
Dépôt Institutionnel de l'Université libre de Bruxelles /
Université libre de Bruxelles Institutional Repository
Thèse de doctorat/ PhD Thesis

Citation APA:

Lebrun, B. (1977). *Une évaluation informative* (Unpublished doctoral dissertation). Université libre de Bruxelles, Faculté des Sciences psychologiques et de l'éducation, Bruxelles.

Disponible à / Available at permalink : <https://dipot.ulb.ac.be/dspace/bitstream/2013/214257/3/5a3621f3-2467-4916-8391-70231631534a.txt>

(English version below)

Cette thèse de doctorat a été numérisée par l'Université libre de Bruxelles. L'auteur qui s'opposerait à sa mise en ligne dans DI-fusion est invité à prendre contact avec l'Université (di-fusion@ulb.be).

Dans le cas où une version électronique native de la thèse existe, l'Université ne peut garantir que la présente version numérisée soit identique à la version électronique native, ni qu'elle soit la version officielle définitive de la thèse.

DI-fusion, le Dépôt Institutionnel de l'Université libre de Bruxelles, recueille la production scientifique de l'Université, mise à disposition en libre accès autant que possible. Les œuvres accessibles dans DI-fusion sont protégées par la législation belge relative aux droits d'auteur et aux droits voisins. Toute personne peut, sans avoir à demander l'autorisation de l'auteur ou de l'ayant-droit, à des fins d'usage privé ou à des fins d'illustration de l'enseignement ou de recherche scientifique, dans la mesure justifiée par le but non lucratif poursuivi, lire, télécharger ou reproduire sur papier ou sur tout autre support, les articles ou des fragments d'autres œuvres, disponibles dans DI-fusion, pour autant que :

- Le nom des auteurs, le titre et la référence bibliographique complète soient cités;
- L'identifiant unique attribué aux métadonnées dans DI-fusion (permalink) soit indiqué;
- Le contenu ne soit pas modifié.

L'œuvre ne peut être stockée dans une autre base de données dans le but d'y donner accès ; l'identifiant unique (permalink) indiqué ci-dessus doit toujours être utilisé pour donner accès à l'œuvre. Toute autre utilisation non mentionnée ci-dessus nécessite l'autorisation de l'auteur de l'œuvre ou de l'ayant droit.

----- **English Version** -----

This Ph.D. thesis has been digitized by Université libre de Bruxelles. The author who would disagree on its online availability in DI-fusion is invited to contact the University (di-fusion@ulb.be).

If a native electronic version of the thesis exists, the University can guarantee neither that the present digitized version is identical to the native electronic version, nor that it is the definitive official version of the thesis.

DI-fusion is the Institutional Repository of Université libre de Bruxelles; it collects the research output of the University, available on open access as much as possible. The works included in DI-fusion are protected by the Belgian legislation relating to authors' rights and neighbouring rights. Any user may, without prior permission from the authors or copyright owners, for private usage or for educational or scientific research purposes, to the extent justified by the non-profit activity, read, download or reproduce on paper or on any other media, the articles or fragments of other works, available in DI-fusion, provided:

- The authors, title and full bibliographic details are credited in any copy;
- The unique identifier (permalink) for the original metadata page in DI-fusion is indicated;
- The content is not changed in any way.

It is not permitted to store the work in another database in order to provide access to it; the unique identifier (permalink) indicated above must always be used to provide access to the work. Any other use not mentioned above requires the authors' or copyright owners' permission.

UNIVERSITE LIBRE DE BRUXELLES

Faculté des Sciences Psychologiques et Pédagogiques

EVALUATION INFORMATIVE

ANNEXE 2

Application des techniques d'évaluation informative
à la construction d'épreuves standardisées

Bernard LEBRUN

OCTOBRE 1977

HBS L
UNIVERSITE LIBRE DE BRUXELLES

Faculté des Sciences Psychologiques et Pédagogiques

EVALUATION INFORMATIVE

ANNEXE 2

Application des techniques d'évaluation informative
à la construction d'épreuves standardisées

Bernard LEBRUN

695.760
[v.3]
cop.1

OCTOBRE 1977



2891995

ANNEXE 2

APPLICATION DES TECHNIQUES D'EVALUATION INFORMATIVE A LA CONSTRUCTION D'EPREUVES STANDARDISEES

INTRODUCTION

Parmi les objectifs visés par l'évaluation informative, nous trouvons en bonne place la critique du matériel d'évaluation. Dans le cadre de la préparation d'épreuves normées, nous avons soumis à nos méthodes les données résultant d'un grand nombre d'items. Il s'agissait de déterminer les caractéristiques de chaque item, afin de sélectionner ceux qui apportent une information cohérente avec le but poursuivi par les constructeurs de l'épreuve.

Les résultats de l'évaluation informative ne sont évidemment pas les seuls à être pris en compte pour la constitution des épreuves. Ils ajoutent surtout un éclairage différent sur d'autres informations essentiellement liées aux particularités formelles des questions.

Les épreuves qui résultent de ce travail seront à nouveau soumises à des échantillons d'élèves, mais nous leur appliquerons alors d'autres techniques d'analyse adaptées à la construction d'épreuves normées.

I PRESENTATION DES EPREUVES

En 1976, le Ministère de l'Education nationale et de la Culture française confiait au Service de Didactique expérimentale la construction et la mise au point d'épreuves de mathématique destinées aux élèves de 2ème année du cycle d'orientation dans l'enseignement secondaire rénové (4ème année du secondaire). Il s'agit de fournir à l'enseignant des informations en vue de l'orientation définitive des élèves dans le cycle de détermination.

Ces informations doivent porter sur trois **gr**ands thèmes :

1. Le degré d'assimilation des connaissances.
2. L'aptitude à l'application pratique de données nouvelles.
3. L'aptitude à la déduction de proposition en mathématique.

A la fin de l'année civile 1976, un rapport était transmis aux responsables ministériels du projet. En voici la teneur :

EPREUVES DE MATHEMATIQUE. -

Les trois épreuves projetées étant soumises aux élèves à des moments différents dans le courant de la 2ème année du cycle d'orientation, l'intérêt des constructeurs s'est attaché à leur réalisation dans l'ordre suivant :

1° Epreuve pronostique de compréhension.

1. Objectif : déterminer dans quelle mesure des élèves terminant le cycle d'orientation sont disponibles vis-à-vis de problèmes mathématiques originaux sur des matières non encore enseignées au cours de leurs études.
2. Contenu : la première mouture de cette épreuve concerne la compréhension et l'emploi de la notion de "DISTANCE".
On y trouve :
 - a) une définition axiomatique de la notion de "Distance" ;
 - b) une série de questions à choix multiples et à formulation courte (traduction en compréhension ou en extension, réponses chiffrées).

Les critères attribués aux différentes réponses attendues ont permis le prélèvement de 58 items destinés à apporter de l'information en vue de la critique des activités ^{proposées} aux élèves.

3. Dispositif : comme il ne s'agit que d'une passation pré-expérimentale à ambition limitée, aucun dispositif particulier n'a été envisagé. L'épreuve a été soumise à un certain nombre de classes selon leur disponibilité à la fin de l'année scolaire 1975-1976 (Bastogne, Libramont, Bomal-sur-Ourthe, Jemelle, Houffalize).
4. Résultats : l'analyse des résultats est actuellement en cours. L'étude détaillée des réponses des élèves a déjà permis des modifications dans la formulation des exercices.
Une analyse plus approfondie par des techniques d'évaluation informative devrait aboutir à la constitution d'un test expérimental à mettre à l'épreuve en juin 1977.

2° Epreuve diagnostique de connaissance.

1. Objectif: pour porter des fruits et autoriser les professeurs à mettre sur pied des procédures de rattrapage cette épreuve devait se présenter en début d'année scolaire et envisager les connaissances "réflexes" acquises au cours des trois premières années du secondaire.
2. Contenu : les mécanismes opératoires et les calculs simples qui leur sont associés constituent l'objet de cette épreuve.
On y trouve:

- les produits remarquables ;
- les équations simples et les petits systèmes d'équations ;
- les puissances avec exposant entier ;
- les radicaux numériques ;
- la factorisation ;
- tous les types d'opérations numériques sur les fractions (avec également des expressions littérales) ;
- les homothéties et leurs rapports.

La collecte d'un grand nombre d'exercices a débouché sur la confection de 4 épreuves de niveaux différents :

- ° Deux épreuves relativement courtes (26 et 23 questions) destinées à être résolues sans limite de temps.
La première (1) était considérée comme facile, la deuxième (2) comme difficile.
- ° Deux épreuves assez longues constituées chacune de trois séries de 15 questions couvrant chacune l'ensemble des types d'exercices. L'ordre d'apparition des exercices a été tiré au sort pour chaque série.
La première de ces épreuves (3) était constituée de deux séries très faciles et une série facile.
L'autre épreuve (4) contenait une série facile et deux séries difficiles. Pour ces deux épreuves longues, le temps de travail était limité à 40 minutes.

3. Dispositif : étant donné le nombre de questions à étudier et la nécessité de vérifier les hypothèses sous-jacentes à chaque épreuve, un dispositif plus complexe a été mis en place. Il ne peut cependant avoir de prétentions scientifiques, car toutes les classes participantes ont été choisies en fonction de leur accessibilité. Chaque classe est soumise à deux épreuves : une en temps libre et une en temps limité :

- a) Tests 1 et 3
- b) Tests 1 et 4
- c) Tests 2 et 3
- d) Tests 2 et 4

On prévoyait une moyenne de 4 classes pour chaque paire d'épreuves, ce qui devrait rapporter de 150 à 200 observations pour chaque test.

Il était également prévu de recueillir pour chaque élève, dans la mesure du possible, les informations suivantes :

- a) L'élève suit-il un cycle long ou court?
- b) Combien d'heures de mathématique l'élève suivait-il en première année du cycle d'orientation?
- c) Combien d'heures de mathématique l'élève suit-il en deuxième année du cycle d'orientation?

Les épreuves ont été passées dès le début de l'année scolaire 1976-1977 en deuxième année du cycle d'orientation.

4. Résultats: les premières impressions des correcteurs ont été assez pessimistes.

- a) Il semblerait que les épreuves aient surpris les élèves trop tôt en début d'année scolaire.
- b) Les épreuves paraissent trop difficiles (surtout les épreuves 2 et 4).

Le nombre d'élèves ayant participé à chaque épreuve devrait permettre une étude plus fine des résultats, notamment par des techniques d'évaluation informative.

Liste des établissements ayant pris part à ces épreuves :

BASTOGNE
BOMAL-SUR-OURTHE
JEMELLE
HOUFFALIZE
LIBRAMONT
MONTEGNEE
NEUFCHATEAU

3° Epreuve pronostique d'application. -

Aux termes du projet initial, cette troisième épreuve devait évaluer l'aptitude des élèves à l'application pratique de données nouvelles.

L'aptitude à l'APPLICATION visée par cette épreuve se heurte à deux problèmes délicats :

- a) Si l'application est proche de l'UTILISATION DE L'ACQUIS (1) la construction d'une épreuve est rendue difficile par les différences d'acquis existant entre les classes visées.

(1) "Faire le point sur ... l'enseignement secondaire rénové."
Direction générale de l'organisation des études. Bruxelles 1974.p.169
Application: Il s'agit d'évaluer la capacité de l'enfant à utiliser des connaissances acquises ou des données qu'on lui fournit.
Cette opération mentale est essentiellement déductive : l'élève utilise des principes généraux (idées générales, méthodes, règles, techniques, théories) pour les appliquer à des situations particulières.

b) Si le concept d'application est défini dans un contexte taxonomique rigoureux (1) qui permet d'échapper aux contraintes de l'acquis, le risque est grand de voir les enseignants de la mathématique considérer cette épreuve en contradiction avec les objectifs d'intégration qu'ils poursuivent, tout en constatant qu'un grand nombre d'individus y sont réfractaires et trouveraient dans l'application un moyen efficace d'atteindre un degré de technicité acceptable en mathématique.

La conception de cette troisième épreuve s'avère donc difficile et les constructeurs seront très attentifs aux réactions enregistrées aussi bien du côté des élèves que des enseignants.

Une ou plusieurs épreuves seront prétestées dans le courant du premier trimestre de l'année civile 1977.

(1) VANDEVELDE et GUISLAIN.

Lexique relatif au cours de pédagogie psychologiques et expérimentale.

Presses Universitaires de Bruxelles (1975-1976).

"L'application consiste en l'opération de mise en pratique d'un processus donné dont seuls les effets apparaissent et dont la raison nous est étrangère. En ce sens, l'application exige une production étroitement dirigée, subordonnée à la règle et donc convergente...

L'application d'une règle suppose l'ignorance de la règle jusqu'au moment de l'exécution des données. La règle est impérative, n'appelle que la compréhension de la consigne et non sa pertinence ou de son origine.

Elle projette donc l'individu qui s'y livre dans une activité nouvelle affectivement très chargée. Cette propriété est accessible en évitant d'accompagner la règle d'exemples, ceux-ci risquant de permettre le raisonnement par analogie.

II ETUDE DES PREMIERS RESULTATS OBTENUS

Nous disposons donc de deux épreuves.

D'autres, de compréhension et d'application, sont en chantier. Nous tenterons de définir l'apport de l'évaluation informative dans la sélection d'items en vue de la construction d'épreuves normées.

A. Epreuve pronostique de compréhension.

Les distances.

Le premier projet, destiné aux élèves terminant le cycle d'orientation de l'enseignement secondaire rénové, est constitué d'une définition de la notion de "distance" et d'exercices typiques de compréhension à partir de cette notion.

L'épreuve comporte six pages. 58 items sont prélevés par l'évaluateur.

Les items (numéros entourés par des cercles) sont indiqués à droite des questions.

Les résultats recueillis sont consignés dans des matrices et transmis à l'ordinateur pour analyse.

NOM Prénom..... Classe.....

Distance

A. Soit E un ensemble. Considérons une relation qui, à tout couple d'éléments de E associe un et un seul réel positif.

Cette relation est ainsi une application de $E \times E$ dans \mathbb{R}^+ .

Si, de plus, cette application de $E \times E$ dans \mathbb{R}^+ possède les propriétés suivantes :

- 1) Quels que soient les éléments x, y de E , le réel correspondant au couple (x, y) est nul si et seulement si $x=y$, (autrement dit le réel correspondant à (x, y) est 0 si $x=y$ et différent de 0 si $(x \neq y)$)
- 2) Quels que soient les éléments x, y de E , le réel correspondant au couple (x, y) est aussi celui correspondant au couple (y, x) .
- 3) Quels que soient les éléments x, y, z de E , le réel correspondant au couple (x, z) est inférieur ou égal à la somme des réels correspondant aux couples $(x, y), (y, z)$,

alors elle est appelée "une (fonction) distance sur E ".

Désignons par d une telle fonction distance sur E . Le réel, correspondant par d au couple (x, y) d'éléments de E , c-à-d l'image du couple (x, y) par cette fonction distance d , est appelé distance des éléments x, y de E et désigné $d(x, y)$. Au lieu de $d((x, y))$ on a écrit plus simplement $d(x, y)$.

Cela étant, écrivez d'une manière symbolique les propriétés 1)2)3) énoncées ci-dessus.

- 1)
- 2)
- 3)

①

②

③

2

B. Voici un ensemble de six éléments : $\{a,b,c,e,f,g\}$.
 Désignons-le par F . Le tableau suivant définit une
 fonction distance sur F , désignons-la par d .

	a	b	c	e	f	g
a	0	2	3	4	3	5
b	2	0	1	5	2	3
c	3	1	0	4	4	2
e	4	5	4	0	4	3
f	3	2	4	4	0	5
g	5	3	2	3	5	0

Dans ce tableau, cette fonction est présentée comme
 suit : dans chaque case se trouve le réel corres-
 pondant au couple dont le premier élément est l'é-
 lément de la ligne et le second, celui de la colonne.
 Ainsi

	e
b	5

5 est le réel correspon-
 dant au couple (b,e) .

L'image du couple (a,b) , par exemple, est donc dé-
 signée $d(a,b)$ et appelée distance de a à b. Choi-
 sissez la réponse correcte :

$d(a,b)$ est 3 , 0 , 2 , 5 , 4 ④

$d(b,a)$ est 0 , 1 , 6 , 2 , 3 ⑤

Complétez :

$d(c,e) = \dots$; $d(e,c) = \dots$ ⑥ ⑦

La distance de c à f est \dots , donc la distance de
 f à c est \dots ⑧ ⑨

La distance de e à g est \dots , donc la distance de
 g à e est \dots ⑩ ⑪

$d(b,b) = \dots$, $d(a,e) = \dots$ ⑫ ⑬

3

C. Voici un ensemble à quatre éléments : $\{a, b, c, d\}$.

Désignons-le par G.

Les tableaux suivants définissent des applications de $G \times G$ dans \mathbb{R} (même utilisation que celle indiquée à la page 2).

Marquez, par une croix dans la case correspondante, le ou les tableaux qui définissent une fonction distance sur G.

	a	b	c	d
a	0	1	1	2
b	2	0	1	3
c	1	1	0	4
d	2	3	4	0

(14)

	a	b	c	d
a	0	1	1	1
b	1	0	1	1
c	1	1	0	1
d	1	1	1	0

(15)

	a	b	c	d
a	0	1	3	2
b	1	0	2	3
c	3	2	0	0
d	2	3	0	0

(16)

	a	b	c	d
a	0	3	2	4
b	3	0	6	7
c	2	6	0	4
d	4	7	4	0

(17)

	a	b	c	d
a	0	2	3	4
b	2	0	4	6
c	3	4	0	6
d	4	6	6	0

(18)

	a	b	c	d
a	0	-1	-2	-3
b	1	0	-3	-2
c	2	3	0	-3
d	3	2	3	0

(19)

D. Soit E un ensemble muni d'une fonction distance d. a étant un élément fixé de E et r un réel fixé, on appelle

(20)

- a) "cercle de centre a et de rayon r", l'ensemble des éléments de E dont la distance à a est r.
- b) "disque ouvert de centre a et de rayon r", l'ensemble des éléments de E dont la distance à a est strictement inférieure à r.
- c) "disque fermé de centre a et de rayon r", l'ensemble des éléments de E dont la distance à a est inférieure ou égale à r.

Complétez, en donnant "en compréhension", chacun des ensembles cités :

N.B. Donner un ensemble "en compréhension" c'est le présenter sous la forme

$$\{x \in \dots \mid \underbrace{\dots}_{\text{propriété caractéristique des éléments de}} \dots \text{l'ensemble}$$

- le cercle de centre a et de rayon r = (21)
- le disque ouvert de centre a et de rayon r = (22)
- le disque fermé de centre a et de rayon r = (23)

Reprenons alors l'ensemble $\{a,b,c,e,f,g\}$ muni de la distance d définie par le tableau

	a	b	c	e	f	g
a	0	2	3	4	3	5
b	2	0	1	5	2	3
c	3	1	0	4	4	2
e	4	5	4	0	4	3
f	3	2	4	4	0	5
g	5	3	2	3	5	0

- 1) Pour cet ensemble et cette distance, entourez, parmi les ensembles suivants donnés en extension, le cercle de centre a et de rayon 3.

$\{a,b,e\}$, $\{a,c,f\}$, $\{c,f\}$, $\{f\}$, $\{e,f\}$, \emptyset (24)

- 2) Donnez en extension :

- le cercle de centre b et de rayon 3 : (25)
 le cercle de centre e et de rayon 4 : (26)
 le cercle de centre e et de rayon 2 : (27)
 le cercle de centre c et de rayon 2,5 : (28)
 le disque ouvert de centre c et de rayon 2,5 : (29)
 le disque ouvert de centre c et de rayon 3 : (30)
 le disque fermé de centre c et de rayon 3 : (31)
 le disque ouvert de centre f et de rayon 2 : (32)
 le disque ouvert de centre f et de rayon 5 : (33)
 le disque ouvert de centre g et de rayon 10 : (34)
 le disque fermé de centre g et de rayon 10 : (35)
 le cercle de centre g et de rayon 5 : (36)
 le cercle de centre a et de rayon 5 : (37)

5

E. Soit E un ensemble muni d'une distance d.

a,b étant deux éléments fixés de E, on appelle "médiatrice de la paire {a,b}" l'ensemble des éléments de E équidistants de a et de b (c-à-d dont la distance à a égale la distance à b).

Complétez "en compréhension" :

médiatrice de {a,b} = (38)

En considérant de nouveau l'ensemble {a,b,c,e,f,g} muni de la distance d donnée par le tableau :

	a	b	c	e	f	g
a	0	2	3	4	3	5
b	2	0	1	5	2	3
c	3	1	0	4	4	2
e	4	5	4	0	4	3
f	3	2	4	4	0	5
g	5	3	2	3	5	0

la médiatrice de {c,e} est (entourez la bonne réponse) {a,g} , {a,e} , {f} , {g} , \emptyset . (39)

La médiatrice de {b,f} est

{b,f} , {b,f,c} , {a,g} , \emptyset , {c,e} . (40)

La médiatrice de {a,f} est

{a,b,c,e,f} , {a,b,e,g} , {b,e,g} , {a,g,b} , \emptyset . (41)

Donnez la médiatrice de {a,c} : (42)

Donnez la médiatrice de {g,f} : (43)

Les médiatrices de {a,c} de {a,f} de {c,f} ont l'élément e en commun.

Cet élément commun aux trois médiatrices est donc équidistant de a,c,f.

Complétez : $d(a, \quad) = d(c, \quad) = d(f, \quad)$ (44)

Il est le centre d'un cercle comprenant les trois éléments a,f,c :

le cercle de centre et de rayon (45)

6

F. Dans le plan Π , lorsqu'on mesure avec une demi-droite graduée (par exemple un double décimètre) la distance de deux points a,b, on associe au couple (a,b) un réel positif.

En procédant de même pour tous les couples de points du plan, on associe un réel positif à chaque couple de points du plan.

On définit de la sorte une application de $\Pi \times \Pi$ dans R^+ , celle qui à chaque couple de points du plan, associe la distance des points de ce couple. Désignons cette application par d.

La distance des points a et b est donc désignée par d (a;b).

Il est immédiat que, quels que soient les points a,b
 $d(a,a) = 0$; si $a \neq b$, alors $d(a,b) \neq 0$; $d(a,b) = d(b,a)$.

Si la figure assure la vérité de la proposition fournie, marquez une croix dans la case correspondante du tableau suivant :

Propositions	Figures	1	2	3	4	5	6	7	8
$d(a,c) = d(a,b) + d(b,c)$									
$d(a,c) < d(a,b) + d(b,c)$									
$d(a,c) > d(a,b) + d(b,c)$									
$d(a,c) \leq d(a,b) + d(b,c)$									
$d(a,c) \geq d(a,b) + d(b,c)$									

(54)
(55)
(56)
(57)
(58)

Figures : (46) (47) (48) (49) (50) (51) (52) (53)

1 	2 	3
4 	5 	6
7 	8 	

Ce projet, qui révèle de nombreuses erreurs et dont la présentation n'est pas exempte de reproches, a été soumis à 137 élèves. Ce sont surtout leurs réactions et celles de leurs enseignants qui ont permis le plus d'ajustements. Cependant, nous retiendrons deux éléments utiles d'information :

1. L'évaluation informative sur l'ensemble des élèves.
2. L'analyse des correspondances de BENZECRI sur base typologique.

a) Evaluation informative sur l'ensemble des élèves.

Programme METSCI9 - 137 élèves

Questions d'enquête supérieure :

4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 18, 19

Questions de différenciation :

- 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37

- 46, 47, 48, 49, 50, 51, 55, 58

Nous suspectons ici la présence de deux familles .

Questions inférieures :

20, 38, 40, 41, 42, 43

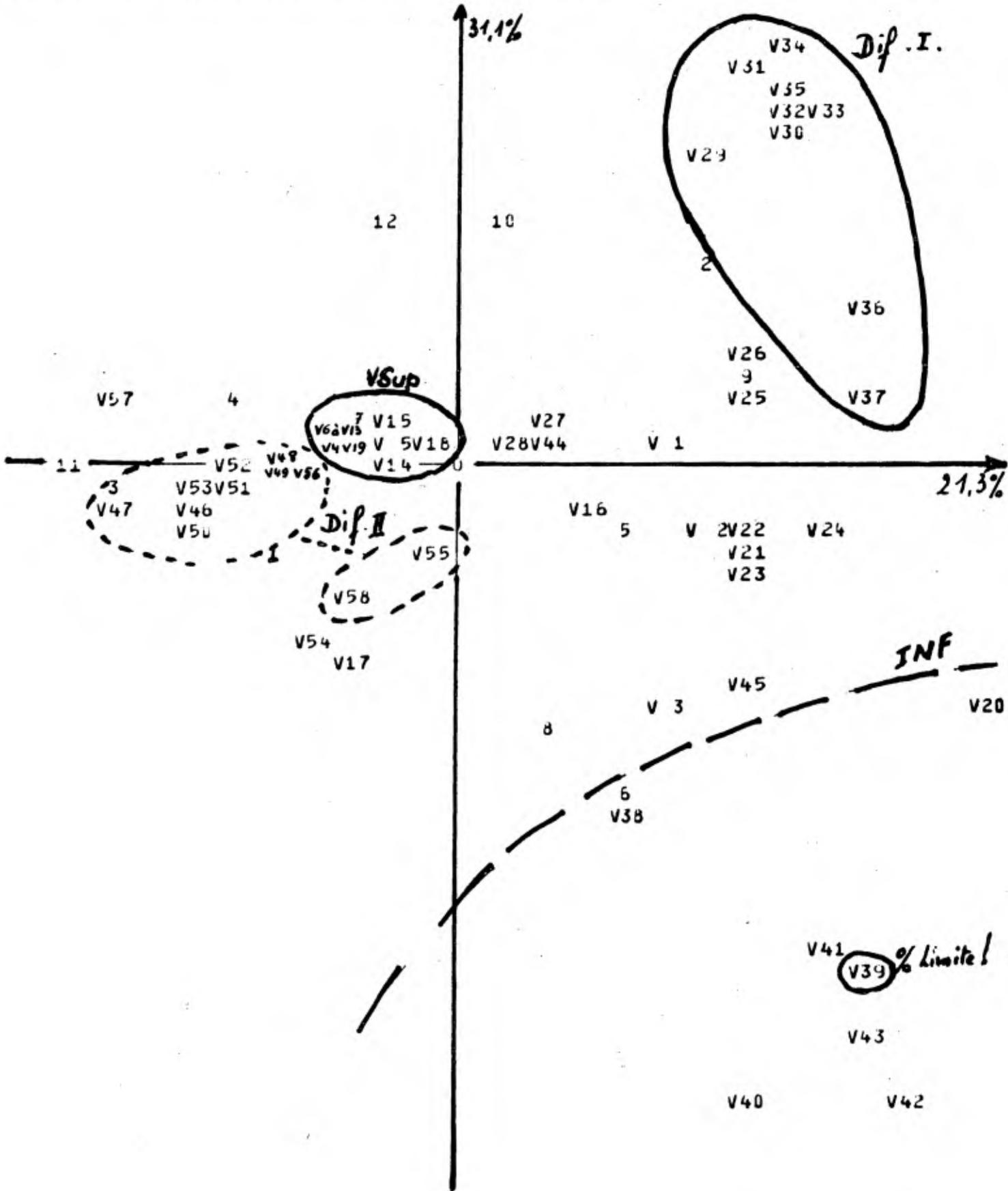
b) Analyse des correspondances sur base typologique.

voir tableau page 15.

Nous y trouvons un bloc constitué par l'enquête supérieure et un autre par la différenciation concernant les exercices sur les "disques". La différenciation portant sur la dernière question est beaucoup moins homogène (surtout les items relatifs aux propositions et non aux figures).

Les items 52 et 53 y figurent (même type de question) alors que l'évaluation informative les rejetait en interaction. Les items concernant la médiatrice se regroupent également dans le bas du tableau et l'item 39, au pourcentage limite dans l'intervalle de confiance, y est repris.

REPRESENTATION D ENSEMBLE SUR LES DEUX AXES



Conclusions :

- Un soin particulier est accordé à la présentation de la prochaine moûture, soumise aux élèves en juin 1977 (voir pages suivantes).
- Les items 4 à 9 sont maintenus, de manière à mettre l'élève en confiance.
- On garde les items 14 à 20, mais on accordera une attention toute particulière aux items 16 et 17, qui semblent constituer la seule difficulté de la question C.
- Les items 10 à 13 sont introduits pour vérifier la compréhension de la définition et appuyer les résultats des items 16 et 17. L'item 19 est légèrement modifié.
- Le tableau accompagnant la question D a été remanié pour être conforme à la définition de la distance.
- On a ajouté une ultime question, qui mesure l'aptitude des élèves à élaborer une construction à partir de la définition.

Distance.

A. Soit E un ensemble. Considérons une relation qui, à tout couple d'éléments de E, associe un et un seul réel positif.

Cette relation est ainsi une application de E x E dans R⁺.

Si, de plus, cette application de E x E dans R⁺ possède les propriétés suivantes:

- 1) Quels que soient les éléments x, y de E
le réel correspondant au couple (x,y) est nul si et seulement si x = y ,
(autrement dit le réel correspondant à (x,y) est 0 si x = y et différent de 0 si x ≠ y)
- 2) Quels que soient les éléments x, y de E,
le réel correspondant au couple (x,y) est aussi celui correspondant au couple (y,x).
- 3) Quels que soient les éléments x,y,z de E,
le réel correspondant au couple (x,z) est inférieur ou égal à la somme des réels correspondant aux couples (x,y), (y,z),
elle est appelée "une fonction distance sur E".

Désignons par d une telle fonction distance sur E. Le réel correspondant par d au couple (x,y) d'éléments de E , c-à-d l'image de (x,y) par cette fonction distance d, est appelé distance des éléments x,y de E et désigné d(x,y).

-Au lieu de d ((x,y)) nous écrivons plus simplement d(x,y)-

Cela étant, écrivez d'une manière symbolique les propriétés 1) 2) 3) énoncées ci-dessus.

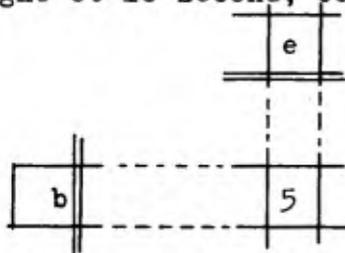
- 1) (1)
- 2) (2)
- 3) (3)

B. Voici un ensemble à six éléments: $\{a,b,c,e,f,g\}$. Désignons le par F .
Le tableau suivant définit une fonction distance sur F , désignons la par d .

	a	b	c	e	f	g
a	0	2	3	4	3	5
b	2	0	1	5	2	3
c	3	1	0	4	3	2
e	4	5	4	0	4	3
f	3	2	3	4	0	5
g	5	3	2	3	5	0

Dans ce tableau, cette fonction est présentée comme suit: dans chaque case se trouve le réel correspondant au couple dont le premier élément est l'élément de la ligne et le second, celui de la colonne.

Ainsi



5 est le réel correspondant au couple (b,e).

L'image du couple (a,b), par exemple, est donc désignée $d(a,b)$ et appelée distance de a à b. Choisissez la réponse correcte:

$d(a,b)$ est 3 , 0 , 2 , 5 , 4 (4)

$d(b,a)$ est 0 , 1 , 6 , 2 , 3 (5)

Complétez:

$d(c,e) = \dots$; $d(e,c) = \dots$ (6) (7)

La distance de c à f est \dots , donc la distance de f à c est \dots . (8) (9)

Considérons les points b, f, g.

$d(b,f) = \dots = d(f,b)$; $d(f,g) = \dots = d(g,f)$; $d(g,b) = \dots = d(b,g)$ (10)

On a bien

$d(b,f) \leq \dots + \dots$ (11)

$\dots \leq d(g,f) + \dots$ (12)

$\dots \leq \dots + d(f,g)$ (13)

C. Voici un ensemble à quatre éléments: $\{a,b,c,e\}$. Désignons le par G .
 Les tableaux suivants définissent des applications de $G \times G$ dans \mathbb{R} (même utilisation que celle indiquée à la page 2)
 Marquez oui ou non dans la case correspondante des tableaux, suivant qu'ils définissent ou non une fonction distance sur G .

	a	b	c	e
a	0	1	1	2
b	2	0	1	3
c	1	1	0	4
e	2	3	4	0

	a	b	c	e
a	0	1	1	1
b	1	0	1	1
c	1	1	0	1
e	1	1	1	0

	a	b	c	e
a	0	1	3	2
b	1	0	2	3
c	3	2	0	0
e	2	3	0	0

(14) (15) (16)

	a	b	c	e
a	0	3	2	4
b	3	0	6	7
c	2	6	0	4
e	4	7	4	0

	a	b	c	e
a	0	2	3	4
b	2	0	4	6
c	3	4	0	6
e	4	6	6	0

	a	b	c	e
a	0	-1	-2	-3
b	-1	0	-3	-2
c	-2	-3	0	-3
e	-3	-2	-3	0

(17) (18) (19)
(20)

D. Soit E un ensemble muni d'une fonction distance d .
 a étant un élément fixé de E et r un réel fixé, on appelle

- "cercle de centre a et de rayon r ", l'ensemble des éléments de E dont la distance à a est r .
- "disque ouvert de centre a et de rayon r ", l'ensemble des éléments de E dont la distance à a est strictement inférieure à r .
- "disque fermé de centre a et de rayon r ", l'ensemble des éléments de E dont la distance à a est inférieure ou égale à r .

Complétez en donnant "en compréhension" chacun des ensembles cités:
 N.B. Donner un ensemble "en compréhension" c'est le présenter sous la forme

$$\left\{ x \in \dots \mid \underbrace{\dots}_{\text{propriété caractéristique des éléments de l'ensemble}} \right\}$$

le cercle de centre a et de rayon r = (21)

le disque ouvert de centre a et de rayon r = (22)

le disque fermé de centre a et de rayon r = (23)

Reprenons l'ensemble $\{a,b,c,e,f,g\}$ muni de la distance d donnée par le tableau

	a	b	c	e	f	g
a	0	2	3	4	3	5
b	2	0	1	5	2	3
c	3	1	0	4	3	2
e	4	5	4	0	4	3
f	3	2	3	4	0	5
g	5	3	2	3	5	0

- 1) Pour cet ensemble et cette distance, entourez, parmi les ensembles suivants donnés en extension, le cercle de centre a et de rayon 3

$\{a,b,e\}$, $\{a,c,f\}$, $\{c,f\}$, $\{f\}$, $\{e,f\}$, \emptyset

(24)

- 2) Donnez en extension:

le cercle de centre b et de rayon 3:

(25)

le cercle de centre e et de rayon 4:

(26)

le cercle de centre e et de rayon 2 :

(27)

le cercle de centre c et de rayon 2,5 :

(28)

le disque ouvert de centre c et de rayon 2,5 :

(29)

le disque ouvert de centre c et de rayon 3 :

(30)

le disque fermé de centre c et de rayon 3 :

(31)

le disque ouvert de centre f et de rayon 2 :

(32)

le disque ouvert de centre f et de rayon 5 :

(33)

le disque ouvert de centre g et de rayon 10 :

(34)

le disque fermé de centre g et de rayon 10 :

(35)

le cercle de centre g et de rayon 5 :

(36)

le cercle de centre a et de rayon 5 :

(37)

E. Soit un ensemble E muni d'une distance d .

a, b étant deux éléments fixés de E , on appelle "médiatrice de la paire $\{a, b\}$ " l'ensemble des éléments de E équidistants de a et de b (c-à-d dont la distance à a égale la distance à b).

Complétez "en compréhension":

médiatrice de $\{a, b\} = \dots\dots\dots$

(38)

En considérant l'ensemble $\{a, b, c, e, f, g\}$ muni de la distance d donnée par le tableau suivant

	a	b	c	e	f	g
a	0	2	3	4	3	5
b	2	0	1	5	2	3
c	3	1	0	4	3	3
e	4	5	4	0	4	3
f	3	2	3	4	0	5
g	5	3	3	3	5	0

la médiatrice de $\{c, e\}$ est (entourez la bonne réponse)

$\{a, g\}$, $\{a, e\}$, $\{g\}$, $\{f\}$, \emptyset

(39)

La médiatrice de $\{b, f\}$ est

$\{b, f\}$, $\{b, f, c\}$, $\{a, g\}$, \emptyset , $\{c, e\}$

(40)

La médiatrice de $\{a, f\}$ est

$\{a, b, c, e, f\}$, $\{b, e, g\}$, $\{b, c, e, g\}$, $\{a, g, b\}$, \emptyset

(41)

Donnez la médiatrice de $\{a, c\}$:

(42)

Donnez la médiatrice de $\{g, f\}$:

(43)

Les médiatrices de $\{a, c\}$ de $\{a, f\}$ de $\{c, f\}$ ont l'élément e en commun.

Cet élément commun aux trois médiatrices est donc équidistant de a, c, f .

Complétez: $d(a,) = d(c,) = d(f,)$

(44)

Il est le centre d'un cercle comprenant les trois éléments a, f, c :

le cercle de centre ... et de rayon ...

(45)

F. Dans le plan \mathbb{P} , lorsqu'on mesure avec une demi-droite graduée (par exemple un double décimètre) la distance de deux points a,b, on associe au couple (a,b) un réel positif.

En procédant de même pour tous les couples de points du plan, on associe un réel positif à chaque couple de points du plan.

On définit de la sorte une application de $\mathbb{P} \times \mathbb{P}$ dans \mathbb{R}^+ , celle qui, à chaque couple de points du plan, associe la distance des points de ce couple. Désignons cette application par d.

La distance des points a et b est donc désignée par $d(a,b)$.

Il est immédiat que, quels que soient les points a,b

$$d(a,a) = 0 ; \text{ si } a \neq b, \text{ alors } d(a,b) \neq 0 ; d(a,b) = d(b,a) .$$

Marquez oui ou non dans les cases du tableau suivant, selon que la figure correspondante assure ou non la vérité de la proposition fournie.

propositions \ figures	1	2	3	4	5	6	7	8
$d(a,c) = d(a,b) + d(b,c)$								
$d(a,c) < d(a,b) + d(b,c)$								
$d(a,c) > d(a,b) + d(b,c)$								
$d(a,c) \leq d(a,b) + d(b,c)$								
$d(a,c) \geq d(a,b) + d(b,c)$								

(46) (47) (48) (49) (50) (51) (52) (53)

(54)
(55)
(56)
(57)
(58)

Figures

1.	2.	3.
4.	5.	6.
7.	8.	

G. Voici un ensemble $\{a,b,c,e,f\}$ muni de la distance donnée par le tableau suivant

	a	b	c	e	f
a	0	5	5	4	3
b	5	0	6	3	4
c	5	6	0	3	5
e	4	3	3	0	6
f	3	4	5	6	0

Construisez ci-dessous quatre points a, b, c, e dont les distances correspondent à celles du tableau ci-dessus (unité : 1 cm). Les points a et e sont déjà placés. Si la construction est impossible, faites une croix sur le dessin.



59

Faites la construction pour les quatre points a, c, e, f.

60



B. Epreuve diagnostique de connaissance.

Ainsi que nous l'avons exposé dans le rapport cité plus haut, notre dispositif prévoyait quatre épreuves (voir pages suivantes). Ces épreuves ont donc été proposées dans une série d'établissements secondaires de l'Etat, et nous avons rassemblé les résultats pour les traiter selon les critères suivants par les techniques d'évaluation informative :

1. Une étude des résultats globaux sur l'ensemble de la population ayant participé à chaque épreuve.
2. Une étude comparative des résultats selon le nombre d'heures de mathématiques suivi en deuxième année du cycle d'orientation, c'est-à-dire le nombre d'heures de mathématique dont les élèves bénéficient au moment du testing. L'information concernant le nombre d'heures en première année avait été jugée intéressante, mais elle n'a pu être traitée, car elle a été trop souvent omise sur les feuilles de réponses.
3. Une étude comparative selon le cycle suivi par les élèves. Nous avons utilisé la distinction entre "cycle long" et "cycle court", encore employée actuellement dans les écoles, mais qui correspond aux dénominations "enseignement de transition" et "enseignement technique de qualification" que l'on retrouve dans les circulaires ministérielles.
 - "l'enseignement de transition, qui prépare l'accès au troisième degré et à l'enseignement supérieur, tout en permettant l'entrée dans la vie active."
 - "l'enseignement technique de qualification, qui prépare plus directement à l'entrée dans la vie active, tout en permettant la poursuite d'études supérieures. (1)
 L'enseignement professionnel, qui est surtout suivi par les élèves ne souhaitant pas poursuivre leurs études au-delà de l'enseignement secondaire, n'est pas concerné par nos épreuves.

(1) Brochure sur l'enseignement secondaire de type I : Aux parents, éditée par le Ministère de l'Education nationale et de la Culture française. 2ème édition 1977 - p.16

NOM :

Prénom :

Date:

N° :

TEST 1

Remarque : tous les calculs nécessaires doivent être faits sur la feuille.

Énoncés	Solutions
1. Résous $2x + 3 = 7$	
2. $2x - 3 < x + 7$	
3. Calcule $(-2)^5 =$	
4. $7^{-1} =$	
5. $(\frac{2}{7})^{-2} =$	
6. $(-\frac{22}{7})^{\bullet} =$	
7. Effectue $(4x - 5y)(4x + 5y) =$	
8. $(2a + 3b)^2 =$	
9. $(5x - 3y)^2 =$	
10. $(x-2)(x^2 + 2x + 4) =$	
11. $(x - 1)^3 =$	
12. $(y + 2)^3 =$	

NOM :

Prénom :

N° :

TEST 1 (suite)

13. Calcule $\sqrt{0,09} =$

14. $\sqrt{32} =$

15. $\sqrt{75} + \sqrt{27} =$

16. Factorise
 $2ac + 2ab =$

17. $ax + bx - by - ay =$

18. $25y^2 - 9 =$

19. $50a^2 - 2b^2 =$

20. $9a^2b^2 - 30ab + 25 =$

21. $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 =$

22. Calcule
 $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{1}{2} =$

23. $\frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{7}{3}\right) =$

24. $\frac{2}{5} : \frac{5}{7} =$

NOM :

Prénom :

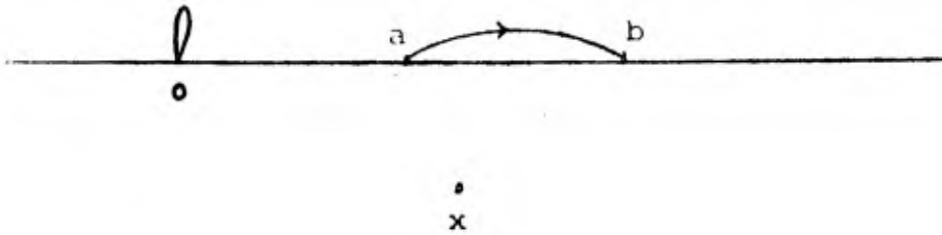
N° :

TEST 1 (suite)

25. Résous

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

26. Cherche l'image de x par l'homothétie suivante



Prénom :

Date :

N

TEST 2

Remarque : tous les calculs nécessaires doivent être faits sur la feuille.

1. Résous

$$6\left(x - \frac{3}{4}\right) + 5 = \frac{9}{5}x - 6$$

2. Résous

$$\frac{1}{5}x - \frac{1}{2} < \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}$$

3. Calcule

$$(0,4)^{-1} =$$

$$((-1)^3)^{-3} =$$

5. Effectue

$$(-xy)^{-4} =$$

6. si $a = 2$ et $b = -3$

calcule la valeur numérique de

$$ab^3 - \frac{a}{b} + 3ab^2$$

7. Effectue

$$\left(-\frac{1}{5}x + \frac{3}{4}y\right)\left(-\frac{1}{5}x - \frac{3}{4}y\right)$$

8. Effectue

$$(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)$$

NOM :

Prénom :

N° :

TEST 2 (suite)

9. Effectue

$$(-7x^2 - 3y)^2 =$$

$$10. (2a^2b^3 - 3ab^2)^3 =$$

$$11. \text{ Calcule } \sqrt{\frac{256}{16}}$$

$$12. \frac{\sqrt{7} + \sqrt{2}}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} =$$

13. Factorise

$$2y(x+2) + x(x+2) - (x+2)$$

$$14. 5 + b - 5a - ab =$$

$$15. 25b^2 - \frac{36}{49}a^2 =$$

$$16. 4(a-b)^2 - 9(a+b)^2 =$$

$$17. x^2 - 4x + 4 - y^2 =$$

$$18. x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{8} =$$

NOM :

Prénom :

N° :

TEST 2 (suite)

19. Calcule $\frac{a-b}{a} + \frac{a+b}{b} =$

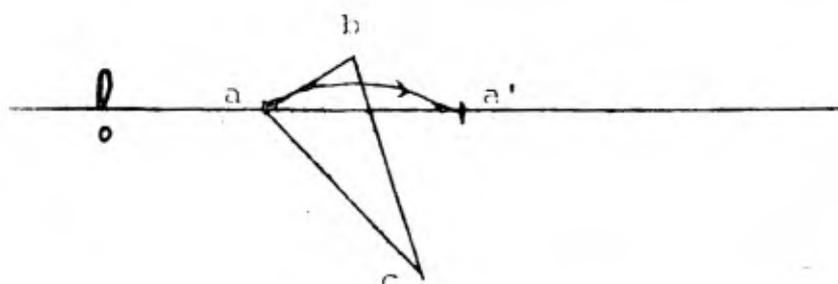
20. $\frac{1}{5} \times (\frac{3}{4} - \frac{1}{7}) =$

21. $\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} =$

22. Résous

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

23. Recherche l'image de la figure par l'homothétie donnée.



NOM :

Prénom :

Date :

N° :

TEST 3

Remarque : tous les calculs nécessaires doivent être faits sur la feuille.

1. Effectue $(3x - 4y)^2 =$

2. Factorise
 $m(a-b) - n(a-b) =$

3. $16x^2 - 81y^2 =$

4. Résous $2x + 7 < x - 5$

5. Effectue $(2x - 3y)^3 =$

6. $(\frac{x}{2} - 2)(\frac{x}{2} + 2) =$

7. Factorise
 $x^6 - 12x^4 + 48x^2 - 64 =$

8. Calcule $(-3)^2 =$

9. Factorise
 $\frac{1}{4}x^2 + 3x + 9 =$

10. Résous $3x - 5 = 10$

11. $\begin{cases} x + y = 11 \\ x - y = -1 \end{cases}$

12. Factorise
 $ax - 4x + 4y - ay$

NOM :

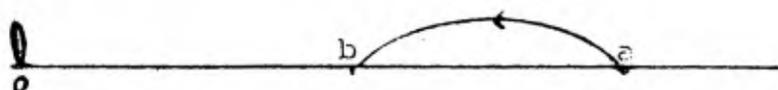
Prénom :

N° :

TEST 3 (suite)

13. Calcule

$$\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{6} - \frac{4}{5} \right) =$$

14. Cherche l'image de x par l'homothétie suivante x 15. Calcule $\sqrt{98}$ =16. Résous $\frac{2}{5} + x = \frac{3}{4}$ 17. Effectue $(x - \frac{1}{2})^3 =$

18. Factorise

$$2x^3 + 2x + 3x^2 + 3$$

19. Effectue $(-3a + 2b)^2 =$ 20. Factorise $4x^2 - \frac{1}{25}y^2 =$ **Résous**

$$21. \begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

Nom :

Prénom :

N° :

TEST 3 (suite)

22. Résous $\frac{1}{3}x - \frac{1}{4} > \frac{1}{6}$

23. Calcule $\sqrt{\frac{108}{64}}$

24. Factorise
 $x^{2n} + 8x^n + 16 =$

25. Calcule $(\frac{5}{9})^{-1} =$

26. $\frac{10}{11} : \frac{5}{33} =$

27. Factorise
 $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

28. Calcule $-3^2 =$

29. Factorise
 $(a+b)(x-y) + (x-y) + 3a(x-y)$

30. Effectue $(x^2 + 1)(x^2 - 1)$

31. Résous $\begin{cases} 2x - 5y = -8 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$

NOM :

Prénom :

N° :

TEST 3 (suite)

32. Résous $x - 4 < 2(x + 5)$

33. Effectue

$$(0,7x + 0,9y^3)(0,7x - 0,9y^3) =$$

34. Factorise $a^5 - 16ab^8 =$

35. $a^3 - a^2 - a + 1 =$

36. Résous

$$\frac{x}{3} - \frac{x+1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{3-x}{3}$$

37. Factorise

$$a(x - y) - b(y - x) =$$

38. $(a^2 - 4)^2 + 6(a^2 - 4) + 9 =$

Nom :

Prénom :

N. :

TEST 3 (suite)

39. Calcule

$$\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} =$$

40. Calcule

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-4} =$$

41. Factorise

$$3x^3 - 18x^2 + 36x - 24 =$$

42. Calcule

$$(\sqrt{5} - 2\sqrt{3})(\sqrt{5} + 2\sqrt{3}) =$$

43. Calcule

$$a^2 : a^{-2} =$$

44. Effectue

$$(3x^2 - 2x^3)^2$$

$$45. (3x - 1)(9x^2 + 3x + 1) =$$

NOM :

Prénom :

Date :

N° :

TEST 4

Remarque : tous les calculs nécessaires doivent être faits sur la feuille.

1. Effectue $(2a - 3)^3 =$

2. $(3x - 1)(3x + 1) =$

3. Factorise $a^3 + a^2 + a + 1$

4. Résous $\begin{cases} x + y = 9 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$

5. Calcule $(-4)^3 =$

6 Factorise

$$2a(x - y) - b(x - y)$$

7. $x^2 - 4y^2 =$

8. Résous $5x - 4 < 3x + 10$

9. $3x - 2 = x + 7$

10. Factorise $a^4 + 2a^3 + a^2 =$

Nom :

Prénom :

N° :

TEST 4 (suite)

1. Calcule $\left(\frac{3}{5} - \frac{7}{4}\right) \cdot \frac{1}{6} =$

2. Factorise

$$a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3$$

3. Effectue $(2x - 3y)^2$

4. Calcule $\sqrt{0,25} =$

5. Calcule : $\sqrt{20} =$

6. Résous $\begin{cases} 3x + 2y = 10 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$

7. Factorise

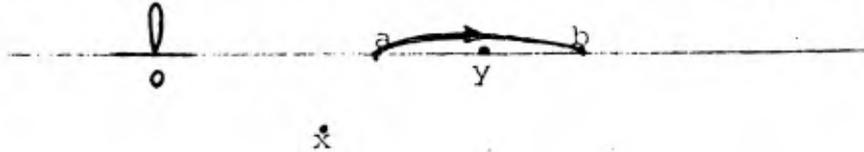
$$14x^3 + 28x^2 - 6xy - 12y =$$

NOM :

Prénom :

N° :

TEST 4 suite)

18. Cherche l'image de x puis de y par l'homothétie suivante

19. Calcule $(5^{-1})^{-2}$

20. Factorise $(x - y)^2 - z^2 =$

21. Calcule
 $\sqrt{125} + 2\sqrt{500} - 4\sqrt{75} =$

22. Effectue $(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y)^3 =$

23. $(\frac{2}{3}x^3 y^2 - \frac{5}{7}yz)(\frac{2}{3}x^3 y^2 + \frac{5}{7}yz) =$

24. Résous $2x + 1 = 3x + 1$

25. $2(x - \frac{1}{3}) - (2x + 5) \geq 3x + \frac{1}{2}$

NOM :

39.

Prénom :

N° :

TEST 4 (suite)

26. Calcule $\frac{1}{x^2+xy} + \frac{1}{xy+y^2} =$

27. Effectue $(\frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{4}y)^2 =$

28. Effectue
 $(x + \frac{1}{2})(x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{4})$

29. Factorise
 $0,2a^2x - 0,6a^2 + 0,8a^2x^2 =$

30. $b^2 + \frac{1}{b^2} + 2 =$

31. Factorise
 $(0,008a^3 - 0,12a^2 + 0,6a - 1)$

32. $a^2 - 2a - b^2 + 1$

33. Calcule $1 - \frac{1}{2 - \frac{1}{3 - \frac{1}{4}}} =$

NOM :Prénom :N° :TEST 4 (suite)

$$34. \text{ Résous } \begin{cases} 3x + 2y = -12 \\ x - 3y = 7 \end{cases}$$

$$35. \text{ Factorise } x^2 - (y + z)^2 =$$

$$36. \text{ Effectue } (2x - 1)(2x + 1)(4x^2 + 1) =$$

$$37. \left(\frac{1}{3}y + 1\right)^3$$

$$38. \text{ Calcule } \sqrt{7} \cdot \sqrt{21}$$

$$39. \text{ Calcule } \left((-2)^2\right)^{-2} =$$

$$40. \text{ Effectue } (0,6x^2 + 1,2y)^2$$

NOM :

41.

Prénom :

N° :

TEST 4 (suite)

41. Factorise

$$6ax - 9bx + 15cx - 4ay + 6by - 10cy$$

42. Résous

$$\frac{2x}{2} - \frac{3x - 2}{10} \geq \frac{5x + 2}{2} + 1$$

43. Calcule

$$\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

44. Factorise

$$x^2yz + xy^2z + xyz^2$$

45. Résous

$$x^2 - 3x = 0$$

Analyse des résultats enregistrés.

Comme nous l'avons annoncé dans le rapport d'activités destiné au Ministère de l'Education nationale et de la Culture, les premières impressions des correcteurs furent assez pessimistes.

Nous verrons, par l'analyse, s'il est cependant possible de retirer de la masse d'informations(139 items) des renseignements suffisant pour construire les épreuves demandées.

1. TEST 1

(26 items - temps libre - facile)

Groupe total (134 élèves)	Répartition selon le nombre d'heures de mathématique	Répartition selon le cycle suivi
<u>Items supérieurs</u> 1, 3, 22	MATH. 2 HEURES 28 élèves <u>Items supérieurs</u> 1, 22	CYCLE LONG 42 élèves <u>Items supérieurs</u> 1, 22, 26
<u>Différenciation</u> 7, 8, 9, 12, 16, 18, 20, 21, 23	<u>Différenciation</u> 3, 13, 26	<u>Différenciation</u> 8, 9, 10, 13, 16, 21, 24
<u>Items inférieurs</u> 5, 6, 19, 25	<u>Items inférieurs</u> 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 14 à 21, 23, 25	<u>Items inférieurs</u> 4, 5, 25
	MATH. 3 HEURES 42 élèves <u>Items supérieurs</u> 1, 3, 22	CYCLE COURT 92 élèves <u>Items supérieurs</u> 1, 3, 22
	<u>Différenciation</u> 8, 9, 10, 20, 21, 24	<u>Différenciation</u> 7, 8, 9, 14, 16, 18, 20, 21
	<u>Items inférieurs</u> 5, 11, 19, 25	<u>Items inférieurs</u> 5, 6, 11, 12, 17, 19, 25
	MATH. 4 HEURES 41 élèves <u>Items supérieurs</u> 1, 3	
	<u>Différenciation</u> 7, 8, 9, 11, 12, 18, 20, 21, 24	
	<u>Items inférieurs</u> 5, 6, 23, 25	
	MATH. 6 HEURES 10 élèves <u>Items supérieurs</u> 1, 7, 22, 26	
	<u>Différenciation</u> 3, 4, 11, 13, 15, 16, 19, 21, 25	
	<u>Items inférieurs</u> 5, 6	

2. TEST 2

(23 items - temps libre - difficile)

Groupe total <u>151 élèves</u>	Répartition selon le nombre d'heures de mathématique	Répartition selon le cycle suivi
<u>Items supérieurs</u> néant	<u>MATH. 3 HEURES</u> 20 élèves	<u>CYCLE LONG</u> 133 élèves
<u>Différenciation</u> 13, 14, 20	<u>Items supérieurs</u> néant	<u>Items supérieurs</u> néant
<u>Items inférieurs</u> 2, 5, 9, 10, 12, 15, 16, 17, 18, 19, 21	<u>Différenciation</u> 4, 22	<u>Différenciation</u> 1, 7, 13, 14, 15
	<u>Items inférieurs</u> Tous sauf 4, 6, 11, 22	<u>Items inférieurs</u> 2, 3, 5, 8, 10, 12, 16, 17, 18, 19, 21, 23
	<u>MATH. 4 HEURES</u> 48 élèves	<u>CYCLE COURT</u> 18 élèves
	<u>Items supérieurs</u> néant	<u>Items supérieurs</u> néant
	<u>Différenciation</u> 3, 13	<u>Différenciation</u> néant
	<u>Items inférieurs</u> Tous sauf 3, 4, 13, 23	<u>Items inférieurs</u> 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 12 à 19, 21, 22
	<u>MATH. 6 HEURES</u> 83 élèves	
	<u>Items supérieurs</u> néant	
	<u>Différenciation</u> 1, 7, 9, 13, 14, 15	
	<u>Items inférieurs</u> 5, 10, 12, 16, 17, 21	

3. TEST 3

(45 items - 30 très faciles - 15 faciles - temps limité)

Groupe total 160 élèves	Répartition selon le nombre d'heures de mathématique	Répartition selon le cycle suivi
<u>Items supérieurs</u> 8, 10 <u>Différenciation</u> 1, 2, 6, 19, 20 <u>Items inférieurs</u> 5, 7, 11, 12, 17, 18, 21 à 24, 29, 31 à 38 40 à 45	<u>MATH. 2 HEURES</u> 26 élèves <u>Items supérieurs</u> 8, 10 <u>Différenciation</u> néant <u>Items inférieurs</u> 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 15 puis tous sauf 25, 26, 30, 43 <u>MATH. 3 HEURES</u> 44 élèves <u>Items supérieurs</u> 8, 10 <u>Différenciation</u> 9, 20, 27 <u>Items inférieurs</u> 1, 5, 7, 11, 12, 15, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 29, 32 à 45 <u>MATH. 4 HEURES</u> 53 élèves <u>Item supérieur</u> 8 <u>Différenciation</u> 1, 6, 9, 15, 19, 27 <u>Items inférieurs</u> 5, 7, 12, 17, 18, 20, 22, 23 24, 29, 32 à 38, 40 à 43, 45 <u>MATH. 6 HEURES</u> 25 élèves <u>Items supérieurs</u> 8, 14 <u>Différenciation</u> 1, 3, 6, 9, 18, 19, 20, 24, 27, 29, 30, 32, 35, 39, 43, 44 <u>Items inférieurs</u> 7, 17, 23, 34, 36, 38, 40, 41	<u>CYCLE LONG</u> 90 élèves <u>Item supérieur</u> 8 <u>Différenciation</u> 1, 6, 20 <u>Items inférieurs</u> 5, 7, 11, 17, 18, 21, 23, 24, 31 à 38, 40 à 44, 12 <u>CYCLE COURT</u> 70 élèves <u>Items supérieurs</u> 8, 10 <u>Différenciation</u> 1, 3, 6, 19, 27 <u>Items inférieurs</u> 5, 7, 11, 12, 13, 17, 18, 20 à 24, 29, 31 à 38, 40 à 45

4. TEST 4

(45 items - 15 faciles - 30 difficiles - temps limité)

Groupe total 179 élèves	Répartition selon le nombre d'heures de mathématique	Répartition selon le cycle suivi
<u>Item supérieur</u> 5 <u>Différenciation</u> 6, 7, 27, 28 <u>Items inférieurs</u> 1, 17, 18, 21, 22, 25, 26, 29 à 34, 37 à 43, 45	<u>MATH. 3 HEURES</u> 75 élèves <u>Item supérieur</u> 5 <u>Différenciation</u> 2, 6, 20 <u>Items inférieurs</u> 1, 16, 17, 18, 21, 22, 25, 26, 27, 29 à 34, 37 à 43, 45 <u>MATH. 4 HEURES</u> 35 élèves <u>Items supérieurs</u> néant <u>Différenciation</u> 2, 9 <u>Items inférieurs</u> 1, 3, 4, 7, 10, 12, 13, 16, 17, 18, 20 à 23, 25 à 45 <u>MATH. 6 HEURES</u> 69 élèves <u>Items supérieurs</u> 9, 13, 24 <u>Différenciation</u> 4, 16, 20, 27, 35, 36 <u>Items inférieurs</u> 18, 21, 22, 25, 26, 30, 31, 32, 33, 38, 40, 41, 42, 43, 45	<u>CYCLE LONG</u> 141 élèves <u>Items supérieurs</u> 5, 9 <u>Différenciation</u> 3, 28 <u>Items inférieurs</u> 1, 17, 18, 21, 22, 25, 26 29 à 34, 37 à 43, 45 <u>CYCLE COURT</u> 38 élèves <u>Item supérieur</u> 5 <u>Différenciation</u> 2, 7, 13 <u>Items inférieurs</u> 1, 3, 4, 10, 15 à 18, 20 à 23, 25 à 45

Conclusions :

Bien sûr, le déchet est très important, surtout dans les épreuves jugées "difficiles". Nous pouvons cependant exploiter cette masse d'informations en vue de la construction d'un matériel adapté aux objectifs spécifiques.

III CARACTERISTIQUES DES EPREUVES PROJETEES

1° L'élaboration d'une épreuve diagnostique pour le début de l'année scolaire.

Cette épreuve normative présentera une grille équilibrée, tant en ce qui concerne le contenu que la difficulté des questions. Les inaptitudes des élèves au niveau des mécanismes algébriques fondamentaux devront être mises en évidence.

Le choix des items sera donc guidé par plusieurs constatations :

- a) le degré de difficulté que nous schématisons par les trois catégories : supérieure, moyenne, inférieure.
(La distinction entre les items de différenciation et d'interaction ne nous apporte qu'une information fragile, dans la mesure où nous allons bouleverser l'ordre des questions et les puiser dans des épreuves très différentes. Il n'en reste pas moins vrai que les items de différenciation, par leur cohérence, sont particulièrement représentatifs des items de difficulté moyenne.
- b) l'opposition relative entre les différents groupes d'élèves étudiés (en fonction du nombre d'heures de mathématique, ou selon l'appartenance au cycle long ou court).
- c) le contenu des questions, qui constituera un ensemble représentatif des exigences algébriques au cycle de détermination de l'enseignement secondaire rénové.

2° L'introduction d'un nombre restreint de ces questions dans une épreuve d'"utilisation de l'acquis".

Si nous estimons qu'un diagnostic est nécessaire en début d'année scolaire, encore faut-il vérifier par la suite l'évolution des élèves lorsqu'une didactique destinée à corriger les lacunes relevées a été mise en place.

Nous prévoyons donc l'élaboration d'une épreuve parallèle à celle que nous présentons en début d'année scolaire (actuellement en chantier), mais nous avons aussi introduit 8 de ces questions dans l'épreuve d'"utilisation de l'acquis" qui prendra place au milieu de l'année scolaire.

IV CONTENU DES EPREUVES PROJETEESA. Epreuve diagnostique

Nom: _____ Date: _____

Prénom: _____

Nombre d'heures de cours de mathématique cette année: _____

Nombre d'heures de cours de mathématique l'année dernière: _____

Tous les calculs que tu fais doivent être écrits sur cette feuille.

Enoncés	Réponses
1. Résous $2x + 3 = 7$	
2. Résous $2x - 3 < x + 7$	
3. Calcule $(-2)^5$	
4. Calcule $(\frac{2}{7})^{-2}$	
5. Effectue $(4x - 5y)(4x + 5y)$	
6. Effectue $(5x - 3y)^2$	
7. Calcule $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{1}{2}$	
8. Factorise $2a(x - y) - b(x - y)$	
9. Factorise $50a^2 - 2b^2$	
10. Effectue $(x - 1)^3$	

<p>11. Calcule</p> $\sqrt{0,09}$	
<p>12. Résous</p> $\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 10 \end{cases}$	
<p>13. Factorise</p> $\frac{1}{4} x^2 + 3 x + 9$	
<p>14. Résous</p> $3x - 2 = x + 7$	
<p>15. Calcule</p> $\frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{7}{3}\right)$	
<p>16. Simplifie les radicaux et effectue</p> $\sqrt{75} + \sqrt{27}$	
<p>17. Factorise</p> $x^3 - 6 x^2 + 12 x - 8$	
<p>18. Factorise</p> $a x - 4 x + 4 y - a y$	
<p>19. Calcule</p> $(-4)^3$	
<p>20. Calcule</p> $\frac{2}{5} : \frac{5}{7}$	

Caractéristiques des questions retenues.

Comme ces questions n'ont pas été modifiées, il sera possible de comparer les résultats que nous comptons enregistrer bientôt à ceux que nous avons déjà récoltés.

1. TEST 1 - item 1

Item supérieur dans tous les groupes.

Cet item est destiné à mettre l'élève en confiance, quelle que soit sa compétence.

2. TEST 1 - item 2

Item d'interaction à pourcentage de réussite moyen, sauf pour le groupe des "math. 2 heures" pour lequel il est inférieur.

3. TEST 1 - item 3

Item supérieur pour le groupe total, également pour les élèves recevant 3 et 4 heures de mathématique en 4ème année, et pour les élèves du type court.

4. TEST 1 - item 5

Item inférieur partout.

5. TEST 1 - item 7

Item de différenciation pour le groupe total.

Il est inférieur pour les "math. 2 heures", de différenciation pour les "math. 4 heures" et supérieur pour les "math. 6 heures". Il participe au groupe de différenciation chez les élèves du cycle court.

6. TEST 1 - item 9

Item de différenciation pour le groupe total et presque dans chaque sous-groupe. Seuls les "math. 2 heures" ont un résultat inférieur.

7. TEST 1 - item 22
Item supérieur partout, sauf pour les "math. 4 heures".
8. TEST 1 - item 6
Item de différenciation pour le groupe total et pour les "math. 3 heures". Ailleurs, il est en interaction.
9. TEST 1 - item 19
Item inférieur pour le groupe total.
Cependant, il différencie les "math. 6 heures" tout en restant inférieur pour les "math. 2 heures", les "math. 3 heures" et pour les élèves qui suivent le cycle court.
10. TEST 1 - item 11
Item d'interaction pour le groupe total.
Il est inférieur pour les "math. 2 et 3 heures" et de différenciation pour les autres. Inférieur pour les élèves du cycle court, il est en interaction pour ceux du cycle long.
11. TEST 1 - item 13
Item d'interaction pour le groupe total, il différencie cependant les "math. 2 heures" et les "math. 6 heures".
12. TEST 1 - item 25
Item inférieur pour le groupe total.
Il différencie le groupe des "math. 6 heures" (qui ne compte cependant que 10 élèves...).
13. TEST 3 - item 9
Item d'interaction pour le groupe total, il différencie les "math. 4 heures" et les "math. 6 heures".

14. TEST 4 - item 9

Item d'interaction pour le groupe total.

Il différencie les "math. 4 heures", mais il est supérieur pour les élèves du cycle long.

15. TEST 1 - item 23

Item de différenciation pour le groupe total.

Il est inférieur pour les "math. 2 heures" et les "math. 4 heures".

Ailleurs, il est en interaction.

16. TEST 1 - item 15

Item d'interaction pour le groupe total.

Il est inférieur pour les "math. 2 heures" et il différencie les "math. 6 heures".

17. TEST 1 - item 21

Item de différenciation pour le groupe total, et pour tous les autres sous-groupes, sauf les "math. 2 heures".

18. TEST 3 - item 12

Item inférieur pour le groupe total et pour tous les sous-groupes, sauf pour les "math. 6 heures" où il est en interaction.

19. TEST 4 - item 5

Item supérieur pour le groupe total et pour tous les sous-groupes, sauf les "math. 4 heures" et les "math. 6 heures" où il est en interaction.

20. TEST 1 - item 24

Item d'interaction pour le groupe total, mais de différenciation pour les "math. 3 heures", les "math. 4 heures" et pour les élèves du cycle long.

B. Epreuve d' utilisation de l'acquis (1ère partie)

Nom: _____ Prénom: _____

Nombre d'heures de cours de mathématique: _____

Énoncés	Réponses
.Résous $5x - 4 < 3x + 10$	
.Résous $\begin{cases} x + y = 11 \\ x - y = -1 \end{cases}$	
.Effectue $(2a + b)^2$	
.Effectue $(\frac{x}{2} - 2)(\frac{x}{2} + 2)$	
Calcule et simplifie $\frac{10}{11} : \frac{5}{33}$	
Factorise $2ac + 2ab$	
Factorise $25y^2 - 9$	
Ecris un terme égal à 7^{-1}	

Caractéristiques des questions retenues.

1. TEST 4 - item 8
Item d'interaction.
2. TEST 3 - item 11
Item inférieur pour le groupe total et dans chacun des sous-groupes, sauf pour les "math. 4 heures et 6 heures" où il est en interaction.
3. TEST 1 - item 8
cet item a été légèrement modifié.
Il est cependant en différenciation pour le groupe total et dans chacun des sous-groupes, sauf pour les "math. 2 heures" où il est inférieur.
4. TEST 3 - item 6
Item de différenciation pour le groupe total, pour les "math. 4 heures et 6 heures" et pour les élèves des deux cycles (long et court).
Il est inférieur pour les "math. 2 heures."
5. TEST 3 - item 26
Item d'interaction partout.
6. TEST 1 - item 16
Item de différenciation pour le groupe total, pour les "math. 6 heures" et dans les deux cycles. (long et court).
7. TEST 1 - item 18
Item de différenciation pour le groupe total, pour les "math. 4 heures" et pour les élèves du cycle court.
8. TEST 1 - item 4
Item d'interaction pour le groupe total, inférieur pour les "math. 2 heures" et les élèves du cycle long, en différenciation pour les "math. 6 heures".

CONCLUSIONS

La construction de ces épreuves s'est effectuée sur la base des informations recueillies à partir des données des quatre épreuves initiales. Il est cependant évident qu'il faudra attendre les résultats d'une passation ultérieure pour enregistrer les éléments indispensables à la mise au point des épreuves définitives.

Nous pourrons alors confronter les nouveaux résultats avec ceux que nous avons déjà enregistrés, afin de construire une épreuve définitive sur laquelle nous établirons un étalonnage.

TABLE DES MATIERES

APPLICATION DES TECHNIQUES D'EVALUATION INFORMATIVE
A LA CONSTRUCTION D'EPREUVES STANDARDISEES

	Pages
<u>INTRODUCTION</u>	1
<u>I PRESENTATION DES EPREUVES</u>	2
1°) Epreuve pronostique de compréhension	3
1. Objectif	3
2. Contenu	3
3. Dispositif	3
4. Résultats	3
2°) Epreuve diagnostique de connaissance	3
1. Objectif	3
2. Contenu	3
3. Dispositif	4
4. Résultats	5
3°) Epreuve pronostique d'application	5
<u>II ETUDE DES PREMIERS RESULTATS OBTENUS</u>	7
A. Epreuve pronostique de compréhension :	
Les distances	7
- Projet initial (1975 - 1976)	7
a) Evaluation informative sur l'ensemble des élèves	14
b) Analyse des correspondances sur base typologique	14
Conclusions	16
- Epreuve proposée en juin 1977	17
B. Epreuve diagnostique de connaissance	24
Test 1	25
Test 2	28
Test 3	31
Test 4	36
<u>Analyse des résultats enregistrés</u>	42

1. Test 1	43.
2. Test 2	44
3. Test 3	45
4. Test 4	46
Conclusions	47
<u>III CARACTERISTIQUES DES EPREUVES PROJETEES</u>	47
1°) L'élaboration d'une épreuve diagnostique pour le début de l'année	47
2°) L'introduction d'un nombre restreint de ces questions dans une épreuve d'utilisation de l'acquis	48
<u>IV CONTENU DES EPREUVES PROJETEES</u>	
A. Epreuve diagnostique	49
- Caractéristiques des questions retenues	51
B. Epreuve d'utilisation de l'acquis	54
- Caractéristiques des questions retenues	55
<u>CONCLUSIONS</u>	56
<u>TABLE DES MATIERES</u>	57

