut être représenté sous la forme suivante :

$$\left(\frac{\partial \delta_x}{\partial x}\right)_{\text{plat}} = \mu''_p \cdot e^{-\varepsilon''(x-l)} \quad (6)$$

(*) Ceci résulte de la continuité de la déformation au passage de la partie assemblée à la partie non assemblée. Pour plus de détail, voir III^{ème} partie, Note 10.

La condition de continuité donne, d'autre part :

$$\left(\frac{\partial \delta_x}{\partial x}\right)_{\text{ass.}} = \left(\frac{\partial \delta_x}{\partial x}\right)_{\text{plat}} \text{ pour } x=l \quad (7)$$

En négligeant le terme relatif à μ'_p , nous aurons :

$$\boxed{\mu_l = \mu_p + \mu''_p} \quad (7')$$

En ajoutant à la condition (7), des conditions analogues pour δ_x et pour $\frac{\partial^2 \delta_x}{\partial x^2}$ nous aurons deux équations supplémentaires pour les trois constantes μ_l , μ_p et μ''_p .

Intégrons pour cela les équations (4') et (6) et égalons les deux expressions ainsi trouvées pour $x=l$. Nous aurons, en considérant ϵ^{-2l} comme très petit :

$$\boxed{C_{\text{ass.}} + \mu_l \cdot l - \frac{\mu_p}{\epsilon} = C_{\text{plat}} - \frac{\mu''_p}{\epsilon''}} \quad (8)$$

Deuxième hypothèse. : En l'absence des tensions de profil ($\mu_p = \mu''_p = 0$), on a la relation suivante pour $x=l$:

$$\boxed{C_{\text{ass.}} + \mu_l \cdot l = C_{\text{plat}} = \delta_o} \quad (8')$$

où δ_o est la dilatation dans le plat en dehors de l'assemblage, c'est-à-dire dans la partie sollicitée en traction simple. Il en résulte (équation 8) :

$$\boxed{\frac{\mu_p}{\epsilon} = \frac{\mu''_p}{\epsilon''}} \quad (9)$$

D'autre part, en dérivant (4') et (6) nous obtiendrons avec la même approximation :

$$\boxed{\mu_p \cdot \epsilon = \mu''_p \cdot \epsilon''} \quad (10)$$

et en comparant (9) avec (10)

$$\boxed{\mu_p = \mu''_p} \quad (11)$$

d'où finalement

$$\boxed{\mu_p = 0,5 \mu_l} \quad (12)$$

L'équation (4') pourra donc s'écrire comme suit :

$$\left(\frac{\partial \delta_x}{\partial x}\right) = \mu_i [1 - 0,5 \cdot e^{-\varepsilon(l-x)} - e^{-\varepsilon'(l+x)}] \quad (4'')$$

et en intégrant (4'') :

$$\delta_x = C_{\text{ass}} + \mu_i \left[x - \frac{0,5}{\varepsilon} \cdot e^{-\varepsilon(l-x)} + \frac{1}{\varepsilon'} \cdot e^{-\varepsilon'(l+x)} \right] \quad (13)$$

Troisième hypothèse : En l'absence des tensions de profil $C_{\text{ass}} = \frac{\delta_o}{2}$. Il résulte alors de (8') que

$$\mu_i = \frac{\delta_o}{2l} \quad (14)$$

Ceci étant, l'expression (13) devient :

$$\delta_x = \frac{\delta_o}{2} \left[1 + \frac{x}{l} - \frac{0,5}{\varepsilon l} \cdot e^{-\varepsilon(l-x)} + \frac{1}{\varepsilon' l} \cdot e^{-\varepsilon'(l+x)} \right] \quad (13')$$

Posons

$$\alpha = \varepsilon l; \quad \alpha' = \varepsilon' l \left(\varepsilon = \frac{\alpha}{l} \quad \text{et} \quad \varepsilon' = \frac{\alpha'}{l} \right);$$

la formule (13') devient :

$$\delta_x = \frac{\delta_o}{2} \left[1 + \frac{x}{l} - \frac{0,5}{\alpha} \cdot e^{-\alpha(1-\frac{x}{l})} + \frac{1}{\alpha'} \cdot e^{-\alpha'(1+\frac{x}{l})} \right] \quad (13'')$$

d'où, pour $x=0$

$$(\delta_x)_o = \frac{\delta_o}{2} \left[1 - \frac{0,5}{\alpha} \cdot e^{-\alpha} + \frac{e^{-\alpha'}}{\alpha'} \right] \quad (14)$$

Posons encore :

$$\frac{\delta_o}{2} - (\delta_x)_o = \gamma \cdot \left(\text{accessible à l'expérience} \right)$$

On aura finalement :

$$\gamma = \frac{0,5}{\alpha} \cdot e^{-\alpha} + \frac{e^{-\alpha'}}{\alpha'} \quad (15)$$

Vérification expérimentale (*) (voir diagr. 20, 1^{re} partie). — Soit l'éprouvette étudiée au chapitre 2, 1^{re} partie. L'équation (13'') pour $x = -l$ devient :

$$(\delta_x)_{-l} = \frac{\delta_0}{2} \times \frac{1}{\alpha'} + \dots \text{(négligeable)}$$

Mais le diagramme relatif à la déformation δ_x montre que $(\delta_x)_{-l}$ est très faible, il en résulte $\frac{1}{\alpha'} \approx 0$ et l'équation (15) peut s'écrire :

$$\chi = \frac{0,5}{\alpha} \cdot e^{-x};$$

d'où

$$\boxed{e \cdot \alpha = \frac{0,5}{\chi}} \quad (16)$$

Nous relevons d'après le diagr. pour $x=0$ $(\delta_x)_0 = 2,15 : k^{(**)}$; d'autre part, $\delta_0 = 2,8 : k$, d'où

$$\chi = \frac{2,8 - 0,215}{2,8} = 0,232$$

et

$$e \cdot \alpha = \frac{0,5}{0,232} = 2,16$$

d'où

$$\alpha = 0,87.$$

En substituant dans (13'') :

$$\delta_x = 2,8 \left[1 + \frac{x}{6} - \frac{0,5}{0,87} \times e^{-0,87(1 - \frac{x}{6})} \right] \quad (13''')$$

En effectuant ce calcul pour diverses valeurs de x nous obtenons le tableau suivant :

x_0	$\delta_x : k$		Différence
	Calculé	Relevé	
1,5	0,35	0,47	-0,12
3,5	1,18	0,85	+0,33
6,5	2,31	2,38	-0,08
9,5	3,32	3,77	-0,45
11,5	3,88	4,08	-0,20

(*) Pour la vérification expérimentale des α et τ voir Note n° 11, 3^{me} partie.

(**) k étant le coefficient d'amplification de l'appareil.

Si l'on tient compte des approximations que nous avons faites et de l'erreur probable de x , on peut considérer cette concordance comme satisfaisante.

Indice de surtension.

Nous allons maintenant montrer le rôle de α dans l'étude des surtensions.

Considérons pour cela le rapport de $\frac{(\delta_x)_1}{(\delta_x)_0}$, $(\delta_x)_1$ étant la déformation de la fibre du bord. Par un raisonnement analogue à celui de tout à l'heure, nous trouvons pour $(\delta_x)_1$ l'expression suivante (*):

$$(\delta_x)_1 = \delta_0 \left(1 + \frac{x}{l} + \frac{0,5}{\beta} \cdot e^{-\beta(1-\frac{x}{l})} \right)$$

Supposons encore que la dilatation δ_x peut être assimilée à une fonction linéaire de y . Ceci conduit à poser $\beta = \alpha$.

Le rapport $\frac{(\delta_x)_1}{(\delta_x)_0}$ devient alors :

$$\frac{(\delta_x)_1}{(\delta_x)_0} = \frac{1 + \frac{x}{l} + \frac{0,5}{\alpha} \cdot e^{-\alpha(1-\frac{x}{l})}}{1 + \frac{x}{l} - \frac{0,5}{\alpha} \cdot e^{-\alpha(1-\frac{x}{l})}} \quad (17)$$

d'où, pour $x=0$,

$$\frac{(\delta_x)_1}{(\delta_x)_0} = \frac{1 + \frac{0,5}{\alpha} \cdot e^{-\alpha}}{1 - \frac{0,5}{\alpha} \cdot e^{-\alpha}} \quad (17')$$

Il résulte de 17' que le rapport de la déformation du bord à celle du milieu du plat sera d'autant plus grand que α sera plus petit (**). Or, ce rapport est précisément l'indice des surtensions. Nous voyons donc que la connaissance de α conduit directement à celle des surtensions.

(*) En négligeant le terme analogue à α' et en faisant quelques hypothèses fort simples sur l'aspect de la courbe $(\delta_x)_1$ aux environs de l'extrémité de l'assemblage.

(**) Tout en restant > 0 .

Etude du coefficient « a ».

Les essais préliminaires du chapitre I, 1^{re} partie, montrèrent que le rapport $\frac{(\delta x)_1}{(\delta x)_0}$ croît rapidement lorsque $\frac{l}{a}$ diminue.

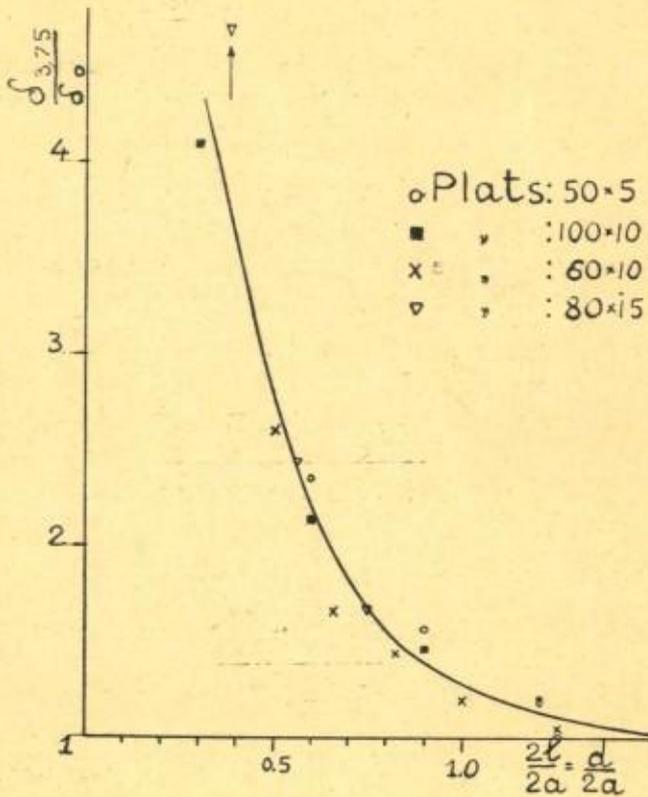


Fig. 13.

Le diagramme de la fig. 13, relatif à des essais plus récents, effectués avec les appareils Huggenberger, et avec diverses dimensions des plats, confirme cela.

Les points relevés se rapportent à la section médiane de l'assemblage, soit à $x=0$ et constituent la moyenne des mesures relevées sur les deux faces.

Il en résulte que a doit également diminuer avec l . Toutefois, l'équation (17'), basée sur l'hypothèse par trop simplificatrice ne peut pas nous donner des renseignements exacts à ce sujet. Nous aurons, plutôt, recours à la formule (16), dans laquelle la valeur de a , δ , étant connu, n'est déterminée que par une seule mesure, ce qui en augmente un peu la précision.

Le tableau ci-dessous donne en fonction de $\frac{l}{a}$ les valeurs de a ainsi calculées.

TABLEAU

Épais- seurs des plats m m	Dimensions des plats m/m	$2l$ m,m	$\frac{l}{a}$	$\delta_0 : k$	$(\delta_0)_0 : k$	χ	α
8,8	8,8×99,8	120	1,2	2,8	2,38	0,232	0,87
8,8	"	90	0,9	"	1,88	0,332	0,72 ⁵
9,2	9,2×99,2	60	0,6	"	1,61	0,430	0,60
"	9,2×99,5	30	0,3	"	1,00	0,640	0,50
10	60×9,8	76	1,27	2,7	2,7	0	∞
"	"	60	1,0	"	2,4	0,11 ⁵	1,25
"	"	50	0,83 ⁵	"	2,3	0,14 ⁸	1,10
"	"	40	0,66 ⁶	"	2,1	0,223	0,90
"	"	30	0,50	"	1,79	0,338	0,70
5	50,2×4,8	60	1,2	2,8(*)	2,58	0,085	1,42
"	50,1×5,0	45	0,9	"	2,01	0,298	0,80
"	50×5,0	30	0,6	"	1,95 ⁷	0,31 ⁷	0,75
							valeur incertaine
15	80,5×14,6	60	0,75	2,8(*)	1,74	0,38	0,67 ⁵
"	80,9×14,9	45	0,56	"	1,6	0,44	0,60
"	80,5×14,7	30	0,37 ⁵	"	0,72 ⁷	0,71	0,40
							valeur incertaine

Ce tableau montre que a diminue en général, lorsque les dimensions du plat augmentent, ce qui prouverait que l'effet des surtensions est d'autant plus marqué que le plat est plus large ou plus épais. Ceci paraît logique. Toutefois pour être tout à fait fixé à cet égard, des mesures plus précises sont nécessaires.

Si nous portons sur un même graphique les valeurs de a en fonction de $\frac{l}{a}$, nous constatons (fig. 14) que les points se placent sensiblement sur des lignes droites passant par $a=0,350$ pour $\frac{l}{a} = 0$

(*) Les valeurs de δ_0 n'ont pas été relevées, nous avons pris la valeur de δ_0 relative au premier plat.

Or $a=0,350$ correspond sensiblement à $\chi=1$, soit à $(\delta_x)_{y=0} = 0$. Cette valeur de $(\delta_x)_0$ correspond donc à l'effet maximum de surtension.

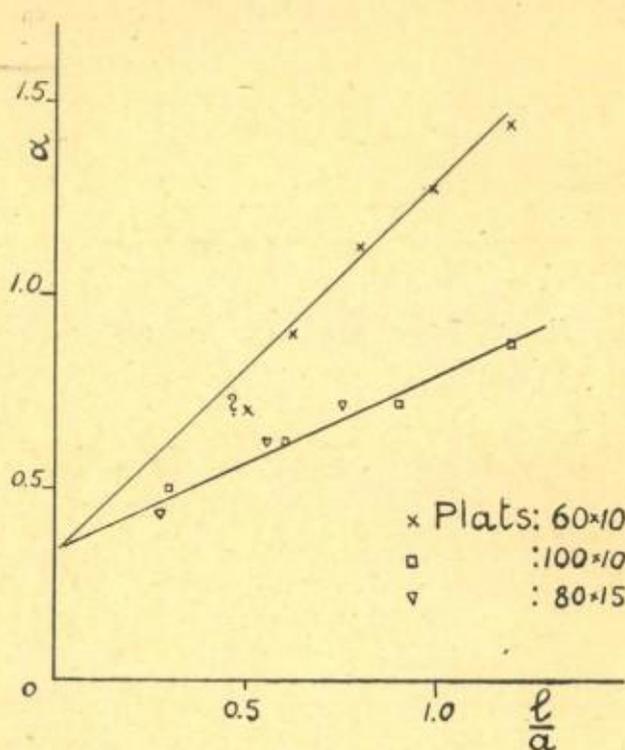


Fig. 14.

Ce résultat peut s'énoncer comme suit :

Lorsque la largeur du plat est très grande, par rapport à la longueur de l'assemblage, toute la déformation se porte vers les deux bords.

Surtensions dans le plat à proximité de l'assemblage.

En intégrant l'équation (6) et en tenant compte des résultats obtenus plus haut, nous trouvons l'expression suivante pour la dilatation δ_x dans le plat :

$$\delta_x = \delta_0 \left(1 - \frac{0,25}{a} \cdot e^{-\alpha \left(\frac{x}{l} - 1 \right)} \right) \quad (18)$$

Dans cette formule x est compté à partir de la section médiane de l'assemblage. Il sera cependant plus simple de rapporter cette formule à la section initiale du plat (=section terminale de l'assemblage), c'est-à-dire de poser $x = \xi + l$; dans cette expression, ξ , compté dans le même sens que x , signifie la distance qui sépare la section étudiée dans le plat de l'extrémité la plus proche de l'assemblage (fig. 15).

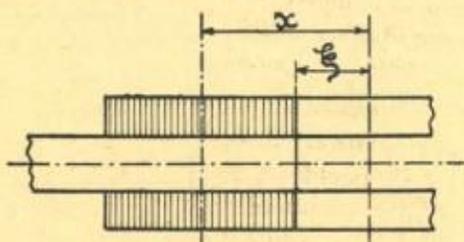


Fig. 15.

La formule (18) s'écrira alors :

$$\delta_x = \delta_0 \left(1 - \frac{0,25}{a} \cdot e^{-x \frac{\xi}{l}} \right) \quad (18')$$

ou bien en posant $\xi = v \cdot l$

$$\delta_x = \delta_0 \left(1 - \frac{0,25}{a} \cdot e^{-xv} \right) \quad (18'')$$

Discussion de la formule (18'').

1) *Influence de la longueur de l'assemblage.* Toutes conditions égales et pour autant que $\xi \neq 0$, la surtension dans le plat tend vers 0 lorsque : 1) l tend vers 0, ou bien 2) lorsque l tend vers l'infini. Le premier cas ($l \rightarrow 0$) se vérifie immédiatement. Quant au deuxième cas ($l \rightarrow \infty$), l'allure de la variation de a

avec l conduit à admettre $a = \infty$ pour $l = \infty$, d'où $\frac{0,25 \cdot e^{-\frac{x\xi}{l}}}{a} \rightarrow 0$

Il en résulte qu'il existe une longueur, variable avec ξ et b , pour laquelle la surtension à l'endroit ξ est max. Pour trouver cette longueur, il suffit, la variation de a en fonction de $\frac{l}{b}$ étant connue, d'égaliser à zéro la dérivée par rapport à l de l'expression (18').

2) *Influence de la largeur de l'assemblage.* Ce point nécessite

encore des essais supplémentaires. Toutefois, on peut prévoir en se basant sur le diagramme 14 que, toutes choses égales, la surtension dans le plat est d'autant plus grande que la largeur du plat est plus grande.

3. *Influence de la distance ξ .* Ce point présente un certain intérêt pour la comparaison de l'assemblage soudé à l'assemblage rivé. Bornons-nous, pour le moment, à la constatation suivante : (formule 18'').

L'influence de la surtension dans le plat disparaît comme une fonction exponentielle de la distance.

En particulier pour $\nu=1$ (distance égale à 1/2 longueur de l'assemblage), l'effet de surtension, désignons-le par s , est donné en % par la formule suivante :

$$s_{1/2} = 100 \times \frac{0,25}{a \cdot e^{\xi}} = \frac{(0,5 \times \lambda) \times 100}{\dots} \quad (19)$$

et pour $\nu=2$ (distance égale à la longueur de l'assemblage) :

$$s_1 = 100 \times \frac{0,25}{a \cdot e^{2\xi}} = 100 \times \frac{0,25 \cdot a}{(a \cdot e^{\xi})^2} = \frac{(a \times \lambda)^2 \times 100}{\dots} \quad (20)$$

Exemple : Soit l'assemblage $60 \times 10/80 \times 15$ étudié précédemment.

Considérons deux cas :

a) $l=a$; c'est-à-dire l'assemblage et les plats sont sensiblement d'égale résistance.

b) $l=a/2$; c'est-à-dire l'assemblage est sensiblement deux fois moins résistant que les plats.

En nous reportant au tableau ci-dessous, nous trouvons à l'aide des formules (18''), (19) et (19') :

TABLEAU

Distance	ξ	$l = a$				$l = \frac{a}{2}$				Remarques
		ν	s		ν	s				
			calc.	relev.		calc.	relev.			
1/2 largeur du plat	a	1	5 %	n'ont pas été relevés	2	8 %	9,2 %	résultats en-dessous de la précision max. des appareils		
Largeur du plat		2	1,6 %		4	1,8 %	0 %			

Les valeurs du dernier rang ($\xi=2a$) ne sont rien d'autre que l'expression numérique du principe bien connu de Barré de Saint-Venant, relatif à l'influence des bouts.

Conclusions générales de l'étude.

Malgré son étendue, la présente étude nous a conduit à des conclusions relativement simples.

Elles peuvent s'exprimer comme suit :

1. *En ce qui concerne l'assemblage.*

En vue de constituer un assemblage, soudé par cordons latéraux, *d'égale résistance avec les pièces assemblées*, il faut lui donner une longueur *au moins égale* à sa largeur. Cette condition est nécessaire, mais elle n'est pas suffisante, car la longueur de l'assemblage devra être d'autant plus grande, toutes conditions égales :

1) que l'épaisseur des pièces assemblées sera plus forte (*);
et 2) que la déformation, par suite des effets secondaires, sera *moins uniformément répartie* dans la section des pièces assemblées.

2. *En ce qui concerne les pièces assemblées.*

Les pièces assemblées par cordons latéraux subissent des surtensions au voisinage immédiat de l'assemblage. Elles disparaissent rapidement lorsqu'on s'éloigne de ce dernier, ceci *quelle que soit sa longueur*; elles paraissent d'autant plus faibles, en l'absence des effets secondaires, que les pièces sont moins larges.

(*) Cette conclusion constitue la confirmation des essais systématiques, publiés par M. Dustin (v. l. c.).