VII. Méthode semi-empirique

Comme on a pu le constater dans le chapitre précédent, les effets 2D susceptibles de se manifester dans les transformateurs de puissance sont nombreux. Ils ne sont pas toujours significatifs, mais rendent l'utilisation de la méthode analytique 1D relativement inconfortable dès le moment où les limites d'application de celle-ci sont mal connues.

Différentes méthodes de calcul 2D existent: la simulation par éléments finis bien entendu, dont nous avons démontré la fiabilité par rapport aux transformateurs réels, mais également les méthodes moins classiques exposées au chapitre IV Toutes ces techniques sont cependant relativement lourdes à utiliser en milieu industriel: elles nécessitent un temps de calcul important qui limite en général leur utilisation à des études de cas. Le concepteur aimerait au contraire disposer d'outils lui permettant notamment de réaliser aisément des études paramétriques avec toute la précision voulue, afin de trouver rapidement le dimensionnement optimal.

C'est ce difficile compromis entre rapidité et précision que nous essayons de satisfaire dans ce chapitre. En nous limitant à un enroulement formé d'une couche de ruban susceptible de subir un effet de bord, nous développons une formule appelée "semi-empirique" qui fournit, en tenant compte du champ 2D, la valeur des pertes cuivre sur toute la gamme de fréquence. Cette formule, basée sur une forme analytique proche de celle utilisée par Dowell, synthétise au moyen de coefficients empiriques les résultats d'un grand nombre de simulations par éléments finis.

Plan du chapitre

VII.1 Forme analytique	
VII.2 Elaboration de la formule semi-empirique F _R *	
VII.3 Validations expérimentales	
VII.4 Nouvelles règles de conception 2D	
VII.5 Autres types d'enroulements	
VII.6 Conclusion	

VII - Méthode semi-empirique

VII.1 Forme analytique adaptée

En préalable au développement de la formule semi-empirique elle-même, nous recherchons ici une forme analytique capable de reproduire la courbe d'augmentation de résistance réelle d'un enroulement en tenant compte des effets 2D, ce dont la formule de Dowell est incapable.

VII.1.1 Augmentation de résistance réelle d'un enroulement

L'idée de départ consiste ici à trouver une expression empirique capable de reproduire pour un enroulement donné la courbe d'augmentation de résistance obtenue en simulation ou mesurée. Le but est simplement pour l'instant de disposer d'une expression mathématique synthétisant le comportement réel de l'enroulement, sans spécialement chercher à l'expliquer.

Comme on a pu le constater dans le chapitre précédent, les formules de la méthode analytique ne conviennent pas puisqu'elles négligent en effet une série d'effets 2D dont nous avons dressé l'inventaire. D'autres phénomènes peuvent également intervenir, comme par exemple l'impédance des terminaisons, également variable en fréquence (voir Figure II-101, page 213). On ne considère par contre que les effets relatifs à la résistance: nous ignorons ici les résonances dues aux capacités parasites.

On souhaite une expression la plus générale possible, capable de reproduire les résultats de tous les types d'enroulements: conducteurs de forme quelconque, enroulements multicouches et éventuellement écrans. Les simulations des Figures II-87 (p. 187), II-105 (p. 221) et II-106 (p. 222) montrent quelques exemples des courbes à reproduire.

VII.1.2 Forme analytique

Principe

Supposons qu'on dispose typiquement d'une dizaine de mesures ou de simulations d'un transformateur particulier, réparties sur toute la gamme de fréquence. On cherche une forme analytique qui, grâce à quelques paramètres à ajuster, constituerait une courbe reproduisant le comportement fréquentiel observé dans les mesures. L'ajustement des paramètres peut se faire classiquement par une régression minimisant la somme des carrés des écarts.

En appelant F_{Ri} (*i*=1 à *N*) les mesures prises aux fréquences X_i et α_k (*k*=1 à *K*) les paramètres à ajuster, on cherche donc une fonction

$$F(X;\alpha_1,...,\alpha_K)$$
(VII.1-1)

à laquelle on appliquera une régression tendant à minimiser

$$\sum_{i=1}^{N} \left[Log F(X_i; \alpha_1, ..., \alpha_K) - Log F_{Ri} \right]^2$$
(VII.1-2)

VII.1 - Méthode semi-empirique: Forme analytique adaptée

La qualité de l'expression F se mesure bien entendu dans le fait qu'on obtient un résultat suffisamment proche des valeurs F_{Ri} aux points X_i (l'égalité n'étant pas nécessaire) et que le comportement de la courbe entre ces points reste réaliste. On préférera une solution contenant peu de paramètres à ajuster.

Forme polynomiale

La première idée qui vient à l'esprit est de prendre une expression polynomiale. Cette solution est cependant très vite abandonnée car elle donne de piètres résultats. La courbe typique de F_R est en effet constituée de deux zones linéaires séparées par une partie courbe, ce qui en fait un ensemble très difficile à approcher par un polynôme. Compte tenu du fait qu'on désire un degré de précision assez élevé (permettant notamment de comparer un calcul 1D et un calcul 2D), on arrive rapidement à un nombre de paramètres α_k important pour un résultat relativement mauvais: on maîtrise peu le comportement de la courbe entre les points de mesure et celle-ci diverge tout-à-fait en dehors du domaine où elle a été identifiée.

Forme analytique 1D adaptée

Il existe une solution beaucoup plus élégante. La formule analytique de Dowell, étant basée sur la physique du problème, possède globalement le bon comportement fréquentiel. Par contre, elle ne reproduit pas les mesures avec précision puisqu'elle est limitée à un modèle 1D. Nous prenons donc l'option de modifier cette expression pour la rendre adaptable à n'importe quel ensemble de mesures.

Nous devons pour cela introduire dans la formule analytique initiale des paramètres α_k . C'est la raison qui nous amène à baptiser la méthode présentée dans ce chapitre "méthode semiempirique": celle-ci combine une base rigoureuse –la solution analytique des équations de Maxwell– à des paramètres fixés de manière purement empirique.

Quels paramètres introduire dans la formule de Dowell? On se souviendra, selon l'analyse du chapitre précédent, que par rapport à un calcul 1D, la valeur réelle de F_R peut être:

- plus élevée à la fréquence de base (effet de bord),
- plus faible ou plus élevée aux fréquences harmoniques (augmentation de la surface conductrice et effets de bord HF divers).

La Figure II-108 (reproduite du §VI.8.5 relatif aux confirmations expérimentales) montre des exemples typiques des courbes à modéliser (points de mesure en bleu, courbe en orange):



Figure II-108: Exemples de courbes réelles à modéliser (extraites du §VI.8.5)

Premier paramètre

Pour rappel, la formule de Dowell peut s'exprimer de la manière suivante (§III.1.1):



Figure II-109: Courbes de l'augmentation de résistance obtenues par la formule analytique

Sur base de la Figure II-109, on se rend compte qu'on peut faire du nombre de couches un premier paramètre empirique: en permettant en effet à *m* de prendre n'importe quelle valeur réelle positive, on obtient toutes les courbes intermédiaires entre celles dessinées ci-dessus. En

VII.1 - Méthode semi-empirique: Forme analytique adaptée

particulier, on peut imaginer qu'une valeur de m=0,8 par exemple reproduirait mieux que la valeur m=1 la courbe orange (graphe de gauche) de la Figure II-108.

Pour distinguer l'expression originale et l'expression modifiée, nous remplaçons m par τ , notre premier paramètre ajustable, dans cette dernière. La forme analytique que nous recherchons peut donc pour l'instant s'écrire:

$$F(X;\tau) = X \frac{\sinh 2X + \sin 2X}{\cosh 2X - \cos 2X} + 2X \frac{\tau^2 - 1}{3} \frac{\sinh X - \sin X}{\cosh X + \cos X}$$
(VII.1-4)

Second paramètre

On se souvient d'autre part que le facteur de remplissage, introduit par Dowell pour tenir compte de conducteurs distincts, a pour effet de déformer la courbe de F_R comme illustré à la Figure II-110. Nous choisissons donc η , jouant dans les équations le même rôle que le facteur de remplissage, comme second paramètre. Celui-ci peut maintenant prendre n'importe quelle valeur et n'est plus lié à la proportion de cuivre sur la largeur de l'enroulement.



Figure II-110: Déformation de la courbe de F_R par le facteur de remplissage (ici η =200% et η =50%)

On ne manquera pas à ce propos de remarquer ceci: Dowell, en introduisant son facteur de remplissage, a commis une erreur théorique comme on a eu l'occasion de l'expliquer. Cependant, il a par là fait exactement ce qu'il convenait pour rapprocher sa courbe théorique des mesures constatées sur des conducteurs distincts. Néanmoins l'accord n'est pas parfait car la valeur du facteur de remplissage utilisée par Dowell est fixée par la géométrie de l'enroulement, qui ellemême n'a pas de lien théorique avec l'effet 2D amenant la diminution de F_R . En permettant à η de prendre n'importe quelle valeur, nous ne faisons qu'améliorer l'utilisation du facteur de remplissage pour nous rapprocher encore des mesures, et ce de manière plus cohérente que Dowell puisque η est ici explicitement un facteur empirique. C'est cependant longtemps après avoir donné cette

VII.1 - Méthode semi-empirique: Forme analytique adaptée

liberté au facteur de remplissage que nous avons constaté l'erreur de Dowell. Initialement, nous avions choisi le facteur de remplissage comme paramètre empirique par souci de cohérence avec la théorie initiale.

Avec ce second paramètre, la formule semi-empirique devient:

$$F(X;\tau,\eta) = X^* \frac{\sinh 2X^* + \sin 2X^*}{\cosh 2X^* - \cos 2X^*} + 2X^* \frac{\tau^2 - 1}{3} \frac{\sinh X^* - \sin X^*}{\cosh X^* + \cos X^*}$$
(VII.1-5)

où

$$X^* = X \sqrt{\eta} \tag{VII.1-6}$$

Troisième paramètre et forme finale

Les deux paramètres que nous avons introduits jusqu'ici permettent de déformer la courbe de F_R dans la zone des harmoniques, environ à partir de X=1. Deux paramètres sont nécessaires pour avoir suffisamment de degrés de liberté sur cette partie de la courbe. Ils ne permettent cependant pas de modéliser un des phénomènes les plus importants: l'effet de bord basse fréquence, menant à une augmentation des pertes entre X=0,1 et X=1 (graphe de droite de la Figure II-108).

En se limitant à une expression analytique du type de (VII.1-5), il paraît difficile de reproduire la pente de la courbe apparaissant entre X=0,1 et X=1. Nous devons donc introduire un terme supplémentaire dans la formule. Un terme linéaire (X^* modulé par un troisième paramètre ζ) donne de bons résultats: il permet d'introduire une distortion à basse fréquence sans dégrader la souplesse de la courbe en haute fréquence (Figure II-111). L'utilisation d'un terme linéaire ne se justifie pas par la physique du problème mais plutôt par la bonne qualité du résultat obtenu.



Figure II-111: Influence du paramètre ζ sur la courbe semi-empirique (ici pour $\zeta=0,5$)

VII.1 - Méthode semi-empirique: Forme analytique adaptée

On obtient donc finalement l'expression suivante:

$$F(X;\tau,\eta,\zeta) = X^* \frac{\sinh 2X^* + \sin 2X^*}{\cosh 2X^* - \cos 2X^*} + 2X^* \frac{\tau^2 - 1}{3} \frac{\sinh X^* - \sin X^*}{\cosh X^* + \cos X^*} + \zeta X^*$$
(VII.1-7)

Quelques tests effectués à ce stade ont montré que cette expression est capable de reproduire tous les types d'effets rencontrés jusqu'à présent, à condition d'ajuster judicieusement les paramètres τ , η et ζ . Les courbes orange des Figures II-105 (p. 221) et II-106 (p. 222) en sont des illustrations: elles ont été obtenues en appliquant une régression des moindres carrés sur les valeurs de F_R (prises en logarithme) obtenues en simulation pour chacun des transformateurs.

A titre d'exemple, le tableau ci-dessous récapitule les valeurs des paramètres obtenus pour les enroulements des six transformateurs ayant servi aux confirmations expérimentales du chapitre précédent (§VI.8). On remarque que les valeurs des paramètres sont cohérentes compte tenu de leur effet sur les courbes et des phénomènes constatés pour chaque enroulement. Pour ces six transformateurs, l'écart extrême constaté entre les simulations et la forme analytique adaptée s'élève à 7,6%. Pour la plupart des enroulements, il ne dépasse cependant pas 2%.

		primaire		secondaire			
	τ	η	ζ	τ	η	ζ	
valeur classique	3	1	0	1	1	0	
TFO1	2,826	0,990	0,0524	0,955	0,983	0,0176	
TFO2	2,962	0,717	0,0044	0,927	0,998	0,0465	
TFO3	1,903	0,445	0,0174	0,925	0,997	0,0514	
TFO4	2,458	0,963	0,310	1,137	0,594	0,401	
TFO5	2,812	0,670	0,0111	1,093	0,576	0,507	
TFO6	1,725	0,446	0,0147	1,096	0,624	0,418	

Tableau 22: Paramètres de régression des six transformateurs réels du chapitre VI

VII.1.3 Propriétés asymptotiques

Formule analytique initiale

La formule analytique originale de Dowell peut être réécrite de la manière suivante:

$$F_R(X) = M' + \frac{m^2 - 1}{3}D'$$
 (VII.1-8)

avec:

$$M' = X \frac{e^{2X} - e^{-2X} + 2\sin 2X}{e^{2X} + e^{-2X} - 2\cos 2X}$$
(VII.1-9)

VII.1 - Méthode semi-empirique: Forme analytique adaptée

$$D' = 2X \frac{e^{-X} - 2\sin X}{e^{-X} + e^{-X} + 2\cos X}$$
 (VII.1-10)
On montre facilement, en

développant en série les exponentielles et les fonctions trigonométriques, que M' tend vers 1 et D' tend vers 0 pour les faibles valeurs de X (X<0,1). Ce résultat ne surprendra personne⁴⁴ et correspond au fait qu'en basse fréquence, la résistance effective de l'enroulement est égale à sa résistance en continu:

$$F_R(X)\big|_{X\ll} \cong 1 \tag{VII.1-11}$$

Pour les valeurs élevées de X (X>10), on peut négliger les fonctions trigonométriques et les exponentielles négatives devant les exponentielles positives. De ce fait, on montre que M' tend vers X et que D' tend vers 2X. On obtient alors:

$$F_R(X)\Big|_{X>>} \cong \frac{2m^2 + 1}{3}X$$
 (VII.1-12)

Ceci correspond au fait qu'en axes logarithmiques F_R varie linéairement dans la zone des harmoniques, donnant une famille de droites de pente unitaire dont l'ordonnée varie en fonction du nombre de couches (voir Figure II-109):

$$Log F_R(X)|_{X>>} \cong Log X + Log \frac{2m^2 + 1}{3}$$
 (VII.1-13)

Forme analytique adaptée

Que deviennent ces propriétés pour la forme analytique modifiée? Pour les faibles valeurs de X, M' et D' tendent toujours respectivement vers 1 et 0 (η ne modifie pas ces propriétés). D'autre part le troisième terme (ζX^*) est beaucoup plus petit que 1 et donc négligeable devant M'. On a donc comme pour la formule de Dowell:

$$F(X;\tau,\eta,\zeta)\Big|_{X<<} \cong 1$$
(VII.1-14)

Pour les valeurs de X élevées, les développements asymptotiques de M' et D' restent valables à condition de remplacer X par X* en raison du facteur de remplissage. On obtient donc en tenant compte du troisième terme:

$$F(X;\tau,\eta,\zeta)\Big|_{X>>} \cong \left(\frac{2\tau^2+1}{3}+\zeta\right) X^*$$
(VII.1-15)

VII.1 - Méthode semi-empirique: Forme analytique adaptée

⁴⁴ Rappelons que le facteur M' traduit laugmentation de résistance due à l'effet pelliculaire seul alors que D' traduit le surcroît de pertes dû à l'effet de proximité.

ou encore

$$Log F (X;\tau,\eta,\zeta)\Big|_{X>>} \cong Log X + Log\left[\sqrt{\eta}\left(\frac{2\tau^2 + 1}{3} + \zeta\right)\right]$$
(VII.1-16)

Ici encore, on obtient aux fréquences harmoniques un ensemble de droites de pente unitaire. Les propriétés de la formule initiale sont donc conservées. Ceci a comme grand avantage, contrairement à d'autres formes analytiques comme les polynômes, que même si la régression a lieu dans une plage de fréquence limitée, le comportement de la fonction est connu en dehors de cette plage: malgré la présence de coefficients empiriques, la formule garde un caractère fondamentalement physique, ce qui justifie le nom donné à la méthode.

VII.1.4 Conclusion

En introduisant trois paramètres empiriques dans la formule analytique de Dowell, nous obtenons une forme analytique modifiée capable de reproduire la courbe F_R réelle de n'importe quel enroulement particulier. Cette façon de procéder possède plusieurs avantages: le nombre de paramètres introduits est très faible (trois), la précision de la solution est fort bonne et enfin les propriétés asymptotiques de la formule initiale, traduisant la physique du problème, sont conservées.

L'identification peut se faire individuellement pour chaque enroulement par une régression des moindres carrés dans un tableur quelconque. Grâce au comportement asymptotique de la forme modifiée, les résultats sont valables même en dehors de la plage de fréquence où a eu lieu la régression, pour autant que celle-ci porte sur un nombre de points suffisant dans la zone X=0,1 à X=10.

Un avantage supplémentaire est que cette formule, étant très proche de celle de Dowell, peut lui être très facilement substituée dans la plupart des programmes de calcul. On retombe d'ailleurs rigoureusement sur la forme analytique de Dowell en prenant les valeurs de référence: $\tau=m,\eta=1$ et $\zeta=0$.

VII.1 - Méthode semi-empirique: Forme analytique adaptée

VII.2 Elaboration de la formule semi-empirique F_{R*}

Après avoir développé une forme analytique capable de modéliser l'augmentation de résistance réelle de n'importe quel enroulement particulier, la méthode semi-empirique consiste à généraliser cette forme analytique en y emmagasinant les résultats d'un grand nombre de simulations. Nous développons ainsi pour des enroulements en ruban la formule semi-empirique F_R *, qui constitue un des résultats majeurs de notre travail.

VII.2.1 Etapes de la méthode semi-empirique

Principe

Le principe de la méthode développée dans ce chapitre consiste simplement à résumer dans une formule empirique les résultats d'un grand nombre de simulations 2D par éléments finis. Le but de cette démarche est d'allier la rapidité d'obtention du résultat avec la précision d'un calcul 2D. Les étapes de l'élaboration d'une telle formule sont les suivantes:

- trouver une forme analytique capable de représenter les courbes réelles de F_R, ce qui a été fait au point précédent (§VII.1),
- 2) identifier les variables géométriques qui influencent la valeur de F_R, ce qui nous amènera à restreindre l'étude à un type d'enroulement particulier,
- déterminer le domaine de variation possible de ces variables géométriques dans les transformateurs réels,
- 4) réaliser un nombre suffisant de simulations 2D pour couvrir ce domaine,
- 5) généraliser la forme analytique en exprimant les paramètres empiriques en fonction des variables géométriques caractéristiques du problème et de nouveaux paramètres empiriques à ajuster,
- 6) calculer la valeur de ces derniers au moyen d'une régression exploitant les simulations,
- 7) valider le résultat obtenu.

D'une manière plus formelle, la forme analytique adaptée développée au point précédent permet de représenter la courbe de F_R réelle d'*un enroulement donné* au moyen de trois valeurs particulières des paramètres τ , η et ζ :

$$F(X;\tau,\eta,\zeta) \tag{VII.2-1}$$

Nous faisons maintenant dépendre chacun de ces paramètres de la géométrie du transformateur, décrite par les variables Y_i à identifier:

$$\tau = f_{\tau}(Y_{1},...,Y_{N})$$

$$\eta = f_{\eta}(Y_{1},...,Y_{N})$$

$$\zeta = f_{\zeta}(Y_{1},...,Y_{N})$$
(VII.2-2)

VII.2 - Méthode semi-empirique: Elaboration de la formule semi-empirique F_R*

expressions où les fonctions f_i sont encore à déterminer. De cette manière, nous obtenons une hypersurface dépendant indirectement des variables géométriques et couvrant dans la meilleure hypothèse tous les transformateurs possibles:

$$F(X;Y_1,...,Y_N)$$
 (VII.2-3)

Il reste à opérer une régression pour amener cette hypersurface aussi près que possible des résultats de simulation dans tout le domaine couvert par celles-ci. Les fonctions f_i doivent pour cela contenir un certain nombre de nouveaux paramètres empiriques à ajuster, en remplacement des trois paramètres introduits pour un enroulement particulier. L'hypersurface obtenue, synthétisant les résultats de l'ensemble des simulations, sera notée F_R^* pour la distinguer de la formule 1D de Dowell (F_R).

En réalité, la progression décrite ci-dessus n'a pas été linéaire: de nombreux retours en arrière ont été effectués au fur et à mesure du développement de la formule. Ceux-ci n'étant souvent que des ajustements, nous présentons essentiellement le résultat final obtenu pour chaque étape. L'élaboration de la formule semi-empirique est également détaillée dans [167].

VII.2.2 Recherche des variables géométriques caractéristiques

Restriction à un type d'enroulement particulier

On a pu s'en rendre compte dans le chapitre précédent, les possibilités de types et de dispositions des enroulements sont très nombreuses. Il paraît donc indispensable de restreindre la méthode semi-empirique à un type d'enroulement particulier, quitte à développer plusieurs formules différentes. Nous choisissons le cas d'un enroulement en ruban monocouche, d'une largeur éventuellement plus faible que celle de la fenêtre, voyant un champ nul sur l'une de ses faces et un champ maximal sur l'autre (Figure II-112). On suppose pour cela qu'un autre enroulement, ici en fil rond, est présent dans la fenêtre et reprend les ampère-tours de l'enroulement étudié. Les deux enroulements possèdent la même largeur.



Figure II-112: La situation typique utilisée pour appliquer la méthode semi-empirique à un conducteur en ruban

VII.2 - Méthode semi-empirique: Elaboration de la formule semi-empirique F_{R*}

Nous revenons donc en quelque sorte à la notion de portion d'enroulement définie par Dowell (§III.1.1), avec cependant l'espoir d'élargir par la suite le champ d'application de la méthode. L'enroulement en ruban est choisi d'une part parce qu'il représente une situation dangereuse pour le concepteur (il est soumis à l'effet de bord basse fréquence, où la formule analytique 1D sousestime les pertes, voir §VI.4), d'autre part parce qu'il correspond à la situation demandant le moins de variables géométriques.

Identification des variables géométriques caractéristiques

L'étape suivante consiste à déterminer les variables géométriques caractéristiques du problème, c'est-à-dire les variables influençant la distribution de la densité de courant au sein du conducteur étudié. Pour trouver celles-ci, nous implémentons une série de modèles géométriquement différents, pour lesquels nous comparons les résultats des simulations et d'un calcul 1D sur toute la gamme de fréquence. Plus précisément, nous relevons deux valeurs particulières: l'erreur maximale autour de la fréquence de base (typique de l'effet de bord basse fréquence) et l'erreur aux fréquences harmoniques (qui varie peu en fonction de la fréquence comme on l'a montré au §VII.1.3).

En étudiant la variation de ces deux valeurs, nous avons pu mettre en évidence que la répartition 2D de la densité de courant dans le conducteur en ruban dépend, hormis la fréquence, des cinq paramètres géométriques définis à la Figure II-113: l'épaisseur du ruban h, la largeur du ruban b et celle de la fenêtre b_w , ainsi que les distances verticales vis-à-vis de l'autre enroulement L_{high} et de la ferrite L_{low} (les appellations "*high*" et "*low*" faisant référence à la valeur du champ sur la face du ruban concernée).



Figure II-113: Les cinq variables définissant géométriquement l'enroulement en ruban

Ces cinq variables sont nécessaires et suffisantes pour décrire la situation géométrique du ruban dans la fenêtre du transformateur. La dépendance en fonction des quatre premières variables étant relativement évidente, cette étape a surtout permis de vérifer que la variable L_{low} influence réellement les pertes cuivre et doit donc impérativement être prise en compte. Pour la facilité nous utiliserons une sixième variable que nous avions déjà définie précédemment: la distance d'isolation. Celle-ci est redondante avec les variables précédentes:

VII.2 - Méthode semi-empirique: Elaboration de la formule semi-empirique FR*

$$b_e = \frac{b_w - b}{2} \tag{VII.2-4}$$

Les variables ci-dessus se limitent à caractériser un seul des deux enroulements. Les simulations du chapitre précédent ont en effet montré à suffisance que le type de conducteur utilisé pour l'autre enroulement n'influence pas la répartition de la densité de courant dans le ruban. Le conducteur en fil rond pourrait d'ailleurs être en ruban lui aussi sans que le résultat de la simulation soit modifié. D'autre part, nous avons vérifié que la forme extérieure du noyau n'influence pas la répartition du champ, pour autant que la perméabilité reste élevée. Enfin on rappellera que cette description convient autant à un transformateur planaire qu'à un transformateur classique puisque les deux types de noyaux sont indiscernables en 2D.

Réduction des variables géométriques

De manière à généraliser l'étude, il est évidemment souhaitable de traduire les variables identifiées ci-dessus en variables adimensionnelles. C'est d'ailleurs la démarche suivie par Dowell lorsqu'il définit X comme la rapport de l'épaisseur du conducteur à l'épaisseur de peau. A ce sujet, deux remarques doivent être faites:

- la fréquence est la sixième variable caractéristique du problème. En théorie, on pourrait l'associer sans distinction au groupe des cinq variables géométriques influençant F_R. Nous préférons cependant la traiter séparément pour garder les propriétés fréquentielles de notre forme analytique (voir §VII.1).
- par comparaison avec nos cinq variables géométriques, Dowell n'en utilise qu'une seule: *h*. Ceci montre quel saut de complexité est nécessaire pour passer d'une à deux dimensions, sachant que nous nous sommes de surcroît volontairement limités à une situation simple.

La première idée est évidemment de normaliser quatre des variables au moyen de la cinquième. Nous avons pour notre part étudié plusieurs ensembles de variables réduites et basé notre choix sur la qualité finale du résultat, c'est-à-dire sur l'ensemble donnant l'écart le plus faible entre la formule finale et les simulations. Sur ce critère, nous avons obtenu les variables suivantes, qui constituent donc avec X (la fréquence réduite) les variables réduites caractéristiques du problème:

$$\begin{cases} Y_{1} = -3 + Log \frac{b}{h} \\ Y_{2} = \frac{b_{w} - b}{b_{w}} \\ Y_{3} = Log \frac{L_{high}}{h} \\ Y_{4} = Log \frac{L_{low}}{h} \end{cases}$$
(VII.2-5)

VII.2 - Méthode semi-empirique: Elaboration de la formule semi-empirique F_{R*}

Ces définitions supposent que toutes les grandeurs sont exprimées dans les mêmes unités. Si on exprime les longueurs en millimètres et l'épaisseur h en microns, on peut évidemment enlever le terme "-3" dans l'expression de Y₁.

En ce qui concerne l'interprétation de ces quatre variables réduites, on voit immédiatement que:

- Y1 constitue un "facteur de forme" (largeur/épaisseur) du ruban,
- Y_2 traduit le facteur d'isolation: $Y_2=1-\eta_e$,
- Y3 et Y4 comptent les distances verticales Lhigh et Llow en épaisseurs de conducteur.

A titre d'information, les ensembles suivants ont également été testés mais ont donné de moins bons résultats:

Y1	Y ₂	Y ₃	Y4		
$\frac{b}{2h}$	$\frac{b}{b_w}$	$Lograc{L_{high}}{h}$	$Log rac{L_{low}}{h}$		
$\frac{b}{2h}$	$1 - \frac{b}{b_w}$	$Log rac{L_{high}}{h}$	$Log rac{L_{low}}{h}$		
$Log \frac{b}{2h}$	$Log \frac{b_e}{h}$	$Log rac{L_{high}}{h}$	$Log rac{L_{low}}{h}$		
$rac{h}{L_{_{high}}}$	$\frac{b}{2L_{high}}$	$Log rac{b_e}{L_{high}}$	$Lograc{L_{low}}{L_{high}}$		
$Log rac{h}{L_{_{high}}}$	$Log rac{b}{2L_{high}}$	$Log rac{b_e}{L_{high}}$	$Lograc{L_{low}}{L_{high}}$		
ensemble retenu:					
$-3 + Log \frac{b}{h}$	$1 - \frac{b}{b_w}$	$Log rac{L_{high}}{h}$	$Log \frac{L_{low}}{h}$		

Tableau 23: Ensembles de variables géométriques réduites testés

VII.2.3 Domaine de validité

Domaine de variation des variables géométriques

L'étape suivante consiste à réaliser autant de simulations que nécessaire pour couvrir les variations possibles des variables géométriques et fréquentielle. On doit cependant s'efforcer de limiter le nombre de simulations, qui devient vite très important. Sur base des caractéristiques des transformateurs de puissance réels, on choisit le domaine et les pas de variation suivants:

VII.2 - Méthode semi-empirique: Elaboration de la formule semi-empirique F_R*

variable		minimum	maximum	n ^{bre} de valeurs			
Х		0,01	20	12			
h	(Y ₁) 30µn		350µm	5			
b/b _w	(Y_2)	40,9%	94,4%	4			
Lhigh	(Y3)	0 , 27mm	5,3mm	5			
L _{low} (Y ₄) 0,25mm		0 , 25mm	6,1mm	4			
Total: 400 modèles, 4800 simulations							

Tableau 24: Domaine de variation des variables caractéristiques

Les dimensions figurant dans ce tableau se rapportent initialement à un noyau EE42/21/15 (voir ci-dessous §VII.2.4). Bien entendu, grâce à l'utilisation des variables réduites, les résultats de la formule semi-empirique sont plus généraux.

Nous nous sommes efforcés de prendre une gamme de mesure la plus large possible, comme en témoignent certaines valeurs qui peuvent sembler exagérées (5mm pour L_{high} par exemple). Les valeurs précises choisies résultent souvent de contraintes de maillage et correspondent généralement soit à des valeurs que nous avons estimées suffisantes pour couvrir les dispositifs réels, soit à des valeurs au-delà desquelles on connaît de toute façon le comportement de F_R. Le Tableau 25 justifie individuellement chacune des limites retenues. Dans ce tableau, "valeur extrême" signifie que la valeur retenue nous semble suffisante pour couvrir tous les cas possibles, tandis que "résultat invariable" indique qu'au-delà de la limite indiquée, la variable n'influence plus la densité de courant dans le conducteur, comme constaté en simulation.

variable		minimum	maximum		
Х	0,01	pour X<0,01, la densité de courant est uniforme ($F_R=1$)	20	pour X>20, la pente de F_R est constante (voir §VII.1.3)	
h	30µm	valeur extrême	350µm	valeur extrême	
$\eta_e {=} b/b_w$	40,9%	-résultat invariable -valeur extrême	94,4%	pour η_c =100%, le champ est unidimensionnel (Dowell)	
L _{high}	0 , 27mm	-valeur extrême -sous cette valeur, le champ est unidimensionnel	5,3mm	-résultat invariable -valeur extrême	
L _{low}	0,25mm	valeur extrême	6,1mm	-résultat invariable -valeur extrême	

Tableau 25: Justification des limites du domaine de validité de la formule semi-empirique

Ainsi, à condition d'être prudent, on peut dans certains cas exploiter la formule même en dehors du domaine dans lequel a eu lieu la régression. La formule donne par exemple un résultat correct quelle que soit la fréquence réduite qu'on y introduit (voir §VII.1.3). Dans d'autre cas, on peut appliquer un résultat obtenu sur la limite du domaine même lorsque la variable dépasse cette limite, sachant que cette variable n'influence alors plus les pertes cuivre (voir §VII.3.4).

VII.2 - Méthode semi-empirique: *Elaboration de la formule semi-empirique* F_{R}^{*}

Définition mathématique du domaine de validité

Les limites données aux variables géométriques dans le Tableau 24 définissent huit plans formant un hyper-parallélépipède dans l'espace à quatre dimensions (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4) . Sur base des coordonnées des points correspondant aux simulations dans cet espace, on peut retrouver les équations de ces huit plans qui définissent alors mathématiquement le domaine de validité théorique de la formule (Annexe C). Ce domaine de validité est défini par l'ensemble d'équations:

$$\begin{cases} -1.0616 \le Y_1 + 0.650Y_2 \le 0.0331 \\ 0.0557 \le Y_2 \le 0.5485 \\ Y_1 + 0.650Y_2 - 1.046Y_3 \le -0.9639 \\ Y_1 + 0.650Y_2 - 1.002Y_3 \ge -2.2451 \\ Y_1 + 0.650Y_2 - 0.737Y_4 \le -0.9258 \\ Y_1 + 0.650Y_2 - 0.976Y_4 \ge -2.2503 \end{cases}$$
 (VII.2-6)

Dans ce domaine, la précision (par rapport aux simulations) de la formule semi-empirique, qui sera chiffrée au §VII.2.5, est garantie.

VII.2.4 Réalisation des simulations

Les simulations se basent bien entendu sur des variables dimensionnelles. Nous devons donc choisir des dimensions plausibles pour le noyau et les enroulements des modèles simulés. Comme à l'habitude, nous nous basons sur un noyau EE42/21/15. Celui-ci ne permet cependant pas de faire varier indépendamment L_{high} et L_{low} avec une totale liberté, compte tenu de la hauteur fixe de la fenêtre. Pour certaines simulations, nous "étirons" donc le noyau, de manière à lui donner une hauteur de fenêtre plus grande. Les conditions de simulation sont celles classiquement utilisées jusqu'ici: une source de courant au primaire et un court-circuit au secondaire.

Le temps de simulation d'un modèle est très court, de l'ordre de la minute. En comparaison, le maillage d'un tel modèle, qui sur Mega se fait manuellement, prend pour un opérateur expérimenté entre une demi-heure et deux heures. Ceci explique que nous avons en partie automatisé la génération des modèles en jouant sur les propriétés des matériaux. La Figure II-114 montre un modèle typique dans lequel plusieurs rubans jouent tour à tour le rôle du secondaire étudié. On choisit ce secondaire en assignant au matériau qui le compose les propriétés du cuivre tandis que les autres rubans reçoivent les propriétés de l'air. L'utilisation de macros-instructions combinée à cet artifice permet de gagner un temps important.

Le balayage en fréquence de chaque modèle, le lancement des simulations, ainsi que le dépouillement des résultats ont été presque totalement automatisés. Au total, dessin des modèles compris, l'ensemble des simulations a pris environ un mois complet. Au terme de cette étape, nous disposons d'une base de données de 4800 valeurs de F_R balayant le domaine des variables réduites (X;Y1, Y2, Y3, Y4).

VII.2 - Méthode semi-empirique: Elaboration de la formule semi-empirique F_R*



VII.2.5 Régression

Calcul de la régression

Tout est maintenant en place pour la dernière étape avant l'obtention de la formule semiempirique. En récapitulant les points précédents, nous disposons d'une part d'une forme analytique permettant de représenter la courbe F_R réelle de n'importe quel enroulement au moyen de trois paramètres empiriques τ , η , ζ à ajuster et d'autre part de 400 de ces courbes (définies par 12 points de mesure à différentes fréquences), correspondant chacune à quatre valeurs (Y₁,Y₂,Y₃,Y₄) définissant une situation géométrique donnée.

Pour obtenir une formule unique, nous faisons dépendre chacun des paramètres τ , η et ζ des variables géométriques réduites Y_1 à Y_4 . Nous choisissons pour cela une forme polynômiale du second degré du type:

$$\tau, \eta, \zeta = a_0 + a_1Y_1 + a_2Y_2 + a_3Y_3 + a_4Y_4 + a_5Y_1^2 + a_6Y_1Y_2 + a_7Y_1Y_3 + a_8Y_1Y_4 + a_9Y_2^2 + a_{10}Y_2Y_3 + a_{11}Y_2Y_4 + a_{12}Y_3^2 + a_{13}Y_3Y_4 + a_{14}Y_4^2$$
(VII.2-7)

Ceci nous donne pour chaque paramètre quinze coefficients a_i , soit quarante-cinq coefficients au total, qui deviennent les nouvelles valeurs empiriques de la formule. Indirectement, nous établissons donc un lien entre la valeur de la forme analytique adaptée et les variables géométriques définissant un ruban. C'est dans ces coefficients a_i que nous allons introduire l'information contenue dans les 4800 simulations.

VII.2 - Méthode semi-empirique: Elaboration de la formule semi-empirique F_R*

Pour cela, il reste à opérer une régression mathématique pour ajuster ces quarante-cinq coefficients, ce qui peut se faire de plusieurs manières. Nous choisissons de minimiser directement la somme des carrés des écarts entre les 4800 valeurs de F_R simulées et les valeurs équivalentes données par la forme analytique adaptée⁴⁵. Un tableur courant supporte cette opération sans difficulté particulière, si ce n'est un temps de calcul d'environ une demi-heure sur PC (PII-233MHz).

Bien entendu, nous n'avons pas obtenu tout de suite un résultat satisfaisant, et c'est la raison pour laquelle nous avons testé plusieurs ensembles de variables réduites. Avec l'ensemble (VII.2-5) choisi, nous parvenons finalement aux coefficients suivants:

	a_0	a_1	a2	a3	a 4	a5	a ₆	a 7	a8	a 9	a ₁₀	a ₁₁	a ₁₂	a13	a ₁₄
τ	0.9018	-0.2014	-0.6538	-0.0033	0.2472	-0.1097	-0.1243	-0.0232	0.1641	0.5029	-0.4713	0.1622	0.0625	-0.1217	-0.0088
η	1.5154	0.9427	2.7421	0.3242	-0.9640	0.3831	1.3074	0.1763	-0.6303	0.5553	1.0426	-1.1962	-0.3544	0.3375	0.1228
ζ	-0.1198	-0.1727	-0.1259	-0.1484	0.1779	-0.0629	-0.1541	-0.0284	0.0815	-0.3694	0.2785	0.0116	0.1594	-0.0981	-0.0198

Tableau 26: Valeurs des coefficients empiriques a_i définissant la formule F_R^*

Ces coefficients définissent, avec l'équation (VII.1-7) reproduite ci-dessous ainsi qu'avec (VII.2-5) et (VII.2-7), la formule semi-empirique F_R^* qui donne les pertes d'un ruban en tenant compte des effets 2D. Il s'agit d'un des résultats majeurs de cette thèse.

$$F(X;\tau,\eta,\zeta) = X^* \frac{\sinh 2X^* + \sin 2X^*}{\cosh 2X^* - \cos 2X^*} + 2X^* \frac{\tau^2 - 1}{3} \frac{\sinh X^* - \sin X^*}{\cosh X^* + \cos X^*} + \zeta X^* \quad \text{(VII.2-8)}$$

Précision

La régression définit une hypersurface *approchant* les points de simulations. L'erreur résiduelle moyenne en valeur absolue entre cette surface et les simulations vaut 1,49%, ce qui est très peu. A titre de comparaison, la formule analytique de Dowell obtient une erreur deux fois et demie plus grande (3,96%), confirmant que la formule semi-empirique s'approche globalement davantage des simulations que la formule 1D.

Une analyse plus fine montre que les erreurs maximales entre la formule F_R^* et les simulations valent respectivement -9,9% ($F_R^* < F_R^{Mega}$) et +11,8% ($F_R^* > F_R^{Mega}$). La formule analytique 1D, dans les mêmes circonstances, donne des erreurs maximales de -40,7% et +17,5%. Cela signifie que lorsque la formule de Dowell sous-estime jusqu'à 40% des pertes, la formule F_R^* ne dépasse jamais 10% d'erreur environ. Outre le fait qu'une précision de 10% est suffisante pour réaliser un dimensionnement, il faut réaliser qu'il s'agit là de valeurs extrêmes, prises aux limites de validité du

VII.2 - Méthode semi-empirique: Elaboration de la formule semi-empirique FR*

⁴⁵ Un premier essai, où la régression était réalisée en deux étapes (d'abord une régression individuelle sur chaque courbe puis une régression globale sur les 400 courbes), avait donné de moins bons résultats.

domaine des simulations, c'est-à-dire pour des transformateurs peu réalistes. En pratique, l'écart entre F_{R}^{*} et les simulations ne dépasse pratiquement jamais 5%.

Le bon niveau de précision obtenu découle de plusieurs facteurs:

- l'ensemble de paramètres adimensionnels choisi,
- le nombre élevé de coefficients empiriques *a*_i (quarante-cinq),
- la variation relativement lente de F_R en fonction des paramètres géométriques (voir cidessous).

La formule semi-empirique s'avère donc couvrir, avec une très bonne précision, les cas où la formule de Dowell s'écarte notablement du résultat réel en raison du champ bidimensionnel. Elle couvre bien entendu également les cas plus classiques où la formule analytique est suffisante, ce qui nous permet de dire qu'elle réalise une extension significative du domaine de validité de cette formule.

Couverture du domaine

Outre le fait que F_R^* donne une valeur correcte au voisinage des simulations, il faut aussi s'inquiéter de savoir ce que vaut la formule semi-empirique en un point quelconque du domaine de validité. Quelques simulations supplémentaires, non intégrées à la régression, montrent que la précision est équivalente en dehors des points précis de simulation. D'autre part, on peut se rendre compte que la variation de l'erreur entre F_R^* et la formule 1D en fonction des variables géométriques Y_1 à Y_4 est relativement lente (voir aussi les études paramétriques du §VII.4). Ceci explique le petit nombre de valeurs à considérer sur le domaine (quatre ou cinq) pour chacune de ces variables et confirme qu'il est peu probable que la précision de la solution se dégrade brusquement entre deux points de simulation.

VII.2.6 Utilisation de la formule

Exemple

Pour la bonne compréhension, nous terminons la présentation de la formule semi-empirique par un exemple. Considérons un enroulement réaliste dont les données géométriques sont:

$$\begin{cases} b_{w} = 29,6mm \\ b = 20,0mm \\ h = 50\mu m \\ L_{high} = 1,30mm \\ L_{low} = 0,75mm \end{cases}$$
 (VII.2-9)

Les variables réduites correspondantes valent, sur base de (VII.2-5):

$$Y_1 = -0.398$$
 $Y_3 = 1.415$
 $Y_2 = 0.324$ $Y_3 = 1.176$

VII.2 - Méthode semi-empirique: Elaboration de la formule semi-empirique F_R^*

(VII.2-10)

Elles vérifient les équations (VII.2-6) du domaine de validité.

En utilisant le Tableau 26, on peut calculer les trois paramètres traduisant la distortion de la courbe par rapport au cas 1D:



valeurs qu'il suffit d'introduire dans l'expression (VII.2-8) pour obtenir la courbe de F_{R}^{*} sur toute la gamme de fréquence. Celle-ci est tracée ci-dessous à la Figure II-115.



Sur cet exemple, on peut remarquer une erreur maximale à X=1,4, où la formule 1D sous-estime 18% des pertes. On peut également voir que l'erreur est constante pour les fréquences harmoniques (+9%).

Feuille de calcul

Pour la facilité, nous avons développé dans un tableur courant un petit interface utilisateur dont nous donnons une copie d'écran ci-dessous. Les variables géométriques de l'enroulement sont entrées dans le cadre en haut à gauche. On peut vérifier la valeur des variables adimensionnelles à même hauteur sur la droite. On obtient comme résultat un graphe montrant l'erreur par rapport à un calcul 1D en fonction de la fréquence réduite. Les deux cadres sur la droite situent le point considéré dans l'espace à quatre dimensions des variables géométriques.

Ce petit utilitaire peut constituer un premier outil pour visualiser l'influence des variables géométriques sur les pertes. Des moyens plus performants sont également proposés au §VII.4.

VII.2 - Méthode semi-empirique: Elaboration de la formule semi-empirique F_{R*}



Figure II-116: Copie d'écran de l'utilitaire implémentant la formule F_R* sur tableur

VII.2.7 Conclusion

La méthode semi-empirique consiste à résumer en une seule formule un grand nombre de simulations 2D. Dans son élaboration, une première étape consiste à identifier les variables géométriques caractéristiques du problème étudié. En restreignant celui-ci à une couche de ruban compris entre un zéro et un maximum de la force magnétomotrice, on identifie cinq variables: l'épaisseur du ruban h, la largeur du ruban b et celle de la fenêtre b_w , ainsi que les distances verticales avec l'autre enroulement L_{high} et avec la ferrite L_{low} . Ces cinq variables sont nécessaires et suffisantes pour décrire la situation géométrique de l'enroulement du point de vue des pertes cuivre. On en déduit quatre variables géométriques réduites Y_1 à Y_4 en plus de la traditionelle variable X traduisant la dépendance en fréquence.

On définit ensuite le domaine le plus large possible que ces variables peuvent couvrir et on réalise autant de simulations que nécessaire pour l'explorer de manière suffisante. On constitue ainsi une base de donnée de 400 modèles simulés chacun à douze fréquences différentes.

En utilisant la forme analytique modifiée développée au §VII.1 et en y faisant dépendre (de manière polynômiale) les paramètres empiriques τ , η et ζ des variables géométriques réduites Y₁ à Y₄, on réalise un lien entre la géométrie 2D de l'enroulement et la valeur de F_R. Une régression directe sur les 4800 résultats de simulation permet de fixer la valeur des 45 coefficients empiriques.

VII.2 - Méthode semi-empirique: Elaboration de la formule semi-empirique F_R*

On obtient ainsi la "formule semi-empirique F_R^* ", qui s'approche toujours à moins de 10% des simulations, sur un domaine où la formule analytique classique sous-estime jusqu'à 40% des pertes en raison des effets 2D.

VII.2 - Méthode semi-empirique: Elaboration de la formule semi-empirique F_R^*

VII.3 Validations expérimentales

Dans le chapitre VI, nous avons déjà fourni quelques confirmations expérimentales montrant d'une manière générale la validité des simulations. Pour vérifier la qualité des résultats fournis par la formule semi-empirique, il nous semble cependant nécessaire de donner quelques confirmations supplémentaires, qui se focaliseront essentiellement sur le fait de savoir si le résultat fourni par cette formule est plus proche de la réalité qu'un résultat équivalent obtenu par les formules analytiques 1D. Deux types de confirmations sont proposées. Les premières consistent classiquement à comparer des mesures sur transformateurs réels aux résultats de la formule, ce qui soulève quelques difficultés vu le niveau de précision demandé. Les secondes testent la formule en situation réelle en la comparant à des données 2D fournies par différentes sources.

VII.3.1 Mesures sur transformateurs réels (première partie)

Série "10": primaire et secondaire en ruban

En vue de valider la formule, une série de sept transformateurs portant les dénominations TFO10 à TFO16 est d'abord réalisée. Chaque pièce de cette série comporte un primaire et un secondaire formés d'un tour de ruban, le secondaire étant court-circuité à l'intérieur du noyau pour limiter les impédances parasites (voir §VI.8.3). Les caractéristiques géométriques des enroulements (largeur, épaisseur et disposition dans la fenêtre) varient de manière à faire apparaître des différences d'un transformateur à l'autre.

	noyau	largeur	épaisseur	L _{low} secondaire	L _{high} secondaire
TFO10	EE42/21/15	27mm	100µm	2mm	1mm
TFO11	EE42/21/15	17mm	100µm	2mm	1mm
TFO12	EE42/21/15	17mm	50µm	2mm	1mm
TFO13	EE42/21/15	22mm	50µm	2mm	2mm
TFO14	EE42/21/15	22mm	50µm	2mm	1mm
TFO15	EE42/21/15	17mm	50µm	4mm	1mm
TFO16	EE65/65/27	25mm	150µm	2,5mm	1,5mm

Tableau 27: Caractéristiques des transformateurs TFO10 à TFO16 (primaire et secondaire en ruban)

Comme précédemment, la validation porte sur la résistance totale du transformateur en condition de court-circuit. Les deux enroulements étant en ruban, on peut leur appliquer chacun la formule semi-empirique F_{R}^{*} et trouver, connaissant les résistances en continu, la résistance totale en fonction de la fréquence par⁴⁶:

$$R_{AC,tot} = F_{R1}^* R_{DC1} + F_{R2}^* R_{DC2}$$
(VII.3-1)

⁴⁶ Pour cette série de transformateurs, le rapport de transformation est unitaire.

VII.3 - Méthode semi-empirique: Validations expérimentales

Dans cette expression, les résistances en continu sont d'abord estimées par un calcul théorique puis ajustées en fonction de la résistance DC totale du transformateur réel.

Compte tenu de la résistance très faible des rubans, les mesures sur la pièce réelle sont cette fois réalisées au moyen d'un pont de mesure Wayne-Kerr 6425B ("*Precision component analyzer*") permettant de réaliser des mesures à des niveaux d'impédance et à des fréquences plus faibles qu'un analyseur d'impédance usuel. Cet appareil possède une gamme de fréquence allant de 20Hz à 300kHz et permet une précision de $5\mu\Omega$ jusqu'à 10kHz, $50\mu\Omega$ entre 10kHz et 100kHz, et 200 $\mu\Omega$ entre 100kHz et 300kHz. Dans notre cas, une mesure "4 points" s'avère nécessaire, ainsi qu'une calibration des sondes avant chaque série de mesures.

La Figure II-117 montre un résultat typique de cette série de transformateurs. Quatre courbes sont représentées: en vert, la résistance totale calculée selon la théorie analytique 1D, en rouge selon la formule semi-empirique, en bleu la valeur mesurée et en orange une mesure corrigée⁴⁷.



Figure II-117: Résistance totale de TFO13 (*Mes1*: mesure brute; *Mes2*: mesure corrigée)

Comme on peut le constater, les courbes ne se correspondent pas. En ce qui concerne les basses fréquences, le décrochage de la courbe sous le palier DC (X<0,01) est dû au fait qu'on sort de la bande passante du transformateur: les forces électromotrices induites au secondaire deviennent négligeables et le transformateur se comporte comme une simple inductance. Pour cette raison, la résistance diminue et tend vers la valeur de la résistance DC du primaire uniquement. Ce phénomène, que nous avons pu vérifier en simulation, ne doit donc pas être pris en compte pour la confirmation expérimentale.

VII.3 - Méthode semi-empirique: Validations expérimentales

 $^{^{47}}$ Le saut apparaissant à X=0,2 dans la courbe bleue provient visiblement d'un changement de gamme de mesure réalisé automatiquement par l'appareil. Pour minimiser l'effet de ce changement de gamme de mesure, on calibre l'appareil à 300kHz avant toute mesure (suivant la méthode indiquée par le constructeur). Immédiatement après la

Pour les plus fréquences supérieures à X=0,1, il semble, comme on a déjà pu le constater pour les transformateurs TFO1 et TFO4 (§VI.8.4), que le faible niveau d'impédance permet à différents effets parasites de se manifester. Par exemple, la carcasse de bobinage comprend des picots métalliques destinés à faciliter les connexions au circuit extérieur. Or nous avons pu vérifier, en comparant les mesures prises avec ou sans picots, que les pertes cuivre induites dans ceux-ci ne sont pas négligeables devant celles des enroulements et contribuent à l'écart observé entre les courbes.

A ces faibles niveaux d'impédance, d'autres effets peuvent être envisagés comme par exemple les pertes fer, la résistance due à l'oxydation des contacts, la résistance du court-circuit secondaire, etc. Une mesure de la résistance totale de TFO5, qui concorde parfaitement avec les résultats précédemment obtenus sur l'analyseur HP4129A, confirme par contre que l'erreur ne vient pas du pont de mesure Wayne-Kerr lui-même.

Plutôt que d'essayer d'identifier et d'éliminer les différentes perturbations, ce qui nous a semblé fort délicat, une autre stratégie de mesure a été envisagée.

VII.3.2 Mesures sur transformateurs réels (deuxième partie)

Série "20": primaire en fil rond, secondaire en ruban

Pour augmenter la résistance du transformateur et amener celle-ci à des niveaux plus usuels, le plus simple est de remplacer le primaire en ruban par un primaire en fil rond. On réalise une seconde série de transformateurs répondant à ce critère: la série "20". Dans ceux-ci, le primaire est constitué de fil rond de diamètre 0,2mm bobiné à spires jointives.

		épaisseur	Llow	L_{high}
	η_e	secondaire	secondaire	secondaire
TFO20	91%	200µm	2mm	1mm
TFO21	57%	200µm	2mm	1mm
TFO22	57%	200µm	2mm	2mm
TFO23	57%	200µm	4mm	1mm
TFO24	57%	100µm	2mm	2mm
TFO28	57%	100µm	1mm	2mm
TFO29	57%	50µm	1mm	2mm

Tableau 28: Caractéristiques des transformateurs de la série "20" (primaire en fil rond, secondaire en ruban)

L'inconvénient est évidemment que ni la formule analytique F_R ni la formule semi-empirique F_R^* ne sont adaptées pour calculer avec suffisamment de précision les pertes d'un enroulement en fil

mesure, on relève sur toute la gamme de fréquence la résistance de la sonde seule, valeur qu'on soustrait ensuite des

VII.3 - Méthode semi-empirique: Validations expérimentales

rond. Or on a besoin de cette donnée pour calculer, sur base des pertes du secondaire (calculables par F_R^*), une résistance totale à comparer à la résistance totale mesurée. Le seul outil dont nous disposons est une fois de plus la simulation, que nous utilisons pour calculer l'augmentation de résistance primaire F_{R1} dans:

$$R_{AC,tot} = F_{R1}^{Mega} R_{DC1} + N^2 F_{R2}^* R_{DC2}$$
(VII.3-2)

On peut bien entendu comparer cette résistance totale à la mesure réalisée sur le transformateur réel⁴⁸, mais si on se limite à cette opération, la validation comporte un biais: les deux valeurs de F_R dans (VII.3-2) provenant fondamentalement d'une simulation, la correspondance de la résistance totale avec la mesure, même si elle est avérée, ne garantit pas vraiment la validité de F_{R2}^* pris isolément. C'est particulièrement vrai pour les transformateurs considérés ici, puisque, par rapport à un calcul 1D, on peut s'attendre à ce que l'augmentation de la résistance du secondaire (effet de bord) soit en partie annulée par une réduction de la résistance du primaire (par augmentation de la surface conductrice). Les effets 2D des deux enroulements ayant tendance à se compenser, on ne doit pas espérer une différence spectaculaire sur la résistance totale par rapport à un transformateur répondant aux hypothèses de Dowell.

Considérons par exemple TFO29, représentatif de l'ensemble de cette série de mesures. On peut voir à la Figure II-118 qu'un calcul 2D de la résistance totale, réalisé selon (VII.3-2) correspond très bien aux valeurs mesurées, mais est également très proche de la valeur obtenue par un calcul 1D. Cette information est donc en soi insuffisante pour valider F_R^* . A la Figure II-119, les simulations réalisées sur Mega (courbe orange) confirment effectivement que les deux enroulements subissent des effets 2D importants, mais que ces effets se compensent en grande partie.

VII.3 - Méthode semi-empirique: Validations expérimentales

résultats relevés. On obtient de cette manière la courbe orange, dans laquelle le saut a disparu.

⁴⁸ Les mesures se font cette fois conjointement avec deux appareils: le pont de mesure Wayne-Kerr 6425B (20Hz à 300kHz) et l'analyseur d'impédance HP4195A (100kHz à 30MHz), dont les gammes de fréquence se recouvrent partiellement.





Figure II-118: Résistance totale TFO29 (rouge: calcul 1D; bleu: calcul 2D; vert: mesures)

Figure II-119: Augmentations de résistance de TFO29 au primaire et au secondaire (*rouge*: calcul 1D, *orange*: simulations, *bleu*: F_R*, *vert*: valeur "mesurée" selon (VII.3-4))

Supposons pour l'instant (nous le vérifierons par la suite) que la valeur de F_R donnée par Mega est valable pour le primaire. Celle-ci nous permet de calculer un F_R secondaire "mesuré" de la manière suivante:

$$F_{R2}^{mes} = \frac{R_{AC,tot}^{mes} - F_{R1}^{Mega} R_{DC1}}{N^2 R_{DC2}}$$
(VII.3-3)

Cette valeur, tirée de la mesure de la résistance totale, est représentée en vert sur le graphe de droite de la Figure II-119. Pour X>0,7, la divergence constatée entre les mesures et les valeurs calculées est due aux capacités parasites des enroulements, qui créent ici une résonance à une fréquence particulièrement basse. Pour les fréquences plus faibles (X<0,7), l'accord avec la formule semi-empirique est par contre excellent: moins de 1% d'écart.

VII.3 - Méthode semi-empirique: Validations expérimentales

Les résultats de la formule F_R^* (en *bleu*) se révèlent d'ailleurs tout-à-fait équivalents aux simulations (en *orange*), ce qui confirme la qualité de la régression effectuée au §VII.2.5. Sous réserve que la valeur de F_R obtenue en simulation pour le primaire soit correcte, les mesures effectuées sur la série "20" confirment donc la validité de la formule F_R^* pour le secondaire en ruban.

Série "30": primaire et secondaire en fil rond

Pour vérifier la validité des simulations relatives au primaire, on construit et on mesure une troisième série de transformateurs: la série "30". Ceux-ci reproduisent les transformateurs de la série "20", à la différence près qu'on y remplace le ruban secondaire par un enroulement en fil rond identique au primaire. Les deux enroulements sont donc cette fois en fil rond.

On sait en effet, sur base des simulations du chapitre VI, que cette opération ne perturbe pas les pertes du primaire. Or il est certain qu'un transformateur constitué uniquement de fil rond montrera une résistance totale plus faible que celle calculée par un calcul 1D en raison de l'augmentation de surface conductrice (§VI.2) agissant cette fois sur les deux enroulements (ce qu'on peut vérifier aux Figures II-120 et II-121).

	analogue à	η_{e}	épaisseur secondaire	L _{low} secondaire	L _{high} secondaire
TFO30	TFO28, TFO29	57%	ρ=200μm	1mm	2mm
TFO31	TFO21	57%	ρ=200μm	2mm	1mm
TFO32	TFO22, TFO24	57%	ρ=200μm	2mm	2mm

Tableau 29: Caractéristiques des transformateurs de la série "30" (primaire et secondaire en fil rond)



Figure II-120: Résistance totale de TFO30 (rouge: calcul 1D; bleu: simulations; vert: mesures)

VII.3 - Méthode semi-empirique: Validations expérimentales



(rouge: calcul 1D, orange: simulations)

La résistance totale mesurée étant concordante avec les simulations (Figure II-120) et les deux enroulements étant cette fois *identiques*, on peut raisonnablement supposer que la simulation est valable pour chaque enroulement en particulier, et donc notamment pour le primaire.

Or la courbe du primaire correspond à 1% près à celle du primaire de TFO29, dans lequel le secondaire est formé de ruban. Les champs restant quasiment identiques au primaire, on peut conclure que le graphe de gauche de la Figure II-119 est valable, et donc que la valeur "mesurée" calculée selon (VII.3-3) l'est également.

Précision

On se posera à juste titre la question de la précision dans le calcul de la valeur "mesurée" (VII.3-3) du F_R secondaire, d'autant plus que celle-ci résulte d'une soustraction. L'erreur relative sur cette valeur est la suivante:

$$\frac{\Delta F_{R2}^{mes}}{F_{R2}^{mes}} = \frac{\left(\frac{\Delta R_{AC,tot}^{mes}}{R_{AC,tot}}\right) R_{AC,tot}^{mes} + \left(\frac{\Delta F_{R1}^{Mega}}{F_{R1}^{Mega}}\right) F_{R1}^{Mega} R_{DC1}}{F_{R2}^{mes} N^2 R_{DC2}}$$
(VII.3-4)

Nous considérons dans cette formule que l'erreur sur les résistances DC est négligeable car on ajuste les valeurs de ces résistances pour faire correspondre très exactement les simulations et les mesures lorsque les F_R valent l'unité. En prenant un point de mesure typique (TFO29, X_{sec} =0,6), on obtient les valeurs suivantes:



En comparant les mesures et les simulations sur le transformateur correspondant de la série "30", on peut évaluer à 1% l'erreur sur la valeur du F_R primaire. L'erreur sur la résistance totale est quant à elle trouvée dans la notice **[224]** de l'analyseur HP4195A: 2% pour une inductance de 51,4 μ H. L'erreur relative vaut donc:

$$\frac{\Delta F_{R2}^{mes}}{F_{R2}^{mes}} = \frac{0,02.13,1\Omega + 0,01.1,56.3,13\Omega}{1,13.7,33\Omega} = 3,75\%$$
(VII.3-6)

ce qui est bien plus faible que la différence de 10,3% existant entre la valeur de F_R calculée selon (VII.3-3) et celle calculée d'après la théorie 1D. Comme le laisse supposer le très bon accord apparu jusqu'ici entre les simulations et les transformateurs réels, l'écart entre F_R^* et la théorie 1D est donc bien significatif car il dépasse largement les erreurs de mesure.

Conclusion

L'accord entre les résultats de la formule semi-empirique et les mesures réalisées sur des transformateurs réels est très bon. Il confirme que la formule F_R^* tient compte avec une très bonne précision des effets 2D sur l'enroulement en ruban. Cette formule donne un résultat bien plus proche des mesures que la formule analytique 1D.

VII.3.3 Intégration d'une capacité au modèle

Dans les résultats que nous avons présenté jusqu'à présent, la résonance due aux capacités parasites a tendance à limiter fortement le domaine où l'on peut comparer les mesures aux valeurs obtenues grâce aux simulations. Afin de dissiper tout doute quant à la validité des simulations aux fréquences où apparaît classiquement cette résonance; nous avons voulu intégrer l'effet des capacités parasites dans une simulation et vérifier la concordance de celle-ci aux mesures prises sur le transformateur réel.

Dans ce but, on relève à l'analyseur d'impédance la capacité parasite d'un des transformateurs. Pour TFO32, elle vaut 6,8pF. Cette capacité est déterminée en associant à la courbe d'impédance mesurée un circuit résonant dont les valeurs sont ajustées par l'analyseur.

VII.3 - Méthode semi-empirique: Validations expérimentales



Figure II- 122: Intégration des capacités parasites dans un modèle simulé (*rouge*: calcul 1D; *orange*: simulation; *mauve*: simulation avec une capacité localisée; *bleu*: mesures)

La résonance apparaissant dans les courbes étant classiquement associée à la capacité parasite du primaire, on introduit ensuite la valeur relevée sous forme d'une capacité localisée dans le modèle 2D simulé. Cette valeur doit être multipliée par quatre pour tenir compte des symétries du modèle simulé.

Le résultat obtenu est montré dans la Figure II- 122. Comme on le constate, l'accord est relativement bon entre les simulations intégrant la capacité (courbe *mauve*) et les mesures (courbe *bleue*). Il ne faut pas perdre de vue que la comparaison effectuée ici est relativement grossière puisqu'on confronte un modèle 2D à un transformateur réel 3D d'une part et que la détermination de la capacité par l'analyseur est approximative (elle ne tient pas compte des effets quasi-statiques ou du fait que le transformateur comporte plusieurs capacités parasites).

VII.3.4 Transformateur "FEMSpice"

Au §IV.3.5 (p. 119), nous avons utilisé un transformateur comportant deux enroulements en ruban pour tester la validité de la méthode du "schéma équivalent électromagnétique". Le tableau cidessous reproduit les résultats déjà exposés (logiciel FEMSpice et simulations sur Mega) et les compare à ceux donnés par la formule F_R^* . Celle-ci peut s'appliquer à chacun des enroulements séparément en utilisant les données suivantes:

	$L_{low}^{primaire} = 1,88mm$	
Ì	$L_{high} = 3,30mm$	(VII.3-7)
	$b_w = 29,6mm$	
	<i>b</i> = 13,4 <i>mm</i>	
	h = 0,173mm	

VII.3 - Méthode semi-empirique: Validations expérimentes = 11.9mm

En principe, la valeur de L_{low} pour le secondaire sort du domaine de validité de la formule F_R^* . En nous reportant au Tableau 25 (p. 242), on voit cependant qu'au-delà de cette limite, la variable L_{low} n'a plus vraiment d'influence sur les pertes. Nous pouvons donc prendre la valeur maximale acceptée par la formule, soit environ L_{low} =5,6mm.

		E _P nr	imaire			E _P sec	ndaire	
		ткрі.	imane	1		I K SCCC	Jildaile	
Х	1D	Spice	Mega	F_{R}^{*}	1D	Spice	Mega	F_{R}^{*}
0,083	1,00	1,00	1,00	1,02	1,00	1,00	1,00	1,01
0,264	1,00	1,03	1,03	1,06	1,00	1,01	1,01	1,04
0,835	1,04	1,22	1,24	1,21	1,04	1,14	1,15	1,16
1,48	1,36	1,56	1,60	1,57	1,36	1,41	1,42	1,45
2,64	2,63	2,56	2,63	2,61	2,63	2,28	2,29	2,37

Tableau 30: Comparaison de l'augmentation de résistance calculée suivant diverses méthodes

Nous constatons grâce au tableau ci-dessus que la formule F_R^* donne un résultat beaucoup plus proche des méthodes 2D que la formule analytique 1D et marque bien une différence entre les deux enroulements. L'erreur résiduelle qui apparaît dans les chiffres est due à la régression opérée dans la formule semi-empirique. On peut remarquer que cette erreur reste négligeable sur tout le domaine de fréquence, alors que la méthode 1D s'écarte beaucoup plus des résultats de simulation pour le secondaire (14,8% d'erreur pour F_R contre 3,5% pour F_R^* à X=2,64 par exemple).

Il apparaît donc que la formule semi-empirique combine effectivement les avantages de rapidité (le résultat est immédiat et ne demande que la connaissance des données (VII.3-7)) et de précision rencontrés respectivement dans les méthodes 1D et 2D.

VII.3.5 Etude paramétrique de Dai

Pour terminer cette série de confirmations expérimentales, nous avons cherché à valider la formule F_R^* en utilisant une source de données indépendantes de nos simulations. Cette possibilité nous est apparue dans un article présentant une étude de l'effet de bord dans les transformateurs planaires [37], où Dai réalise une série de simulations par éléments finis pour optimiser la disposition de deux enroulements en ruban. L'article poursuit le même but que nos travaux mais se limite une fois de plus à une étude de cas.

Un des points de l'article examine la variation de l'augmentation de résistance F_R en fonction de l'espacement entre les couches, la fréquence jouant le rôle d'un paramètre. La partie gauche de la

VII.3 - Méthode semi-empirique: Validations expérimentales

Figure II-123 est extraite de l'article de Dai⁴⁹ tandis que la partie droite de cette même figure a été obtenue au moyen de F_R^* . On peut voir que la concordance est très bonne et que les effets mis en évidence par Dai par rapport à un calcul 1D sont également révélés par la formule semi-empirique.

Dans le graphe de droite, les courbes noires représentent les résultats obtenus grâce à F_R^* (à comparer avec le graphe de gauche) tandis que les traits horizontaux représentent la solution d'un calcul 1D, logiquement indépendant de la valeur de L_{high}. La courbe rouge pointillée, qui reproduit dans le graphe de droite les résultats du graphe de gauche pour X=3, montre que F_R^* donne un résultat un peu moins précis que les simulations, mais beaucoup plus proche de celles-ci que la formule 1D.

Cette comparaison montre le grand avantage de la formule semi-empirique, à savoir la rapidité: le graphe de droite a été obtenu en moins de cinq minutes alors que Dai a dû réaliser vingt-huit simulations pour le graphe de gauche, ce qui à une moyenne de cinq minutes par simulation (ce qui est très court en comptant le temps de maillage et d'extraction des résultats) représente plus de deux heures de travail. D'autre part, la formule semi-empirique est capable de fournir tous les résultats intermédiaires avec une précision comparable, et même d'étudier la variation de F_R en fonction d'autres paramètres de conception. Pour obtenir un résultat équivalent par la méthode classique, il faut à nouveau réaliser de longues campagnes de simulation.

Parce qu'elle résume l'information contenue dans 4800 simulations réalisées "à l'avance", la formule F_{R}^{*} constitue donc un outil de dimensionnement extrêmement puissant par rapport aux méthodes classiques. Nous exploiterons cet avantage au §VII.4 pour dégager des règles de conception tenant compte du champ bidimensionnel.

VII.3 - Méthode semi-empirique: Validations expérimentales

⁴⁹ Reproduit avec l'autorisation de l'auteur (Virginia Power Electronics Center). Dans cette figure, la variable D_s de Dai est celle que nous notons L_{high} et la fréquence réduite est désignée par x



Figure II-123: Les résultats de l'étude de Dai (à gauche) sont reproduits par la formule semi-empirique (à droite).

VII.3.6 Conclusion

Différentes confirmations expérimentales démontrent la qualité de la formule semi-empirique. D'une part on réalise des mesures classiques sur transformateurs réels (qui montrent la difficulté d'extraire les données relatives au seul enroulement secondaire). D'autre part, on peut reproduire au moyen de la formule F_{R}^{*} des résultats d'études 2D provenant de sources diverses. Ce dernier exemple met en évidence le fait que la formule semi-empirique combine deux avantages jamais rencontrés simultanément jusqu'ici: la précision et la rapidité.

Ľ

VII.3 - Méthode semi-empirique: Validations expérimentales

VII.4 Nouvelles règles de conception 2D

L'idée de départ de la formule semi-empirique était de fournir aux concepteurs un outil de dimensionnement qui, tout en étant suffisamment rapide, soit plus précis que la méthode analytique 1D. Partant de cette idée, nous avons établi une formule liant les données géométriques d'un enroulement en ruban à la valeur des pertes cuivre qu'il génère. Cette formule peut évidemment servir d'outil quantitatif pour calculer les pertes, mais elle peut également être utilisée pour réaliser des études paramétriques qualitatives des pertes en fonction des variables de conception. Avec l'aide complémentaire des simulations, on peut en tirer des règles de conception plus fines prenant en compte les effets 2D. Celles-ci peuvent dans une certaine mesure être généralisées à d'autres types d'enroulements.

VII.4.1 Etudes paramétriques

Dans le point précédent (§VII.3.5), nous avons évoqué, en tant que validation expérimentale, une étude de l'augmentation de résistance en fonction de l'espacement entre les couches (variable L_{high}). De telles études sont fort rares dans la littérature car elles demandent un grand nombre de simulations et peuvent difficilement être généralisées. Les auteurs travaillent en quelque sorte sans pouvoir réellement évaluer la portée de leurs résultats puisqu'ils ne prennent généralement en compte qu'une ou deux variables du problème⁵⁰.

A l'inverse, la formule semi-empirique nous permet maintenant de mener très facilement de telles études qualitatives. Nous tirons alors pleinement parti des 4800 simulations réalisées: la formule F_{R}^{*} devient un outil d'exploration de cette base de données.

Pour cela, nous proposons de faire varier simultanément deux variables dans la formule et d'en représenter le résultat sous forme d'une surface dans un espace à trois dimensions. Comme précédemment, plutôt que la valeur de F_R^* elle-même, on analyse la différence entre F_R^* et un calcul 1D, ce qui met mieux en évidence les effets spécifiquement bidimensionnels. De ce fait, on réalise du même coup une étude de validité de la formule analytique classique. Les Figures II-124 et II-125 donnent deux exemples de cette manière de procéder. Dans celles-ci, la première variable est la fréquence réduite et la seconde respectivement η_e et *h*. Les autres variables géométriques sont fixes et jouent le rôle de paramètres.

En utilisant de tels graphes (de préférence dans un tableur plutôt que sur papier de manière à voir les variations "en temps réel" en fonction des paramètres), on voit clairement apparaître des tendances permettant de dégager des règles de conception tenant compte des effets 2D.

VII.4 - Méthode semi-empirique: Nouvelles règles de conception 2D

⁵⁰ Par exemple, aucune étude ne considère la variable L_{low}. Or nous avons mis en évidence le fait que celle-ci influence les pertes au même titre que les autres variables classiquement étudiées.



Figure II-124: Variation de l'erreur 1D en fonction du facteur d'isolation (h=100µm; L_{high}=1mm; L_{low}=2mm)

Dans la Figure II-124 par exemple, où la zone plus foncée de la surface correspond à des valeurs négatives, on distingue très clairement en fonction de la fréquence les trois zones que nous avions déjà plus ou moins clairement identifiées:

- la zone où la densité de courant est uniforme (aux alentours de X=0,1) et où l'erreur s'annule (F_R=F_R*=1),
- une zone centrale aux alentours de la fréquence de base (environ X=1,5) où l'erreur atteint une valeur extrême (minimum ou maximum) dans une plage de fréquence réduite,
- la zone des harmoniques (X>4) où l'erreur est indépendante de la fréquence, correspondant souvent dans les graphes à une zone à peu près plane prenant diverses orientations.

Outre le comportement fréquentiel en présence des effets 2D, on peut aussi analyser l'influence de la géométrie: on voit ici une augmentation des pertes à la fréquence de base pour les faibles facteurs d'isolation, qui comme on le sait favorisent les effets 2D. Le facteur d'isolation ne semble par contre pas influencer les pertes aux fréquences harmoniques. Dans ce cas-ci, l'erreur par rapport à un calcul 1D n'est pas significative pour le concepteur (moins de 10% sur l'ensemble du domaine étudié). L'allure de la surface dépend cependant également des autres paramètres géométriques de l'enroulement.

La Figure II-125 montre le même type d'étude en fonction de l'épaisseur du ruban (h). On constate les mêmes zones fréquentielles que dans le graphe précédent. Les écarts sont cette fois plus

VII.4 - Méthode semi-empirique: Nouvelles règles de conception 2D
importants, à la fois à la fréquence de base (+19% de pertes) et aux fréquences harmoniques (+13%). Dans les deux cas, les faibles épaisseurs favorisent un supplément de pertes.



Figure II-125: Variation de l'erreur 1D en fonction de l'épaisseur du ruban (ηe=81%; Lhigh=1mm; Llow=0,3mm)

La formule semi-empirique permet également, à une fréquence donnée, d'analyser l'influence simultanée de deux variables géométriques comme nous en donnons des exemples ci-dessous (Figure II-126 et Figure II-129).

Les deux figures précédentes ne sont que des exemples. En utilisant de telles études paramétriques, on peut assez vite comprendre l'influence de chacun des paramètres. Ayant en plus à notre disposition les simulations originales, nous pouvons également analyser l'origine physique de la variation des pertes en fonction des paramètres géométriques 2D. Nous exposons ci-dessous les règles de conception que nous avons pu dégager de cette manière.

VII.4.2 Analyse de la géométrie 2D

Comme nous l'avons mis en évidence au cours de l'élaboration de la formule semi-empirique, les pertes dans une analyse en deux dimensions dépendent de quatre paramètres: l'épaisseur du ruban h, le facteur d'isolation η_e , l'écartement vis-à-vis de l'autre enroulement L_{high} et vis-à-vis du noyau L_{low} .

VII.4 - Méthode semi-empirique: Nouvelles règles de conception 2D

Influence de η_e et L_{high}

Nous n'étonnerons personne en annonçant qu'un faible facteur d'isolation favorise les effets 2D. Ce fait, qui avait déjà été constaté en simulation au VI.4.3, apparaît timidement pour la fréquence de base à la Figure II-124. La formule F_R * révèle cependant un phénomène plus complexe: pour déterminer l'importance de l'effet de bord, il faut simultanément prendre en compte la valeur de η_e et du facteur L_{high} .

Cette propriété apparaît clairement à la Figure II-126, qui montre cette fois une étude paramétrique de ces deux variables géométriques aux environs de la fréquence de base (X=1,5). On y observe que l'effet de bord n'est significatif qu'à condition de réunir simultanément deux conditions: un facteur d'isolation faible et une distance entre enroulements élevée. Dans ce cas, le surcroît de pertes à la fréquence de base peut atteindre des proportions réellement gênantes (parfois plus de 30%). Par contre, si une de ces conditions n'est pas remplie, les effets 2D –s'ils existent– sont numériquement peu importants. Aux fréquences harmoniques, la tendance est la même mais l'erreur par rapport à un calcul 1D est plus faible.



Figure II-126: Variation de l'erreur 1D en fonction de ne et Lhigh (X=1,5; h=100 µm; Llow=1 mm)

A nos yeux, ce phénomène explique en grande partie les bons résultats de la théorie 1D dans le cas général: les deux conditions d'une distance entre enroulements L_{high} et d'une distance d'isolation b_e élevées sont rarement réunies en pratique. Si la distance d'isolation est souvent relativement grande, on n'écarte par contre les enroulements l'un de l'autre que dans certaines circonstances particulières, notamment pour obtenir volontairement une grande inductance de fuite (dans les convertisseurs à résonance par exemple): les effets 2D restent donc souvent négligeables. A l'inverse, dans les rares cas où les deux conditions sont réunies, on a toutes les chances d'observer une discordance sérieuse de la théorie 1D.

VII.4 - Méthode semi-empirique: Nouvelles règles de conception 2D

En ce qui concerne la détermination des pertes, les deux critères ci-dessus nous semblent les plus importants: ils constituent des conditions nécessaires à la manifestation des effets 2D. Bien entendu, *h* et L_{low} jouent également un rôle, mais agissent plutôt comme "modulateurs" du surcroît de pertes d'abord déterminé par η_e et L_{high} .

Interprétation physique

Nous avons cherché à comprendre physiquement cette influence conjointe de deux variables géométriques en retournant aux simulations. La Figure II-127 montre le champ magnétique au bord des enroulements d'un transformateur ayant un facteur d'isolation de η_e =57%:

- entre les couches conductrices, le champ est parfaitement parallèle à celles-ci ("f"),
- au bord des enroulements, le champ se disperse dans toutes les directions, en prenant un caractère bidimensionnel marqué ("g"). Il s'atténue progressivement en raison de cette dispersion.



Figure II-127: Délimitation de la zone où le champ 2D est significatif ("ellipse L_{high}")

En confrontant plusieurs simulations, nous avons remarqué que la zone dans laquelle le champ bidimensionnel est significatif peut être grossièrement délimitée par une ellipse dont la hauteur vaut trois fois L_{high} et la largeur deux fois L_{high} . Cette limite est évidemment arbitraire, cependant elle illustre le fait que le champ 2D n'est important qu'au bord de l'enroulement, dans une zone dont la taille dépend uniquement de l'écartement des couches. La variable L_{high} représente donc en quelque sorte la longueur caractéristique typique à considérer pour l'étude du champ bidimensionnel.

VII.4 - Méthode semi-empirique: Nouvelles règles de conception 2D

Les simulations montrent que tant que le noyau reste nettement en dehors de cette ellipse (c'est-àdire pour b_e >>L_{high}), le champ est celui dessiné à la Figure II-127. Si la paroi verticale du noyau s'approche ou entre dans l'ellipse (b_e #L_{high})⁵¹, il a par contre tendance à "aspirer" le champ magnétique, ce qui se justifie par la perméabilité plus grande de la ferrite (Figure II-128). Le champ garde alors une allure essentiellement horizontale même au bord des enroulements, et les effets 2D sont limités. Les deux variables sont liées par le fait que la valeur du facteur d'isolation pour laquelle ce phénomène a lieu dépend de la taille de l'ellipse, qui dépend elle-même de l'écartement des couches.



Figure II-128: Allure du champ lorsque be <Lhigh

Commentaire [U48] : (Tempb .eps)

Influence de L_{low}

Les études paramétriques montrent que les pertes sont d'autant plus élevées que L_{low} est faible, comme illustré à la Figure II-129. Pour que cette influence s'exprime, il faut cependant, comme on la signalé précédemment, que le facteur d'isolation ne soit pas trop proche de l'unité et que L_{high} soit assez élevé.

L'explication physique de ce phénomène est tout-à-fait similaire à ce que nous avons exposé pour L_{high} . Lorsque le noyau est loin des enroulements, cette fois-ci dans la direction orthogonale (c'est-à-dire pour $L_{low} >> L_{high}$ en se référant à l'ellipse définie précédemment), le champ est celui de la Figure II-127. Lorsqu'il entre dans l'ellipse par contre ($L_{low}#L_{high}$), la ferrite a tendance à attirer le

VII.4 - Méthode semi-empirique: Nouvelles règles de conception 2D

⁵¹ La notation "#" est à traduire ici par "plus petit ou de l'ordre de".



champ, avec cette fois une conséquence inverse: la proximité du noyau favorise la composante *orthogonale* du champ comme illustré à la Figure II-130.

Figure II-129: Variation de l'erreur 1D en fonction de η_e et L_{low} (X=1,5; h=50µm; L_{high} =2mm)



 $\label{eq:Figure II-130: Un faible $L_{low}(L_{low}<L_{high})$ favorise la composante orthogonale du champ au bord de la couche inférieure$

Un effet de bord existant préalablement pourra donc être significativement aggravé –aussi bien à la fréquence de base qu'aux harmoniques– par la proximité verticale du noyau. Dès que l'enroulement s'écarte de la ferrite par contre, l'effet s'atténue rapidement comme on peut le voir à

VII.4 - Méthode semi-empirique: Nouvelles règles de conception 2D

la Figure II-129. C'est notamment le facteur L_{low} qui peut provoquer un effet de bord sur des conducteurs distincts, dont nous avons vu l'importance numérique au §VI.6.2. On évitera donc de placer les enroulements à proximité de la ferrite selon la direction orthogonale.

Lorsque la ferrite est proche du bord des enroulements à la fois horizontalement et verticalement, il y a compétition entre les deux effets: la paroi verticale du noyau favorise la composante parallèle du champ, et la paroi horizontale la composante orthogonale. En comparant b_e et L_{low} , on peut avoir une bonne idée de l'effet prédominant.

Influence de h

Le dernier paramètre à examiner est l'épaisseur du ruban. Son effet peut se résumer à une propriété unique, présente dans toutes les études paramétriques et notamment à la Figure II-125: une faible épaisseur favorise les pertes supplémentaires. Ceci ne signifie pas forcément qu'il faut augmenter l'épaisseur du ruban pour réduire les pertes, ce qui serait contradictoire avec les règles de conception 1D usuelles, mais qu'à même disposition géométrique le facteur F_R est plus élevé pour un enroulement de faible épaisseur. L'origine physique de l'influence de *h* vient de deux effets antagonistes déjà cités: la concentration locale de la densité de courant et l'augmentation de la surface conductrice.

VII.4.3 Généralisation à d'autres types d'enroulements

La formule semi-empirique a été développée pour des enroulements en ruban répondant à des conditions fort restrictives. Avec un minimum de prudence, on peut cependant étendre les règles qualitatives dégagées ci-dessus à d'autres types d'enroulements. On peut ainsi supposer, sur base des interprétations physiques déjà exposées que:

- un facteur d'isolation proche de l'unité favorise un champ unidimensionnel quel que soit le type d'enroulements,
- de la même manière le fait que la proximité verticale de la ferrite (L_{low} faible) aggrave la composante orthogonale ne dépend pas du type d'enroulement. On a d'ailleurs constaté cet effet pour des conducteurs distincts au VI.6.
- en réduisant la distance entre couches, on réduit l'effet du champ 2D sur les pertes, également lorsque l'enroulement comporte davantage de couches en ruban.

Les règles de conception découlant de la formule semi-empirique sont donc plus générales que ses résultats uniquement quantitatifs.

VII.4.4 Synthèse

Les études paramétriques permettent finalement de dégager les principes qualitatifs suivants:

- un faible facteur d'isolation η_e et une distance entre enroulements L_{high} élevée sont deux conditions nécessaires pour que le champ 2D influence significativement les pertes. Si l'une des deux conditions est manquante, la théorie analytique 1D donne

VII.4 - Méthode semi-empirique: Nouvelles règles de conception 2D

probablement un résultat tout-à-fait valable. Lorsque les deux conditions sont présentes par contre, cette même théorie risque de sous-estimer assez nettement les pertes à la fréquence de base, et dans une moindre mesure aux fréquences harmoniques.

 un éventuel surcroît de pertes apparaissant selon le critère ci-dessus est encore aggravé par une distance entre l'enroulement et la ferrite (L_{low}) et par une épaisseur (*h*) faibles, ces deux facteurs intervenant indépendamment l'un de l'autre.

Les effets 2D se manifestent essentiellement à la fréquence de base, où en fonction de la combinaison des quatre variables géométriques étudiées ci-dessus ils peuvent mener à des surcroîts de pertes de 30% et plus. Aux fréquences harmoniques, les conséquences sont généralement identiques mais numériquement moins importantes. Pour les enroulements épais, on peut assister à une diminution de F_R sous la valeur obtenue par un calcul 1D.

Mis à part pour l'épaisseur de la couche, l'influence des variables géométriques sur les pertes s'explique par la propriété qu'a la ferrite de guider les lignes de champ magnétique: en fonction de la proximité de l'enroulement vis-à-vis de l'une ou l'autre paroi du noyau, la ferrite a tendance à favoriser l'allure 1D ou au contraire 2D du champ. En utilisant le critère quelque peu arbitraire d'une ellipse d'axes $3L_{high}$ et $2L_{high}$, apparu grâce aux simulations, on peut dégager les règles qualitatives suivantes quant au champ au bord de l'enroulement⁵²:

- si b_e#L_{high} et L_{low}>>L_{high}, les effets⁵³ 2D sont négligeables (la paroi verticale du noyau force le champ à être unidimensionnel): la formule 1D est applicable.
- si b_c>>L_{high} et L_{low}#L_{high}, les effets 2D sont très marqués (la paroi horizontale du noyau favorise le champ orthogonal). On doit s'attendre à un surcroît de pertes important, spécialement à la fréquence de base. La formule 1D est certainement inappropriée.
- si be et Llow sont plus petits ou du même ordre que Lhigh, les deux phénomènes cidessus sont concurrents: on peut avoir une idée de l'effet prédominant en comparant Lhigh et be. On utilisera la formule FR* pour une évaluation plus précise des effets 2D.
- enfin si b_e>>L_{high} et L_{low}>>L_{high}, le noyau n'influence pas le champ, qui a l'allure 2D apparaissant à la Figure II-127. Le surcroît de pertes dépend essentiellement de l'épaisseur du ruban.

Nous attirons l'attention sur le fait que ces principes n'ont pas été directement validés sur des dispositifs réels. Ils se vérifient néanmoins dans les simulations dont la fiabilité a été éprouvée à plusieurs reprises.

VII.4 - Méthode semi-empirique: Nouvelles règles de conception 2D

⁵² Ces conclusions ont été présentées dans [168]

⁵³ La notation "#" est à traduire ici par "plus petit ou de l'ordre de".

VII.4 - Méthode semi-empirique: Nouvelles règles de conception 2D

VII.5 Autres types d'enroulements

La formule semi-empirique F_R^* , telle qu'exposée au §VII.2, possède dans son aspect quantitatif un champ d'application fort réduit: elle concerne uniquement une couche de ruban comprise entre un zéro et un maximum de la force magnétomotrice. Nous étudions ici brièvement la possibilité de développer selon la même méthode des formules qui s'appliqueraient à d'autres types d'enroulements: fil rond, spires en circuit imprimé, enroulements multicouches, etc.

VII.5.1 Une couche de conducteurs distincts

Conducteurs ronds

Une première possibilité serait d'appliquer la formule semi-empirique à une couche de conducteurs ronds soumise aux mêmes hypothèses que la couche en ruban utilisée précédemment, ce qui est typiquement la définition la plus basique du primaire d'un transformateur de puissance. Nous avons cependant préféré développer le cas du ruban parce qu'il se révèle plus dangereux (la formule 1D sous-estime les pertes dans ce cas alors qu'elle les surestime pour du fil rond) et qu'il demande une variable géométrique de moins.

Pour décrire un enroulement en fil rond, il faut en effet considérer en plus des cinq variables déjà mises en évidence soit le pas de bobinage soit le nombre de conducteurs, ce qui revient au même. On réintroduit de ce fait la notion de facteur de remplissage, qui a d'ailleurs toutes les chances de constituer une très bonne variable géométrique adimensionnelle.

Bien entendu, les simulations doivent être intégralement recommencées avec de nouveaux modèles, plus nombreux à cause de la variable supplémentaire. Par comparaison avec la formule existante, nous estimons que quatre valeurs différentes du pas de bobinage seraient probablement suffisantes. D'autre part, on pourrait se contenter de neuf fréquences différentes (voire même moins) compte tenu du fait qu'on ne doit attendre aucun effet autour de la fréquence de base puisque la section des conducteurs possède deux dimensions identiques.

Ceci nous amène, en reprenant les valeurs utilisées pour les autres variables (voir Tableau 24, p. 242), à constituer une base de données de 4³x5²x9=14400 simulations. C'est environ le triple des 4800 simulations effectuées pour le conducteur en ruban (qui s'étaient étalées sur environ un mois) mais reste envisageable.

L'autre problème qui se pose est de calculer la régression sur base de ces 14400 résultats, à la fois d'un point de vue de l'outil utilisé, du nombre de paramètres empiriques à ajuster et du temps de calcul. L'opération paraît cependant possible et livrerait probablement des résultats intéressants: les écarts par rapport à la formule 1D sont en effet plus importants (mais limités aux fréquences harmoniques) pour du fil rond que pour du ruban.

VII.5 - Méthode semi-empirique: Autres types d'enroulements

On remarquera enfin que la forme des conducteurs influence aussi les pertes: les simulations ont montré que les enroulements en fil carré génèrent des pertes intermédiaires entre celles d'un enroulement similaire en fil rond et un résultat 1D. Le fil carré n'étant qu'une vue de l'esprit, nous ne pensons pas qu'une campagne de simulations le concernant soit vraiment utile.

Conducteurs quelconques

On pourrait par contre envisager un pas supplémentaire en considérant une couche de conducteurs quelconques, c'est-à-dire de conducteurs rectangulaires correspondant par exemple aux enroulements en pistes de circuit imprimé dans les transformateurs planaires (ce cas englobant d'ailleurs les conducteurs carrés cités ci-dessus).

En supposant pour la simplicité que tous les conducteurs de la couche ont même largeur et sont régulièrement espacés, on doit à nouveau ajouter, par rapport au cas du fil rond, une variable géométrique: la largeur d'un conducteur. La variable adimensionnelle correspondante pourrait être un facteur de forme rapportant cette largeur à la hauteur du conducteur.

Dans l'absolu, on peut estimer grossièrement le nombre de simulations nécessaires à environ $4^4x5^2x10=64000$, ce qui prendrait, par comparaison avec la campagne effectuée, treize mois de simulation. Il n'est pas exclu cependant de réduire assez fortement ce nombre, par exemple en tenant compte de propriétés spécifiques de certains conducteurs ou encore en acceptant une précision légèrement moindre.

Si l'opération, dans sa version réduite, apparaît théoriquement envisageable, il est difficile de dire s'il elle en vaut la peine: d'une part la méthode serait excessivement lourde sans garantir de résultats intéressants (l'enroulement étant toujours limité au cas d'une seule couche), d'autre part le principe consiste justement à effectuer une fois pour toutes l'ensemble des simulations possibles: une fois l'effort fait, il n'y a plus qu'à exploiter la base de données ainsi constituée.

VII.5.2 Enroulements multicouches en ruban

Une autre voie possible, qui intéresse probablement davantage les concepteurs, est d'étendre la méthode aux enroulements comportant plusieurs couches, ou plus généralement à une couche comprise entre deux champs quelconques. Afin d'éviter une multiplication prohibitive des variables, il nous semble exclu d'envisager un autre type de conducteurs que le ruban.

Le passage d'une couche répondant à la définition d'une portion d'enroulement (c'est-à-dire comprise entre un zéro et un maximum de la force magnétomotrice) à une couche quelconque correspond, pour les modèles unidimensionnels, au remplacement de la formule de Dowell par celle de Vandelac et Ziogas (§III.2.2).

Comme dans l'analyse 1D, on doit cette fois supposer que la couche est prise entre deux champs quelconques (notés par exemple H_{high} et H_{low}) dont la différence correspond aux ampères-tours

VII.5 - Méthode semi-empirique: Autres types d'enroulements

portés par cette couche. Par analogie avec la théorie de Vandelac et Ziogas, on peut utiliser la variable α , définie par:

$$\alpha = \frac{H_{high}}{H_{low}}$$
(VII.5-1)

Nous sommes cependant maintenant en deux dimensions. Ceci signifie d'abord que les champs H_{high} et H_{low} , si on les calcule sur base des ampères-tours portés par chacune des couches comme dans un modèle 1D, ne sont pas exactement les champs réels. Ce n'est cependant pas vraiment un obstacle car α sert seulement à caractériser la situation de l'enroulement: la vraie valeur du champ est calculée dans la simulation par éléments finis et stockée dans les paramètres empiriques de la formule. La différence essentielle est plutôt que les pertes dépendent cette fois du champ orthogonal au bord de la couche (que nous notons H_{edge}), comme on a pu le montrer tout au long du chapitre VI.

Comme on ne peut définir en variables toute la géométrie du transformateur, la seule voie possible pour la méthode semi-empirique consiste à limiter le modèle à la couche concernée. On pourrait dans ce cas définir des variables géométriques analogues à celles utilisées jusqu'ici et tenir compte des trois champs H_{high} , H_{low} et H_{edge} par l'intermédiaire de α et d'une seconde variable, du type:

$$\beta = \frac{H_{edge}}{H_{hieh}}$$
(VII.5-2)

Dans cette hypothèse, il reste deux problèmes à résoudre:

- D'une part, si h, b et b_w sont certainement à réutiliser, quelles variables prendre à la place de L_{high} et L_{low}? Faut-il prendre les distances par rapport aux couches adjacentes, par rapport à la ferrite ou par rapport à d'autres points dans l'enroulement? Une étude plus poussée du champ en multicouches, cherchant à identifier l'équivalent de l'ellipse utilisée au §VII.4.2, permettrait probablement de le dire mais la situation semble sensiblement plus complexe que pour deux couches.
- D'autre part, la composante orthogonale H_{edge} dépend non seulement de l'ensemble des couches de l'enroulement, mais même de l'ensemble des conducteurs présents dans la fenêtre de bobinage comme on a pu le constater au §VI.7.4. Il se peut en effet, en fonction des courants présents dans les différents conducteurs, que le champ orthogonal au bord d'une couche n'ait aucun rapport avec les ampères-tours portés par l'enroulement.

Pour appliquer la méthode semi-empirique dans ce cas, il faudrait donc identifier comment calculer grossièrement le champ orthogonal sur base de l'ensemble du diagramme MMF unidimensionnel du transformateur. Nos premiers efforts en ce sens se sont révélés vains et nous ignorons toujours si établir un tel lien est possible.

VII.5 - Méthode semi-empirique: Autres types d'enroulements

On aurait alors à appliquer la méthode semi-empirique en tenant compte de huit variables: X, h, b, b_w , les équivalents de L_{high} et L_{low}, et enfin α et β . Une estimation plutôt optimiste de la base de données nécessaire mène à un chiffre d'environ cent mille simulations. La méthode semble donc clairement atteindre dans ce cas ses limites, sans même penser à l'étendre à des conducteurs distincts.

Par contre, on remarquera que les règles de conception tirées de la formule existante s'appliquent en grande partie à d'autres types de conducteurs. La méthode semi-empirique reste donc un outil offrant beaucoup d'avantages. On peut simplement douter qu'elle fournisse des résultats quantitatifs précis pour des transformateurs beaucoup plus complexes que ceux que nous avons étudiés.

VII.5.3 Autres géométries: formule empirique de Hu et Sullivan

Enfin, on peut imaginer d'appliquer la méthode semi-empirique à d'autres géométries. La preuve en est donnée par les travaux de Hu et Sullivan qui, suivant une démarche étonnament proche bien que tout-à-fait étrangère à nos travaux, ont développé dans **[85]** une formule calculant les pertes cuivre dans un conducteur soumis au champ d'épanouissement d'un entrefer multiple ou distribué.

Dans leurs travaux cependant, la forme analytique n'a aucun lien avec la physique du problème. Nous considérons pour cette raison qu'il s'agit d'un formule "empirique" et non "semi-empirique". Hu et Sullivan arrivent en effet à la forme suivante:

$$F_R(s, p) = k \left(p - \frac{1}{(b^{-n} + p^{-n})^{1/n}} \right) + 1,9$$
(VII.5-3)

où *n*=5,4 et

$$\begin{cases} k = \frac{0.95}{0.95 + 1.4s} \\ b = 3.33s + 2.14 \end{cases}$$
 (VII.5-4)

p et *s* sont deux facteurs géométriques correspondant respectivement au pas entre deux entrefers et à l'écartement entre le conducteur et le noyau (Figure II-131), normalisés par l'épaisseur de peau à la fréquence étudiée. La largeur de l'entrefer apparaît comme une variable indépendante tant qu'elle reste faible comparée à l'épaisseur de peau, de sorte que Hu et Sullivan se contentent de considérer deux paramètres adimensionnels seulement.

VII.5 - Méthode semi-empirique: Autres types d'enroulements



Figure II-131: La situation étudiée par Hu et Sullivan (entrefer multiple)

VII.5.4 Conclusion

Il nous semble en première approche qu'il serait possible et assez facile d'appliquer la méthode semi-empirique au cas d'une couche de conducteurs ronds répondant à la définition d'une portion d'enroulement. Ce cas demande en effet simplement de considérer une variable supplémentaire et révélerait probablement des écarts fort importants avec la théorie 1D aux fréquences harmoniques.

Le cas de conducteurs distincts rectangulaires (pistes de circuit imprimé) demande par contre de considérer deux variables supplémentaires et mène de ce fait à un nombre de simulations beaucoup plus important, ce qui complique également la réalisation de la régression.

Enfin le cas des enroulements multicouches pose des problèmes d'un autre ordre puisque d'une part il obligerait à considérer huit variables (au lieu de cinq), menant à près de vingt fois plus de simulations, et d'autre part demande de disposer d'un moyen (dont l'existence n'est pas démontrée) pour estimer le champ orthogonal sur base des courants portés par les enroulements. L'inconvénient majeur de la démarche semi-empirique décrite dans ce chapitre est donc la portée fort limitée des résultats quantitatifs obtenus. Les analyses qualitatives tiéres de cette même formules sont par contre beaucoup plus générales.

Enfin on peut imaginer d'utiliser une méthode semi-empirique ou simplement empirique pour étudier d'autres géométries. Hu et Sullivan ont développé de cette manière une formule calculant F_R pour un enroulement en ruban situé au voisinage d'un entrefer multiple ou distribué.

[

VII.5 - Méthode semi-empirique: Autres types d'enroulements

VII.6 Conclusion

Après avoir dressé un catalogue des effets 2D au chapitre VI, nous avons ici essayé d'élaborer, à l'intention des concepteurs, un outil de dimensionnement plus précis que les méthodes 1D. La seule voie possible pour combiner précision et facilité d'utilisation nous a semblé d'emmagasiner dans une formule empirique les résultats d'un grand nombre de simulations par éléments finis.

Nous avons pour cela recherché dans une première étape une forme analytique capable de représenter l'augmentation de résistance réelle d'un enroulement quelconque. Une expression combinant la formule analytique de Dowell et trois paramètres empiriques τ , η et ζ a été proposée. Celle-ci possède une très bonne habilité à modéliser les différents effets 2D et constitue en ellemême un outil intéressant.

Dans un second temps, nous avons identifié les paramètres géométriques influençant les pertes dans un modèle à deux dimensions. Le modèle étudié a alors été restreint à une couche de ruban située entre un zéro et un maximum de la force magnétomotrice. On a montré que les variables caractéristiques sont dans ce cas: l'épaisseur du ruban h, la largeur du ruban b et celle de la fenêtre b_w , ainsi que la distance L_{low} vis-à-vis du noyau et la distance L_{high} vis-à-vis de l'autre enroulement du transformateur. On a exprimé ces variables sous forme de quatre variables géométriques adimensionnelles Y₁ à Y₄, à compléter de la fréquence réduite X.

En faisant dépendre de manière polynômiale les trois paramètres empiriques τ , η et ζ des quatre variables géométriques réduites Y₁ à Y₄, on a généralisé l'expression de départ, dans laquelle on a pu emmagasiner au moyen de quarante-cinq paramètres empiriques (fixés au moyen d'une régression) les résultats de 4800 simulations couvrant l'ensemble des situations géométriques possibles. La formule obtenue, baptisée F_R*, donne sur toute la gamme de fréquence l'augmentation de résistance d'une couche de ruban en tenant compte des effets 2D.

Diverses confirmations expérimentales ont montré que la formule semi-empirique F_R^* donne effectivement une solution correcte (maximum 10% d'écart, typiquement 5%) là où la formule analytique 1D sous-estime dangereusement les pertes (jusqu'à 40% d'erreur). Elle constitue donc un outil quantitatif d'un type nouveau, combinant précision et facilité d'utilisation.

La formule semi-empirique va cependant beaucoup plus loin puisqu'elle permet de réaliser des études paramétriques des pertes en fonction des variables géométriques caractéristiques du problème bidimensionnel. Classiquement, de telles études n'étaient possibles qu'en réalisant de longues campagnes de simulations: elles étaient de ce fait partielles et limitées à des études de cas. Sous cet éclairage, la formule semi-empirique devient un outil d'exploration de la base de données formée des 4800 simulations. Des règles de conception plus précises, tenant compte des effets 2D, ont ainsi pu être dégagées. Elles ont été résumées au §VII.4.4.

VII.6 - Méthode semi-empirique: Conclusion

L'analyse de ces nouvelles règles de conception montre que la plupart des transformateurs ont des caractéristiques telles que le champ 2D est peu significatif (en particulier grâce à une faible distance L_{high} entre les couches). Ceci explique les bons résultats obtenus en général grâce aux formules 1D. Au contraire de celles-ci, la formule F_R^* a l'avantage de couvrir également les cas où la composante orthogonale du champ est plus importante, entraînant des pertes supplémentaires. Le domaine d'application de cette formule est donc plus étendu que celui des formules classiques, alors que son usage est tout aussi aisé.

La critique majeure qui peut être faite à la formule F_R^* est son domaine d'application limité. On pourrait penser à développer d'autres formules équivalentes pour d'autres types d'enroulements, et nous pensons que ce serait notamment intéressant pour le fil rond. Mais il semble qu'on doive de toute façon se limiter à des cas élémentaires ne faisant pas intervenir trop de couches ou trop d'enroulements. D'autres situations géométriques peuvent encore être étudiées selon la même démarche comme en témoignent les travaux de Hu et Sullivan sur les entrefers multiples et distribués.

Enfin, malgré un champ d'application limité d'un point de vue quantitatif, la plupart des principes révélés par la formule semi-empirique peuvent sans difficulté être étendus à d'autres types d'enroulements en se basant sur les interprétations physiques tirées des simulations. La méthode semi-empirique représente donc également à ce titre un apport important.

VII.6 - Méthode semi-empirique: Conclusion

VIII. Analyse 3D des champs par éléments finis

Ce chapitre propose une analyse succincte et essentiellement qualitative des champs en trois dimensions dans les pièces magnétiques, réalisée à nouveau au moyen de simulations par éléments finis.

Le premier point (§VIII.1) évoque les spécificités de la simulation en trois dimensions ainsi que deux techniques fort intéressantes permettant de réaliser des études 3D sur base de modèles simplifiés à deux dimensions.

Le deuxième point tente de cerner les effets spécifiquement tridimensionnels, qui sont ensuite détaillés dans les paragraphes VIII.3 à VIII.5. On y analyse ce que nous appelons "l'effet d'arc", quasiment inconnu dans la littérature, ainsi que les effets spécifiques liés aux terminaisons et à la superposition des enroulements.

Le présent chapitre traite également de la validité des simulations 2D par rapport aux pièces réelles, tridimensionnelles par nature.

Plan du chapitre

VIII.1 Introduction à la simulation en trois dimensions	280
VIII.2 Analyse générale du champ en trois dimensions	286
VIII.3 Etude de l'effet d'arc	293
VIII.4 Optimisation d'enroulements planaires	302
VIII.5 Terminaisons et superposition d'enroulements	314
VIII.6 Conclusion	318

VIII - Analyse 3D des champs par éléments finis

VIII.1 Introduction à la simulation en trois dimensions

En songeant aux objets réels, on pourrait souhaiter que toutes les simulations soient réalisées en trois dimensions. En pratique, les modèles 3D ne sont cependant utilisés qu'en cas de réelle nécessité car ils restent extrêmement lourds à mettre en œuvre. Ci-dessous, nous essayons d'identifier ces cas où le recours aux géométries tridimensionnelles est obligatoire. Nous examinons également deux techniques récentes qui permettent de remplacer –dans certaines limites– une simulation 3D par un ou plusieurs modèles 2D. Celles-ci illustrent une fois de plus le fait qu'il est souvent possible et même avantageux d'utiliser plusieurs modèles simples plutôt qu'un modèle unique très complexe.

VIII.1.1 Quand recourir au 3D?

A priori, on pourrait croire que la plupart des transformateurs doivent être simulés en trois dimensions pour obtenir des résultats valables. On peut en effet identifier sur les pièces réelles au moins deux caractéristiques typiquement tridimensionnelles:

- la longueur finie du noyau, qui permet aux enroulements de se refermer *en dehors* de celui-ci (contrairement à un modèle 2D où noyau et enroulements sont de même longueur arbitraire),
- les terminaisons des enroulements (c'est-à-dire les connexions de la pièce magnétique aux autres parties de l'alimentation), qui réduisent en général la symétrie de la pièce.

Plusieurs arguments plaident cependant pour réaliser dans la plupart des cas une étude 2D préalable:

- il est délicat d'aborder une étude 3D si on ne maîtrise pas les phénomènes 2D;
- les simulations 2D donnent dans la grande majorité des cas des résultats qui concordent très bien avec les pièces réelles. C'est notamment le cas des simulations réalisées aux chapitres VI et VII. Ceci démontre que les effets spécifiquement tridimensionnels sont assez rares ou souvent peu significatifs;
- les simulations 3D sont beaucoup plus lourdes à mettre en oeuvre que les simulations 2D. Sur base de notre expérience, nous considérons qu'une étude 3D demande environ cinq fois plus de temps, toutes opérations comprises, qu'une étude 2D;
- même en 3D, on ne simule pas l'ensemble du modèle: la symétrie, dont on profite autant que possible pour réduire le nombre d'équations, amène souvent à négliger les terminaisons des enroulements par exemple (à moins que ce ne soit justement l'objet d'étude). Un modèle 3D comprend donc lui aussi des simplifications par rapport à la pièce réelle.

II - 280

En pratique, on s'oriente donc toujours dans un premier temps vers une simulation 2D, qui permet le plus souvent un dimensionnement global correct. On recourt ensuite aux simulations 3D soit parce que, spécifiquement dans le cas étudié, les mesures ne concordent pas avec les

VIII.1 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Introduction à la simulation en trois dimensions

résultats 2D, soit pour étudier des effets locaux qui ne peuvent être mis en évidence que dans un modèle tridimensionnel.

Les études 3D relevées dans la littérature confortent cette interprétation:

- Prieto et *al.* [157] étudient la disposition à donner aux enroulements d'une pièce magnétique regroupant sur un même noyau E un transformateur et une inductance, ce qui correspond à une géométrie particulière,
- les mêmes auteurs examinent également en 3D différentes stratégies d'entrelacement des enroulements autour d'un noyau torique [161]. Dans ce cas-ci, le noyau possède une symétrie de révolution et pourrait donc être étudié au moyen d'un modèle axisymétrique, mais cette symétrie du noyau est brisée par la géométrie des enroulements,
- un problème similaire (deux fils bobinés autour d'un noyau torique) est étudié par Leonard et *al.* dans [115],
- Barnwell et Jackson [8] analysent des transformateurs planaires dont les enroulements sont formés de pistes circulaires sur un substrat pris entre deux feuilles de ferrite. L'étude consiste à optimiser finement le rendement du transformateur en jouant sur la forme du noyau, dans les limites de l'empreinte carrée reservée pour cette pièce sur le circuit imprimé,
- Nuns, Vannier et Bonafos [144] utilisent des simulations 3D pour étudier, en dehors du noyau, la densité de courant dans les enroulements planaires d'un transformateur de chauffage par induction de 1,5MVA.

Les problèmes énoncés ci-dessus et sur lesquels nous reviendrons pour la plupart correspondent à des cas déjà bien connus des auteurs, pour lesquels on recherche un dimensionnement plus pointu en trois dimensions. Les simulations 3D ne constituent donc pas un outil de dimensionnement usuel.

Pour éviter la lourdeur inhérente aux simulations tridimensionnelles, différents auteurs ont cherché des méthodes alternatives plus rapides. Prieto et *al.* ont particulièrement exploré ce domaine et proposent deux techniques que nous exposons brièvement ci-dessous.

VIII.1.2 Simulations axisymétriques modifiées

Pour des pièces possédant une symétrie de révolution, il est courant de recourir à un type de simulations dont nous avons encore peu parlé: les simulations axisymétriques. Celles-ci consistent simplement à simuler en deux dimensions une coupe (r, z) dans un système de coordonnées cylindriques. Par rapport aux simulations 2D cartésiennes, la différence est simplement l'apparition du rayon r dans les équations.

Ce type de simulations convient par nature à des dispositifs possédant une symétrie cylindrique tels les noyaux RM, les noyaux toriques, certaines parties des enroulements dans les transformateurs planaires, etc.

VIII.1 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Introduction à la simulation en trois dimensions

En acceptant une approximation supplémentaire, on applique parfois ce type de simulation à des pièces magnétiques basées sur des noyaux E. On représente dans ce cas une géométrie qui n'est pas axisymétrique par une approximation "cylindrique" (Figure II-132), beaucoup plus aisée à manipuler qu'un vrai modèle 3D. Tout le problème consiste évidemment à savoir quelle erreur on commet lors de cette approximation. D'après [157], l'erreur commise lorsqu'on calcule les inductances ou les pertes descend difficilement sous la barre des 30%.



Figure II-132: Le noyau E réel (représenté en coupe, en haut) et sa modélisation axisymétrique (en bas)

Pour diminuer cette erreur, R. Prieto, Ostergaard, Cobos et Uceda [159] ont cherché à rapprocher le modèle axisymétrique de la pièce réelle en modifiant les propriétés des matériaux. Ils distinguent deux cas suivant que le noyau comporte ou non un entrefer.

En l'absence d'entrefer, ils proposent pour tenir compte de la géométrie axisymétrique du modèle:

- de modifier dans celui-ci la perméabilité μe de la ferrite pour rétablir la réluctance du noyau et donc la valeur de l'inductance de magnétisation: la perméabilité doit être multipliée par le rapport des surfaces effectives A_e entre le noyau réel et le modèle,
- de modifier dans le modèle la résistivité des enroulements pour rétablir la résistance en continu de ceux-ci (en utilisant le rapport des longeurs moyennes entre la pièce réelle et le modèle).

On remarque que ni la résistance effective en haute fréquence (R_{AC}) ni l'inductance de fuite ne sont ceux de la pièce réelle. L'inductance de fuite est cependant ramenée, d'après les auteurs, à une valeur plus fidèle qu'en l'absence de correction.

En présence d'un entrefer (situé au milieu des jambes extérieures et/ou de la jambe centrale du noyau), la situation est un peu plus complexe. Les modifications suivantes sont proposées dans le modèle:

VIII.1 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Introduction à la simulation en trois dimensions

- rétablir la réluctance des jambes extérieures du transformateur en modifiant cette fois leur épaisseur et non la perméabilité du noyau (ce qui permet à la fois de rétablir la réluctance de la ferrite et de l'entrefer situé dans les jambes extérieures),
- rétablir la réluctance vue par le flux de fuite en modifiant la perméabilité de l'air dans la fenêtre de bobinage, sur base de la différence de surface vue par ce flux entre la pièce réelle et le modèle. (Cette modification de la perméabilité de l'air ne doit cependant pas être appliquée au voisinage de l'entrefer),
- de la même manière qu'en l'absence d'entrefer, modifier la résistivité des enroulements pour rétablir leur résistance DC.

Les confirmations expérimentales données dans l'article montrent que l'erreur sur les grandeurs qu'on s'est efforcé de préserver (à savoir les inductances de fuite et de magnétisation ainsi que la résistance DC) descend sous les 10%.

VIII.1.3 Simulations 2D multiples

Les mêmes auteurs proposent également une autre technique qu'ils jugent plus précise. Celle-ci est intitulée en anglais "*double 2D simulation*" et consiste à remplacer une simulation 3D par deux simulations 2D géométriquement orthogonales permettant chacune de calculer les champs selon une orientation. Les valeurs des inductances et des pertes peuvent ensuite être sommées par combinaison linéaire sur base des longueurs à attribuer à chaque modèle 2D dans la pièce réelle. L'analyse générale du champ 3D faite au point suivant (§VIII.2) confirme le bien fondé de cette technique.

Cette méthode est d'abord exposée dans **[158]**, où on étudie les enroulements d'un transformateur à noyau torique. Des confirmations expérimentales sur noyau E sont également proposées. Celles-ci montrent une précision effectivement meilleure que celle d'une simulation axisymétrique modifiée. Notons que Prieto, en introduction de l'article, souligne le fait que la théorie 1D convient finalement à fort peu de transformateurs de puissance réels.

La Figure II-133 montre un exemple de la décomposition d'une pièce réelle à noyau torique (en haut de la figure) en deux modèles 2D. Le premier modèle, au centre de la figure, est une vue en plan ("*bird view*") tandis que le deuxième modèle (en bas) correspond au noyau "déroulé" ("*unfolded view*"). Dans ce dernier, on double la longueur du noyau de manière à reproduire dans la zone hachurée la symétrie des champs. La Figure II-134 montre une décomposition similaire sur un noyau E.

La méthode est ensuite exploitée dans [161] et [157], où sont étudiés différents types d'entrelacement appliqués respectivement à un noyau torique et à une pièce magnétique rassemblant un transformateur et une inductance sur un noyau E. Dans ce dernier cas, les simulations 2D sont plus nombreuses (une simulation 2D classique plus une simulation "orthogonale" pour chacune des trois jambes portant un enroulement), d'où le nom que nous donnons à cette méthode en français: "simulations 2D multiples".

VIII.1 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Introduction à la simulation en trois dimensions



Figure II-133: Décomposition d'un noyau torique portant deux enroulements en deux modèles 2D orthogonaux



Figure II-134: Décomposition d'un noyau E en deux modèles 2D (lorsque seule la jambe centrale porte des enroulements)

VIII.1 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Introduction à la simulation en trois dimensions

Comme le montrent les confirmations expérimentales fournies dans les différents cas, la méthode convient particulièrement bien pour déterminer les éléments parasites (pertes cuivre et inductance de fuite), qui jouent souvent un rôle majeur dans le fonctionnement du convertisseur. Il faut noter cependant, comme le signalent les auteurs, que les phénomènes particuliers apparaissant aux endroits où les deux modèles 2D se raccordent (comme par exemple les pertes dans les coins des enroulements, voir §VIII.3) ne sont pas pris en compte.

Précisons que les deux méthodes exposées ci-dessus s'inscrivent dans le cadre de l'élaboration d'un logiciel de dimensionnement de pièces magnétiques développé par Ansoft: "PEMag"⁵⁴. Sur base des caractéristiques géométriques de la pièce, celui-ci fait appel à la simulation par éléments finis de manière tout-à-fait transparente pour l'utilisateur. On peut supposer que c'est pour atteindre des temps de calcul raisonnables que les auteurs cherchent à remplacer des modèles 3D par des équivalents plus simples.

VIII.1.4 Conclusion

Alors qu'on aurait plutôt tendance à vouloir simuler toute pièce magnétique en trois dimensions, on remarque en pratique que les modèles 3D ne sont utilisés que pour études relativement avancées d'effets particuliers, comme en témoigne la littérature. La lourdeur de mise en œuvre de ces modèles est évidemment l'argument principal en ce sens.

Plusieurs recherches en cours actuellement, dont le présent travail, visent d'ailleurs à cerner toujours plus précisément les limites d'application de chaque méthode (1D, 2D et 3D) de manière à utiliser en toutes circonstances le modèle le plus facile à manipuler, exploitant les approximations légitimes. Deux techniques sont évoquées pour remplacer un modèle 3D par un ou plusieurs modèles plus simples: les simulations axisymétriques modifiées et les simulations 2D multiples.

⁵⁴ voir aussi la note de bas de page 15, p.118.

VIII.1 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Introduction à la simulation en trois dimensions

VIII.2 Analyse générale du champ en trois dimensions

Lorsqu'on considère le champ en trois dimensions, trois questions principales se posent: dans quelle mesure les résultats 2D s'appliquent-ils aux pièces 3D réelles? Que se passe-t-il dans la zone où les enroulements se referment en dehors du noyau, non modélisée en 2D? Quels sont les effets spécifiquement tridimensionnels? Pour y répondre, nous réalisons ici une étude générale du champ 3D. Les points particuliers relevés dans celle-ci seront traités successivement tout au long du chapitre.

VIII.2.1 Introduction

Les confirmations expérimentales des points §VI.8 et §VII.3 révèlent que les mesures réalisées sur des transformateurs à noyaux classiques en court-circuit correspondent très bien aux résultats des simulations 2D. Nous pouvons en conclure que ces pièces particulières ne présentent pas d'effets tridimensionnels. On peut rappeler également que la méthode analytique 1D donne d'assez bons résultats dans le cas général. On peut donc supposer a priori qu'il y a peu d'effets 3D majeurs à redouter.

Pour s'en assurer et avoir une idée claire du champ tridimensionnel dans et autour des pièces magnétiques, nous réalisons un modèle 3D d'une pièce magnétique planaire qui nous servira à étudier le champ à circuit ouvert et en court-circuit. Compte tenu des conditions de symétrie, le modèle 3D représente seulement un huitième de la pièce réelle.

VIII.2.2 Champ à circuit ouvert (inductance)

Allure générale du champ

Pour modéliser une inductance, nous plaçons dans le noyau planaire deux spires en série (en fait une spire, doublée par la symétrie) comme représenté à Figure II-135. Celles-ci sont alimentées par une source de courant sinusoïdale.

La Figure II-136 montre le champ d'induction à hauteur d'une des spires, en deux représentations complémentaires:

- les tétraèdres représentent sous forme vectorielle le champ d'induction B dans le noyau, où il est évidemment concentré en raison de la perméabilité de la ferrite. Le volume d'un tétraèdre est proportionnel au module du vecteur correspondant,
- le plan coloré montre le module du champ B uniquement dans l'air. On y distingue très nettement l'emplacement de la spire.

VIII.2 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Analyse générale du champ en trois dimensions



Figure II-135: Modèle 3D d'une inductance planaire (moitié inférieure de la self complète)





Commentaire [U50] : (Self5_ CZ.eps)

VIII.2 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Analyse générale du champ en trois dimensions

On note que:

- le champ d'induction n'est significatif que dans la ferrite, constituant l'essentiel de l'inductance de magnétisation. L'allure du champ à cet endroit est tout-à-fait conforme à ce qu'on attend,
- dans l'air, le champ est plus élevé au bord de l'enroulement. Sur ce bord, on observe un maximum localisé à l'intérieur du "virage" ou "arc" de la spire ("A"). Le champ est par contre plus faible sur toute la longueur du bord extérieur se situant en dehors du noyau ("B"). A l'intérieur du noyau, les deux bords de la spire voient un champ de même intensité ("C").

Champ à l'intérieur de la fenêtre de bobinage

Pour compléter cette analyse, la Figure II-137 montre le champ d'induction dans l'air à l'intérieur du noyau, sur le plan de symétrie YZ (selon les directions indiquées à la Figure II-135). La spire est clairement visible en coupe au milieu de la figure.

En relevant la densité de courant (non représentée) dans cette spire, on vérifie qu'une analyse 2D s'applique avec une très bonne précision à toute la longueur des enroulements comprise à l'intérieur du noyau, et non uniquement au plan de symétrie. Cette propriété apparaît également à la Figure II-136, où on voit très bien que le champ reste identique selon l'axe X dans toute la partie droite de la figure ("C").

Cette concordance montre qu'un modèle 2D représente avec une très grande fiabilité les champs dans la fenêtre de bobinage. Ces simulations, que nous ne détaillerons pas, indiquent que l'accord est autant quantitatif que qualitatif.

En ce qui concerne la Figure II-137 elle-même, on peut expliquer quelques points particuliers:

- le champ plus faible sous l'enroulement ("D") s'explique par la symétrie: on se trouve à cet endroit entre les deux spires, où le champ est nul selon une analyse 1D. C'est juste sous l'enroulement, et donc à hauteur de ce champ plus faible, qu'a été prise la coupe de la Figure II-136,
- la concentration du champ aux deux bords de l'enroulement ("E") est typiquement due à un effet de bord comme nous en avons rencontré au chapitre VI,
- enfin la concentration du champ dans les deux coins supérieurs de la fenêtre de bobinage ("F") n'existe pas avec la même intensité dans le modèle réel, où les coins de la fenêtre sont arrondis.

VIII.2 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Analyse générale du champ en trois dimensions



Figure II-137: Champ d'induction dans l'air à l'intérieur du noyau (plan YZ) (la couleur en arrière-plan représente le module du champ d'induction)



Figure II-138: Champ d'induction dans l'air à l'extérieur du noyau (plan XZ)

Commentaire [U52] : (Self5_ CY2.eps)

II - 289

Commentaire [U51] : (Self5_ CX2.eps)



Champ à l'extérieur de la fenêtre de bobinage

Quelle est la validité de ce même modèle 2D pour le reste de la spire? La Figure II-138 représente le champ dans l'air à l'extérieur du noyau, dans le plan de symétrie XZ. En la comparant à la figure précédente (qui est à la même échelle de couleurs), on note un champ tout-à-fait similaire du côté intérieur (à gauche, "G") et par contre un champ légèrement plus faible, quoique de même allure, à l'extérieur de la spire ("H"). Cette valeur plus faible du champ s'explique évidemment par l'absence de ferrite à proximité de l'enroulement, ce qui permet au flux de se "disperser" davantage.

Mis à part à l'intérieur de l'arc de la spire, où le champ est plus élevé (Figure II-136), un modèle 2D représente donc assez fidèlement le champ à l'extérieur du noyau également, même si c'est avec une précision moindre. Le relevé de la densité de courant à l'intérieur et à l'extérieur du noyau (voir Figure II-140 p. 294 et Figure II-142 p. 295) confirme cette conclusion.

VIII.2.3 Champ en condition de court-circuit (transformateur)

Pour modéliser un transformateur en court-circuit, on ajoute au modèle précédent une ou plusieurs spires reprenant les ampères-tours de l'enroulement déjà présent. Nous avons rappelé au §II.4.1 que dans ce cas le champ dû à l'enroulement secondaire annule l'essentiel du flux dans le noyau (flux commun). Seul le flux de fuite subsiste, se concentrant principalement entre les deux enroulements, aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur du noyau [23]. Ceci justifie d'ailleurs la propriété annoncée par Evans (§IV.2.2 et [57]) selon laquelle on peut, en condition de court-circuit, ôter le noyau sans perturber notablement les mesures. Dans cette situation en effet, le noyau ne perturbe le champ qu'au second ordre, influençant l'allure 2D du champ autour des conducteurs comme on a pu le constater au chapitre VII.

Des modèles de transformateurs en charge seront étudiés au §VIII.4. La superposition étant valable, on observe fondamentalement les mêmes résultats qu'en circuit ouvert:

- un modèle 2D est valable avec une très bonne précision sur toute la longueur des enroulements à l'intérieur de la fenêtre de bobinage,
- à une approximation près (le champ est plus faible à l'extérieur de la spire), ce même modèle reste fidèle au champ 3D en dehors du noyau,
- le champ est par contre plus élevé dans la partie courbe (arc) des enroulements.

VIII.2.4 Discussion de la validité des modèles 2D

Validité des modèles 2D pour les transformateurs classiques et planaires

Fondamentalement, les simulations confirment donc la validité des modèles 2D et montrent que le champ n'est pas très différent en dehors du noyau et à l'intérieur de celui-ci. A ce sujet, nous devons cependant distinguer les noyaux classiques des noyaux planaires.

Nous avons vu que, hormis les problèmes d'entrefers et de terminaisons des enroulements (non considérés ci-dessus), les effets 3D se résument à deux propriétés:

VIII.2 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Analyse générale du champ en trois dimensions

- en dehors du noyau, le champ magnétique est plus faible sur le côté extérieur de la spire en raison de l'absence de ferrite à cet endroit,
- dans l'arc, le champ est renforcé du côté intérieur de la spire.

Ces deux effets ne peuvent avoir de conséquence sérieuse dans un transformateur classique. Dans ce cas en effet, "l'extérieur" et "l'intérieur" d'une spire ne sont séparés que par l'épaisseur du conducteur, soit une fraction de millimètre. En supposant même que le champ soit effectivement plus faible du côté extérieur de la couche, l'influence sur les pertes ne peut être que négligeable. Pour un enroulement planaire, la situation est toute différente car cette fois c'est la *largeur* de l'enroulement qui doit être prise en compte. Les deux points suivants (§VIII.3 et §VIII.4) sont consacrés à l'étude des pertes cuivre dans ce cas.

Nous concluons que la constatation apparue au cours des confirmations expérimentales du §VI.8.4 peut être généralisée: hormis les effets liés aux entrefers et aux terminaisons, il n'y a pas d'effets 3D significatifs dans les transformateurs à noyau classique.

De manière générale, les simulations précédentes montrent également que les effets restent fort localisés selon la longueur des enroulements. On relève en effet dans l'allure du champ trois zones bien distinctes qui reproduisent la géométrie de l'enroulement: l'intérieur du noyau, l'arc et la partie rectiligne à l'extérieur du noyau (Figure II-133 par exemple).

VIII.2.5 Remarques

Retour aux simulations 2D multiples

Compte tenu de l'analyse réalisée ci-dessus, on comprend mieux la méthode des "simulations 2D multiples" proposée par Prieto (§VIII.1.3) qui consiste à remplacer un modèle 3D par plusieurs simulations 2D géométriquement orthogonales. L'utilisation de plusieurs simulations 2D permettrait effectivement dans ce cas-ci de retrouver les résultats des Figures II-137 et II-138 (p. 289), à combiner linéairement selon la longueur concernée dans chaque cas. Le seul effet non pris en compte est la concentration du champ à l'intérieur de l'arc. On conçoit facilement que le résultat obtenu est plus précis que sur base d'une seule simulation 2D.

Une interprétation erronée de la part d'Evans

Dans deux articles déjà cités au §IV.2 ([57] et [60]), Evans avance une interprétation étonnante de la méthode analytique 1D selon laquelle, lorsqu'on calcule les pertes, il ne faut appliquer la valeur de F_R calculée selon la méthode de Dowell qu'à la longueur des enroulements comprise dans le noyau. Il affirme en effet:

"According to Dowell's analysis, the length of transformer winding exposed to the leakage fields is equal to twice the core width and this length should therefore be used in the calculation."

VIII.2 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Analyse générale du champ en trois dimensions

Evans s'étonne ensuite de trouver un résultat plus proche des mesures en prenant non pas cette longueur réduite mais la longueur totale de l'enroulement.

A la lumière de l'analyse réalisée ci-dessus, il nous semble qu'il s'agit là d'une erreur assez grossière d'interprétation de la formule de Dowell, où l'on confond une fois de plus le modèle 1D servant à calculer la valeur de F_R avec la résistance DC à laquelle il faut appliquer ce facteur (et calculée elle selon la longueur *réelle* de l'enroulement). Ni l'article de Dowell ni les articles ultérieurs sur la méthode analytique 1D ne font mention d'une semblable restriction sur la longueur des enroulements.

Effets 3D dans d'autres types de noyaux

Dans l'étude ci-dessus, nous n'avons considéré que des noyaux de type E. Mis à part pour les noyaux toriques (pour lesquels on peut utiliser les simulations 2D multiples), il s'agit de la géométrie où les effets 3D risquent le plus de se manifester. Compte tenu des résultats obtenus ici, on peut supposer que des simulations axisymétriques modéliseront avec une grande précision les pièces réelles basées sur des noyaux présentant une symétrie cylindrique tels les types RM, "pot core" ou similaires.

VIII.2.6 Conclusion

En réponse aux trois questions posées en introduction de ce paragraphe, on peut avancer que les effets spécifiquement tridimensionnels sont rares. En dehors du noyau, le champ est en effet fort semblable au champ à l'intérieur de la ferrite, ce dernier correspondant lui-même très précisément à une analyse 2D. La seule exception, c'est-à-dire le seul effet 3D notable, apparaît dans l'arc formé par les enroulements à l'endroit où ceux-ci sortent du noyau: on y observe une concentration du champ localisée du côté intérieur des spires.

Concernant cet "effet d'arc", une distinction doit être faite entre noyaux classiques et noyaux planaires. Aucune conséquence significative ne doit être attendue dans les premiers puisque l'arc se réduit alors à une courbure des enroulements selon leur *épaisseur*: les modèles 2D sont directement applicables aux noyaux classiques réels. Dans le second cas par contre, la courbure a lieu selon la *largeur* des enroulements: il existe alors des effets significatifs sur la densité de courant et donc sur les pertes. Ce point est analysé plus en détail dans les deux paragraphes suivants (§VIII.3 et §VIII.4).

L'analyse ci-dessus ne considère cependant ni les effets liés à la présence d'un entrefer ni les effets relatifs aux terminaisons. Ce dernier cas est succinctement étudié au §VIII.5.

VIII.2 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Analyse générale du champ en trois dimensions

VIII.3 Etude de l'effet d'arc

Dans le point précédent, nous avons identifié un effet purement tridimensionnel localisé dans ce qu'on peut appeler "l'arc" d'un enroulement planaire. Nous en analysons l'origine physique et les conséquences sur les pertes cuivre. Nous introduisons la notion de "flux entrant" pour les couches composées de plusieurs spires.

VIII.3.1 Analyse de la densité de courant dans l'arc

D'après le paragraphe précédent, l'effet d'arc se caractérise par une valeur plus élevée du champ magnétique sur le bord intérieur de la partie courbe d'un enroulement planaire. Les Figures II-139 et II-140 montrent ses répercussions sur la densité de courant à basse fréquence (X<<1) dans l'inductance 3D utilisée précédemment. On observe que la densité de courant:

- est uniforme à l'intérieur du noyau ("I"),
- est nettement plus élevée (ici environ le double de la valeur moyenne) du côté intérieur de la spire au milieu de l'arc ("J"),
- présente un profil à mi-chemin entre ces deux situations dans le plan de symétrie XZ à l'extérieur du noyau ("K").

L'effet sur les pertes est dans ce cas-ci relativement surprenant. Pour la seule partie courbe de l'enroulement (c'est-à-dire dans un angle de 90°), on relève en effet une valeur de F_R égale à 0,83, c'est-à-dire *plus faible* que si la densité de courant était uniforme ($F_R=1$) sur la même surface, ce que nous n'avions encore jamais rencontré. Corollairement, on observe une diminution à 0,95 du facteur de résistance de la spire entière⁵⁵.

Dans ce cas-ci, l'effet d'arc diminue donc les pertes. Ceci s'explique par la valeur de la densité de courant plus faible à l'extérieur de la spire, qui joue sur un volume beaucoup plus grand que la densité de courant plus élevée sur le bord intérieur. Si l'effet global est positif, il ne faut cependant pas perdre de vue que l'enroulement subit localement une densité de courant double qui pourrait mener à un point chaud dommageable.

Compte tenu de la fréquence utilisée dans cette simulation (100Hz), pour laquelle tout effet quasistatique a disparu, on peut avancer que l'effet d'arc n'est pas de la même nature que l'effet de bord que nous avons identifié au chapitre VI. Il ne s'agit pas ici d'un effet quasi-statique, mais plutôt d'un effet *statique* d'origine purement géométrique et apparaissant uniquement en trois dimensions.

VIII.3 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Etude de l'effet d'arc

⁵⁵ Le calcul du facteur de résistance est fait ici pour un enroulement à circuit ouvert alors que nous avons toujours choisi une condition de court-circuit dans les chapitres précédents. La seule différence est que la couche n'est pas située entre un champ nul et un champ maximal, mais entre deux champs opposés. Ceci n'est pas gênant car l'étude porte uniquement sur la répartition de la densité de courant selon la largeur de la spire (la densité de courant est quasiment uniforme selon la hauteur).





VIII.3 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Etude de l'effet d'arc



VIII.3 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Etude de l'effet d'arc

A plus haute fréquence (X=1,5), on peut observer aux Figures II-141 et II-142 qu'un effet de bord classique (quasi-statique) se cumule à l'effet précédent, rendant ce dernier moins visible. On observe comme à plus basse fréquence une distorsion du profil de la densité de courant vers l'intérieur de l'arc (vers la gauche sur la Figure II-142). Alors que la valeur de F_R à l'intérieur du noyau (obtenue par une analyse 2D) est égale à 2,08, l'arc subit une augmentation de résistance de 1,45 seulement. Pour l'ensemble de la spire, on obtient une valeur intermédiaire de 1,83. Les effets se superposant, le point de densité de courant maximale sera donc toujours localisé dans une pièce magnétique sur le bord intérieur de l'arc (sauf effets supplémentaires dus à la superposition des enroulements, aux terminaisons, etc).

Dans ces deux simulations (Figures II-140 et II-142), on peut remarquer comme nous l'avions anticipé au point précédent que le profil de la densité de courant dans la partie rectiligne de l'enroulement en dehors du noyau ("L") est très proche du profil à l'intérieur du noyau ("M"). Appliquer une analyse 2D à cette partie de l'enroulement constitue donc une fort bonne approximation.

VIII.3.2 Interprétation physique

Effet d'arc sur une spire unique

A notre connaissance, l'effet d'arc n'est cité dans la littérature que par Carsten [23]. Pour expliquer l'interprétation de ce dernier, considérons uniquement la partie courbe des enroulements d'un transformateur en court-circuit composé de deux spires. Le champ magnétique n'est significatif qu'entre les deux enroulements (flux de fuite). En coordonnées cylindriques, la densité de courant est orientée selon la coordonnée angulaire θ et le champ magnétique selon la coordonnée radiale r, l'origine des coordonnées étant prise au centre de courbure de la spire.



Figure II-143: Explication physique de l'effet d'arc sur une spire

VIII.3 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Etude de l'effet d'arc

L'explication de la non-uniformité de la densité de courant dans l'arc est, selon Carsten, la suivante (Figure II-143):

- puisqu'aucun flux ne peut traverser la surface horizontale de la spire, le flux de fuite entrant du côté intérieur de l'arc est identique au flux sortant à l'extérieur de celui-ci. Or la surface vue par ce flux est variable et vaut *r*.L_{high} (L_{high} étant la distance entre les deux enroulements): elle est donc proportionnelle au rayon,
- le champ magnétique entre les deux enroulements, qui vaut bien le flux (constant) divisé par la surface (proportionnelle à r), est donc inversément proportionnel au rayon,
- la densité de courant étant localement liée au champ (voir §II.2.4), celle-ci est également inversément proportionnelle au rayon de courbure: elle est donc plus élevée à l'intérieur de l'arc et plus faible à l'extérieur.

Nous jugeons cette explication partielle: Carsten y utilise en effet le lien entre la densité de courant et le champ, typique des effets quasi-statiques, pour justifier un effet qui apparaît également aux fréquences statiques comme nous l'avons expliqué. A notre sens, on peut expliquer le fait que la densité de courant se concentre à l'intérieur de l'arc (Figure II-139) simplement parce que ce trajet présente une résistance moindre. L'explication de Carsten garde cependant son intérêt aux fréquences quasi-statiques, notamment lorsque la couche comporte plusieurs spires comme expliqué ci-dessous.

Effet d'arc sur plusieurs spires

Supposons maintenant qu'un enroulement soit formé de plusieurs spires en série sur une même couche comme c'est souvent le cas. Dans cette situation, l'effet d'arc se complique.



Figure II-144: Effet d'arc sur plusieurs spires en série (spires de même largeur)

Si toutes les spires ont la même largeur (Figure II-144), la densité de courant *moyenne* sur la largeur du conducteur est identique dans toutes les spires. De ce fait, le champ magnétique moyen à la

VIII.3 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Etude de l'effet d'arc



surface de la spire est également le même. Cependant, le rayon moyen des spires n'est pas le même: il est plus élevé à l'extérieur de l'enroulement. De ce fait, le flux vu par les spires extérieures est plus grand que le flux vu par les spires intérieures. La seule possibilité pour satisfaire cette condition est qu'une partie du flux entre par les interstices séparant les différentes spires: c'est ce que nous appelons le "flux entrant"⁵⁶.

Cette situation est à éviter car elle fait apparaître un champ orthogonal au bord des spires, créant à cet endroit une concentration de densité de courant comme le ferait un effet de bord. Il faut en particulier redouter une inversion de la densité de courant du côté extérieur des spires comme illustré à la Figure II-145. L'importance de la non-uniformité de J dépend évidemment du rayon de courbure et de la largeur de la spire (voir aussi Figures II-149, p. 303 et II-150, p. 304).



Figure II-145: Inversion de la densité de courant du côté extérieur des spires

Pour réduire cet effet, Carsten préconise de modifier de manière individuelle les largeurs des spires de manière à rétablir une même valeur du produit "densité de courant moyenne X surface", donc un même flux. Dans ce but, il faut rendre la largeur des spires proportionnelle au rayon de courbure pour retrouver en quelque sorte la situation de la Figure II-143.



⁵⁶ Le terme de "flux entrant" désigne simplement un flux passant entre les spires. Les grandeurs sont évidemment alternatives.

VIII.3 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Etude de l'effet d'arc

Figure II-146: Effet d'arc sur plusieurs spires en série (largeur proportionnelle au rayon de courbure) Dans son principe cette technique permet effectivement d'annuler le flux entrant entre les spires, et donc de réduire la non-uniformité de J. Néanmoins elle augmente simultanément la valeur moyenne de la densité de courant dans les spires intérieures. Il y a donc probablement un compromis à trouver. D'autre part, il faut raccorder ces pistes de largeur différentes dans l'arc aux parties rectilignes de l'enroulement, où les spires doivent garder une largeur identique. Cette méthode sera testée au §VIII.4.

VIII.3.3 Autres profils d'arc

Pour refermer l'enroulement en dehors du noyau, il existe évidemment d'autres profils que l'arc de cercle. Lorsque les enroulements sont formés de pistes de cuivre sur un circuit imprimé, on dispose d'ailleurs d'une grande liberté puisqu'on peut donner n'importe quelle forme à la spire sans surcoût ni difficulté de fabrication particulière.

Les Figures II-147 et II-148 montrent respectivement la densité de courant dans un profil "carré" et dans un profil "oblique". Le Tableau 31 montre que les pertes globales de la spire ne subissent pas de variation importante, mais que la répartition de courant (traduite dans le facteur de résistance F_R , mais aussi dans la densité de courant maximale à l'intérieur de l'arc J_{max}) varie d'un profil à l'autre. La comparaison ci-dessus, se limitant à un cas particulier, n'est cependant qu'indicative puisque ces valeurs sont influencées par la largeur de la spire, la courbure du profil circulaire, etc.

	pertes spire (mW)	F _R arc	F _R spire	J _{max} (A/mm²)
profil carré	0,293	0,66	0,86	1,46
profil circulaire	0,293	0,83	0,95	1,36
profil oblique	0,288	0,78	0,93	1,26

Tableau 31: Comparaison des pertes, de l'augmentation de résistance

 et de la densité de courant maximale pour différents profils d'arc en statique

D'après Carsten, qui établit dans **[23]** un classement des profils, le profil carré est le plus mauvais (en raison de la pointe de densité de courant à l'intérieur de la spire), suivi par le profil oblique et enfin le profil circulaire. Nos simulations ne montrant pas exactement la même hiérarchie, il semble que la réalité soit un peu moins tranchée.

Dans toutes les hypothèses, on peut être sûr que les non-uniformités de la densité de courant (surcroît ou déficit) sont localisées aux coins du profil. Les rayons de courbure faibles et les angles aigus sont à proscire conformément à l'explication physique qui a été donnée. On s'efforcera, lorsque la couche comporte plusieurs spires, de minimiser le flux entrant en utilisant éventuellement des largeurs de pistes différentes.

VIII.3 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Etude de l'effet d'arc


Figure II-147: Densité de courant dans un enroulement planaire à basse fréquence (profil carré)



Figure II-148: Densité de courant dans un enroulement planaire à basse fréquence (profil oblique)

VIII.3 - Analyse 3D des champs par éléments finis: *Etude de l'effet d'arc*

VIII.3.4 Calcul des largeurs des spires annulant le flux entrant

Contrairement à ce qu'on pourrait croire, le calcul de largeurs proportionnelles au rayon de courbure pour des spires circulaires n'est pas trivial. Il faut en effet résoudre une équation de degré n (nombre de spires) en α (facteur de proportionnalité entre la largeur de la spire et son rayon de courbure moyen) dont la détermination n'est pas aisée.

Nous développons à l'Annexe D les calculs menant à l'équation à résoudre pour tout n. En supposant que les rayons extrêmes de l'enroulement sont R_{min} et R_{max} et que w_d est l'intervalle nécessaire entre deux spires, cette équation peut notamment s'écrire:

$$R_{\min}\left\{ (2-\alpha)^{n} + \sum_{i=1}^{n} 2\alpha (2+\alpha)^{i-1} (2-\alpha)^{n-i} \right\} - R_{\max} (2-\alpha)^{n}$$

$$+ w_{d}\left\{ (n-1)(2-\alpha)^{n} + \sum_{k=0}^{n-2} 2\alpha (n-1-k)(2+\alpha)^{k} (2-\alpha)^{n-k-1} \right\} = 0$$
(VIII.3-1)

On utilise un tableur pour calculer les coefficients de cette équation (voir annexe) et la résoudre de manière numérique. Sur base de la valeur obtenue pour α , on peut alors déterminer les rayons de courbure et les largeurs des différentes spires.

VIII.3.5 Conclusion

L'effet d'arc sur une spire se traduit par une densité de courant inversément proportionnelle au rayon de courbure. Nous avons montré qu'il s'agit d'un effet purement géométrique, présent dès les fréquences les plus basses (statiques). Pour limiter la non-uniformité de la densité de courant, il faut préférer un profil ne comportant ni angles aigus ni faibles rayons de courbure.

Lorsque la couche comporte une seule spire, l'effet d'arc a plutôt tendance à *réduire* les pertes par rapport à une densité de courant uniforme. Simultanément, il cause une augmentation importante de la densité de courant à l'intérieur de l'arc, qui constitue dans la grande majorité des cas le point où J atteint son maximum dans la pièce magnétique (avec le risque de voir apparaître un point chaud). Les deux phénomènes étant antagonistes du point de vue du dimensionnement, seule une analyse thermique permettra de dire si l'effet est globalement favorable ou défavorable.

Lorsque la couche comporte plusieurs spires, on montre facilement qu'un "flux entrant" passe obligatoirement entre celles-ci si elles possèdent la même largeur. Cette situation, qui est de nature à augmenter les pertes, peut en principe être évitée en utilisant pour chaque spire une largeur proportionnelle au rayon de courbure. Le calcul de telles largeurs nécessite la résolution d'une équation de degré n (n étant le nombre de spires) dont nous avons déterminé l'expression.

VIII.3 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Etude de l'effet d'arc

VIII.4 Optimisation d'enroulements planaires en 3D

L'analyse de l'effet d'arc est l'occasion de revenir au transformateur de 600W qui a déjà été simulé en deux dimensions au §VI.7. Ce transformateur planaire à trois enroulements montre effectivement un effet 3D qu'on peut tenter de réduire en optimisant le dessin des pistes dans l'arc.

VIII.4.1 Première série de simulations

Une première série de simulations est basée sur un noyau comportant un primaire formé de deux couches de quatre spires et un secondaire formé d'une seule spire. Afin de limiter le nombre d'équations, les modèles comportent moins de couches que le transformateur réel (composé pour rappel d'un primaire de quatre couches, un secondaire 24V de 2 couches et deux demi-secondaires 5V d'une couche chacun). Ils sont simulés en court-circuit avec une source de courant sinusoïdale à 200kHz (fréquence de découpage). On s'intéresse essentiellement à la répartition de courant au primaire, et on relève les pertes de chaque couche ainsi que la densité de courant maximale.

Un premier modèle (P5_3D, Figure II-149) confirme l'analyse de l'effet d'arc faite précédemment. On voit bien en effet la non-uniformité de la densité de courant (visible, pour rappel, d'après la surface des flèches) présente dans l'arc sur les deux spires intérieures du primaire ("N"). Dans la première spire, on peut remarquer une inversion de la densité de courant ("O") due au flux entrant, lui-même visible à la Figure II-150 ("P").

Cette situation étant jugée défavorable, on simule un second transformateur (P4_3D) dans lequel la largeur des spires du primaire est proportionnelle au rayon de courbure moyen de celles-ci, conformément à l'idée préconisée par Carsten. Les spires intérieures sont donc beaucoup plus étroites que les spires extérieures (Figure II-151). Comme indiqué dans le Tableau 32, les pertes de l'enroulement s'en trouvent légèrement réduites (-4,7%), la densité de courant étant plus uniforme. On constate cependant une augmentation très importante (+26,7%) de la densité de courant maximale localisée à l'intérieur de l'arc, sur la spire intérieure de la couche la plus extérieure. Cette augmentation s'explique par une densité de courant moyenne plus élevée en raison de la largeur réduite de la spire.

Les simulations montrent encore que la correction sur les largeurs est en quelque sorte trop forte car il existe entre la première et la deuxième spire un flux *sortant* (au lieu d'être nul), qui est également de nature à augmenter les pertes. Un meilleur profil est donc possible en réduisant la correction. Nous proposons d'appliquer le facteur de proportionnalité α défini précédemment (rapport entre la largeur et le rayon de courbure moyen de la spire) uniquement à une fraction γ de la largeur des spires.

Un troisième modèle (P6_3D) pour lequel γ vaut 70% (au lieu de 100% dans le modèle P4_3D précédent) confirme l'intérêt d'une correction plus faible: la densité de courant maximale n'augmente plus que de 10,9% (au lieu de 26,7%) par rapport au modèle à spires de même largeur

VIII.4 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Optimisation d'enroulements planaires

 $(\gamma=0\%)$ et les pertes sont plus faibles que dans les deux autres modèles (-3,7% sur les pertes totales, -6,2% sur le primaire). Un léger flux entrant existe encore sur les deux premières spires, indiquant que l'optimum se situe donc entre $\gamma=70\%$ et $\gamma=100\%$ pour cet enroulement.

La réduction des pertes étant ici peu significative, la recherche précise de cet optimum a relativement peu d'intérêt. On soulignera par contre le fait que la réduction des pertes entraîne une augmentation de la densité de courant maximale, qui semble elle beaucoup plus sensible au facteur γ . Dans ce cas-ci, le gain apporté par la modification des largeurs de pistes dans l'arc n'est donc pas avéré: on peut au contraire favoriser un point chaud en appliquant une correction trop forte.

		pertes (mW)				Т
		primaire		secondaire	Total	(A/mm^2)
modèle	γ	extérieur	intérieur	secondarie	Totai	(21) IIIII)
P5_3D	0% (largeurs égales)	12,9	12,9	23,0	48,8	16,5
P4_3D	100%	12,3	12,5	22,9	47,7	20,9
		(-4,7%)	(-3,1%)	(-0,4%)	(-2,25%)	(+26,7%)
P6_3D	70%	12,1	12,2	22,7	47,0	18,3
		(-6,2%)	(-5,4%)	(-1,3%)	(-3,7%)	(+10,9%)

Tableau 32: Comparaison des pertes et de la densité de courant maximale en fonction du facteur γ (fraction de la largeur des pistes proportionnelle au rayon de courbure moyen)



Figure II-149: Densité de courant dans la couche extérieure du primaire ($\gamma = 0\%$)



VIII.4 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Optimisation d'enroulements planaires



Figure II-150: Flux entrant entre des spires de largeurs égales (γ=0%). L'intérieur de l'arc se situe du côté droit de la figure



Commentaire [U59] :

VIII.4 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Optimisation d'enroulements planaires

VIII.4.2 Seconde série de simulations

Largeur des pistes et rayon de courbure

Dans une seconde série de simulations, on utilise des modèles similaires mais où le primaire comporte cette fois quatre couches (et non deux) afin de se rapprocher de la pièce réelle. L'accent est mis sur la recherche du meilleur profil possible, à la fois du point de vue des pertes et de la densité de courant maximale. On profite pour cela de la possibilité de réaliser un dessin quelconque des pistes en testant différentes idées (Tableau 33). Dans cette seconde série, le dessin du secondaire, formé d'une seule spire, suit toujours les limites de l'enroulement primaire.

pertes (mW)						
		primaire				J _{max}
modèle	type	2 couches	2 couches	secondaire	Total	(A/mm^2)
		extérieures	intérieures			
P5_III	γ=0%	34,7	33,5	92,9	161,1	34,8
P6_III	γ=70%	30,9	30,9	91,9	153,7	38,5
		(-11%)	(-7,8%)	(-1,1%)	(-4,6%)	(+10,6%)
P7_III	γ=0%	38,3	36,6	102,1	177	34,3
	rayon augmenté	(+10,4%)	(+9,3%)	(+9,9%)	(+9,9%)	(-1,4%)
P8_III	γ=70%	31,5	31,3	92,8	155,6	35,2
	profil optimisé	(-9,2%)	(-6,6%)	(-0,1%)	(-3,4%)	(+1,1%)
P9_III	γ=90%	30,2	30,4	92,4	153	36,0
	profil optimisé	(-13%)	(-9,3%)	(-0,5%)	(-5,0%)	(+3,4%)
P11_III	P9_III +	30,2	30,4	93,9	154,5	35,4
	secondaire rainuré	(-13%)	(-9,3%)	(+1,1%)	(-4,1%)	(+1,7%)
P12_III	P9_III +	29,4	29,8	90,6	149,8	35,7
	spire ext. carrée	(-15%)	(-11%)	(-2,5%)	(-7,0%)	(+2,6%)

Tableau 33: Optimisation du dessin des pistes: pertes et densité de courant maximale dans différents modèles

Le premier modèle (P5_III) utilise quatre pistes de largeur identique, à titre de référence. Les simulations, non représentées, montrent un effet d'arc similaire à celui de la Figure II-149 mais plus marqué (l'inversion de la densité de courant dans la première spire est plus nette). Dans le second modèle (P6_III), la largeur des spires est partiellement proportionnelle au rayon de courbure (γ =70%) conformément aux observations précédentes. On constate dans le tableau cidessus les mêmes effets que dans la première série de simulations, à savoir des pertes plus faibles (spécialement sur les couches les plus extérieures du primaire) et une densité de courant maximale plus élevée.

Sachant que l'effet d'arc dépend au premier ordre du rayon de courbure de la première spire, nous prenons l'option d'augmenter ce rayon en gardant une même largeur pour toutes les spires (modèle P7_III). Le résultat est moins bon que le modèle original: on obtient une densité de courant

VIII.4 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Optimisation d'enroulements planaires

maximale à peine plus faible (-1,4%) alors que les pertes totales augmentent de manière significative (+9,9%). La réduction de la largeur des pistes annihile dans ce cas-ci le gain provenant d'une meilleure uniformité de J.

Les modèles P8_III et P9_III exploitent d'une manière un peu plus poussée l'idée d'un rayon de courbure plus grand, en utilisant un profil optimisé. Lors du dessin des pistes, une des principales contraintes est de respecter en tout point entre le cuivre et la ferrite une distance d'isolation *d*. On dessine donc généralement l'arc en plaçant le centre de courbure des pistes au coin de la ferrite (haut de la Figure II-152): la piste est dans ce cas toujours au plus près du noyau.



Figure II-152: Profil normal (en haut) et profil optimisé (en bas)

En raison de l'effet d'arc, cette solution n'est cependant pas optimale, surtout si la distance d est très petite (puisqu'on a alors un faible rayon de courbure). Il faut donc rechercher un profil permettant d'augmenter le rayon de courbure sans réduire significativement la surface conductrice. Nous proposons d'éloigner le centre de courbure des enroulements vers l'intérieur du noyau, de manière à rester aussi près que possible de celui-ci tout en augmentant le rayon de courbure. La distance minimale d est exactement obtenue au milieu de l'arc pour un angle de 45°. Dans le reste de l'arc, les pistes sont légèrement déformées vers l'extérieur, la déformation se répercutant de manière de moins en moins significative sur les pistes suivantes.

VIII.4 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Optimisation d'enroulements planaires

Comme on peut le voir dans le Tableau 33 (modèles P8_III et P9_III), ce type de profil permet de diminuer les pertes sans augmenter significativement la densité de courant maximale. Il constitue donc une avancée intéressante par rapport aux modèles précédents. Dans ce cas-ci, on obtient une solution légèrement meilleure en réaugmentant la valeur de γ (P9_III: γ =90%).

Rainurage du secondaire

En vue de limiter la non-uniformité de J au *secondaire*, formé d'une seule spire très large, nous avons également songé à appliquer un "rainurage" à celui-ci ("**Q**") de manière à créer des "canaux" pour répartir la densité de courant, au prix d'une légère diminution de la surface conductrice. Cette technique n'apporte cependant ici aucune amélioration significative par rapport aux modèles précédents (et en particulier P9_III) comme le montrent les résultats du modèle P11_III.



Figure II-153: Densité de courant dans le secondaire en présence d'un rainurage (P11_III)

Indépendamment de nos travaux, la même technique est utilisée par Nuns dans [144] pour uniformiser la densité de courant dans un transformateur planaire de chauffage par induction. Elle se révèle dans ce cas efficace en réduisant de 25% la densité de courant maximale. Il s'agit cependant d'un problème différent puisqu'on y observe une inversion de la densité de courant dans l'arc (ce que l'auteur appelle des "turbulences électriques") due non à l'effet d'arc mais à la proximité d'un autre enroulement ne suivant pas le même profil (ce qui est une cause de pertes supplémentaires comme on le verra au §VIII.5). Le rainurage peut donc s'avérer intéressant dans certains cas spécifiques, spécialement si la densité de courant possède une composante radiale marquée comme c'est le cas chez Nuns.

VIII.4 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Optimisation d'enroulements planaires

II - 307

Commentaire [U60] : (P11_II I_J.eps)

Spire extérieure carrée

Une dernière amélioration est proposée au primaire: elle consiste à étendre la spire extérieure aussi loin que possible compte tenu du fait qu'on dispose de toute façon d'une surface rectangulaire sur le circuit imprimé (Figure II-154). Cette option permet de diminuer encore quelque peu les pertes globales (-7% par rapport au dessin initial) sans effet défavorable sur la densité de courant maximale.



Figure II-154: Un exemple de modèle utilisant une spire extérieure carrée

On peut évidemment songer à exploiter la surface disponible en déformant de la même manière le dessin des spires intérieures. Nous n'avons pas testé cette hypothèse, qui permettrait probablement d'obtenir un dessin encore meilleur. Comme on le verra au point suivant, il convient, lorsqu'on utilise une spire extérieure carrée, d'imprimer une modification semblable aux autres couches conductrices.

VIII.4.3 Simulations axisymétriques

A titre de complément, nous avons réalisé quelques simulations axisymétriques des transformateurs précédents dans le but de tester la concordance de celles-ci avec un modèle 3D. Ces simulations reviennent à considérer des modèles cylindriques. L'accord entre la simulation axisymétrique et une coupe prise à 45° dans l'arc du modèle 3D s'est révélé excellent, spécialement du point de vue de la répartition des champs (la valeur du champ lui-même s'écartant de quelques pourcents entre les deux modèles). Ce bon accord est notamment dû au caractère très localisé de l'effet d'arc que nous avons déjà eu l'occasion de souligner: localement, le modèle 2D axisymétrique représente très bien le modèle 3D.

VIII.4 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Optimisation d'enroulements planaires

Dans certaines limites, les simulations axisymétriques peuvent donc être utilisées de manière fiable pour étudier l'effet d'arc et pour optimiser les conducteurs à cet endroit des enroulements. Elles représentent dans ce cas une solution beaucoup moins lourde que les simulations 3D. Elles permettent en particulier d'étudier des modèles comportant un grand nombre de couches, alors que ce facteur apparaît vite limitatif dans les modèles 3D.

Bien sûr, ces simulations ne permettent d'étudier qu'une petite partie des enroulements, mais on peut imaginer de les combiner à des simulations 2D cartésiennes (selon la technique des simulations multiples proposée par Prieto au §VIII.1.3) pour réaliser des optimisations séparées pour les parties rectilignes et courbes des enroulements, à la fois dans et hors du noyau. Il nous paraît possible de cette manière de réduire assez fortement le nombre de simulations 3D nécessaires pour optimiser un modèle.

VIII.4.4 Mesures sur prototypes

Prototypes réalisés

En vue de confirmer les observations apparaissant en simulation, différents prototypes ont été réalisés. Il s'agit ici de transformateurs réels aptes à être placés dans une alimentation, et non de modèles uniquement destinés à des confirmations expérimentales.

Signalons d'abord que le dimensionnement 2D proposé au chapitre VI (§VI.7), testé dans une première série de prototypes planaires, s'est avéré trop optimiste. Si l'on s'en tient au nombre de couches annoncé⁵⁷, le transformateur atteint déjà 130°C (à 250kHz et 25°C d'ambiance), ce qui est la limite tolérable, pour 500W de puissance à la charge. Pour atteindre voire dépasser les 600W demandés, la solution retenue a consisté à dédoubler le primaire et le secondaire 5V et à les disposer en entrelacement autour du secondaire 24V. La fréquence de découpage a également été abaissée aux environs de 100kHz. D'un point de vue technologique, les enroulements sont réalisés sur un circuit imprimé unique de 14 couches.

La Figure II-155 montre les profils utilisés dans les deux prototypes principaux réalisés suite à cette modification, à savoir un modèle basé sur un profil classique (pistes de même largeur, en haut) et un modèle optimisé utilisant des largeurs de pistes différentes ainsi qu'un rayon de courbure augmenté (profil optimisé, en bas). Les deux modèles possèdent une spire extérieure carrée.

⁵⁷ primaire: 4 couches, secondaire 24V: 2 couches, secondaire 5V: 2x1 couche

VIII.4 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Optimisation d'enroulements planaires



Figure II-155: Comparaison des profils de pistes avant (en haut) et après optimisation pour l'effet d'arc (en bas) (de gauche à droite: exemples de couches du primaire, du secondaire 24V et du secondaire 5V)

Mesures

Différentes mesures ont été réalisées sur ces deux prototypes en fonctionnement réel dans une alimentation refroidie par air forcé. Deux thermocouples ont été placés à la surface du circuit imprimé portant les enroulements:

- le premier (TH1) dans le noyau, au milieu des pistes,
- le second (TH2) au point supposé le plus chaud, à savoir derrière le noyau (c'est-à-dire du côté opposé à la source d'air forcé) et à l'intérieur de l'arc.

Deux noyaux similaires provenant de sources différentes (Magnetics et Philips) ont été utilisés. Celui de Magnetics étant légèrement moins haut, le transformateur doit en principe atteindre une température supérieure, d'abord parce qu'un faible L_{low} augmente les pertes (VII.4.2), mais surtout parce que la circulation de l'air dans le noyau est moins aisée.

VIII.4 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Optimisation d'enroulements planaires



Figure II-156: Prototype de transformateur planaire à profil classique (dimensions du circuit imprimé: 33mmx77mm)

	profil c	lassique	profil optimisé		
	(noyau Magnetics,		(noyau Philips,		
	NC 8204 142 12944)		NC 8204 142 13013)		
courant de sortie (sortie principale 5,15V)	TH1	TH2	TH1	TH2	
100A	40,8	43,4	46,0	50,0	
110A	48,3	51,4	55,5	60,1	
120A	58,5	62,4	64,9	70,7	

Tableau 34: Variation de température (°C) par rapport à l'ambiance (25°C) pour les deux profils

Le résultat apparaissant dans le tableau ci-dessus n'est pas celui attendu: le transformateur utilisant le profil optimisé et un noyau en principe plus favorable (à droite) subit la plus grande élévation de température (6 à 8°C de plus que le modèle classique). On constate par contre pour les deux pièces que l'intérieur de l'arc est effectivement plus chaud (environ 3 à 5°C) que la partie rectiligne des enroulements.

Cependant on n'a pas vraiment de raison de douter des simulations puisque celles-ci se sont révélées jusqu'à présent fiables en deux dimensions et que de surcroît les simulations 3D et axisymétriques correspondent très bien entre elles. Notre interprétation est plutôt que les simulations en densité de courant sont correctes mais que plusieurs raisons peuvent expliquer la discordance observée avec les mesures.

La raison principale est que les écarts entre les différents profils testés en simulation sont faibles: ils ont pu être masqués par les erreurs de mesure (la mesure du courant de sortie fournie par les charges électroniques est peu précise). D'autre part, les simulations étudient uniquement la densité de courant: on gagnerait à connaître plus précisément la répartition de température pour la

VIII.4 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Optimisation d'enroulements planaires

comparer aux mesures. Enfin le nombre de couches étant différent dans le modèle simulé et dans le prototype, il se peut que le profil optimal calculé en simulation ne s'applique pas au prototype considéré.

Au stade actuel, nous ne pouvons donc pas conclure que le profil optimisé apporte une amélioration significative. Des études plus poussées, prenant notamment en compte les aspects thermiques du problème, doivent être menées pour apporter une réponse à cette question.

VIII.4.5 Conclusion

Une première série de simulations 3D d'un prototype réel a confirmé l'existence d'un flux entrant au primaire. Elle montre également que rendre la largeur des pistes proportionnelle à leur rayon de courbure constitue une correction trop forte si on désire annuler ce flux entrant. Il vaut mieux prendre une correction inférieure que nous avons traduite en un facteur γ (représentant la fraction de la largeur de la piste proportionnelle au rayon de courbure). Dans nos modèles, des valeurs de γ comprises entre 70% et 90% semblent donner les meilleurs résultats. L'optimum varie en fonction du nombre de couches de l'enroulement.

Jouer uniquement sur la largeur des pistes a cependant un impact très limité sur les pertes (environ 5% de réduction) et provoque par contre des augmentations assez importantes de la densité de courant (10% et plus). Des solutions plus originales ont donc été testées dans une seconde série de modèles. Deux idées peuvent être retenues: l'utilisation d'un profil optimisé, qui permet d'augmenter le rayon de courbure des spires sans réduire la surface conductrice, ainsi que d'une spire extérieure carrée. Ces deux améliorations combinées permettent dans notre exemple de réduire (en simulations) les pertes des couches les plus sollicitées de 15% (pertes totales: -7%), ce qui devient appréciable. Le rainurage du secondaire ne semble par contre pas offrir d'amélioration significative, sauf dans des situations tout-à-fait spécifiques.

Les deux améliorations ci-dessus ont été testées dans deux prototypes du transformateur planaire de 600W déjà évoqué au chapitre VI. Des mesures de température par thermocouple réalisées dans l'alimentation en charge ne confirment pas les différences relevées en simulation. Une erreur dans les simulations étant peu envisageable compte tenu des confirmations expérimentales précédentes, il semble plutôt qu'il faille incriminer la méthode de mesure, trop imprécise, et la faiblesse des écarts entre les deux prototypes.

Enfin, on a vérifié que les simulations axisymétriques constituent un bon moyen d'étudier la répartition des champs dans l'arc. Elles correspondent aux résultats fournis par une coupe à 45° réalisée dans un modèle 3D. Nous suggérons de les utiliser, en combinaison avec des simulations 2D cartésiennes, pour réduire le nombre de simulations 3D nécessaires, surtout si le transformateur comprend de nombreuses couches conductrices.

VIII.4 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Optimisation d'enroulements planaires

Globalement, il semble qu'une optimisation 3D des enroulements n'ait que des effets relativement limités sur les pertes. Nous pensons néanmoins que l'optimisation du profil des pistes dans l'arc peut être utile dans la prévention des points chauds.

VIII.4 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Optimisation d'enroulements planaires

VIII.5 Terminaisons et superposition d'enroulements

Les modèles utilisés en simulation intègrent rarement les terminaisons des enroulements: celles-ci, brisant en général la symétrie de la pièce, obligent en effet à recourir à des modèles plus importants. Quelques principes peuvent néanmoins être dégagés, liant le problème des terminaisons à ce que nous appelons la "superposition" des conducteurs. Celle-ci concerne la disposition des enroulements aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur de la pièce magnétique.

VIII.5.1 Introduction

Toute pièce magnétique comporte bien évidemment des terminaisons, constituées de tout ce qui relie les enroulements au circuit extérieur (parties de conducteurs, connecteurs, etc). On peut également inclure dans les terminaisons les raccords entre couches dans les circuits multicouches d'enroulements planaires.

Les terminaisons possèdent généralement une géométrie typiquement tridimensionnelle de nature à réduire la symétrie de la pièce magnétique: elles sont par exemple souvent situées d'un seul côté du transformateur. C'est la raison qui pousse à les exclure du modèle simulé, à moins qu'elles ne soient justement l'objet d'étude, sous peine d'obtenir un nombre d'équations et un temps de calcul prohibitifs. On étudie plutôt les terminaisons dans des modèles spécifiquement adaptés à ce but.

L'impédance des terminaisons peut être une cause de discordance entre les simulations et la pièce réelle. On peut même considérer que les connexions au circuit extérieur sont des endroits "à risque". A ce sujet, rappelons que les mesures du §VI.8.3 ont montré un surcroît de résistance effective dû à la prolongation des enroulements en dehors du transformateur pour réaliser le courtcircuit au secondaire. Il s'agissait cependant d'un cas isolé caractérisé par des enroulements de résistance excessivement faible. Les autres confirmations expérimentales ont par contre montré un très bon accord entre mesures et simulations, alors que ces dernières n'ont jamais considéré les terminaisons.

VIII.5.2 Règles de conception relatives aux terminaisons

Si plusieurs articles mettent en garde contre les impédances dues aux terminaisons [35][157], très peu étudient réellement le problème. Seul Skutt [188], à notre connaissance, réalise une véritable étude 3D comparant six types de connexion au circuit extérieur pour un transformateur planaire. Une simulation 2D de pistes parallèles est également proposée par le même auteur dans [187]. Sakakibara [175] réalise de son côté une étude analytique 2D de l'impédance de conducteurs rectangulaires parallèles, selon un principe similaire à la méthode des circuits couplés du §IV.2(division en sous-domaines où J est uniforme).

Les règles de conception qui ressortent de tous ces articles sont concordantes: le principe général préconise –c'est une évidence– de garder les terminaisons aussi courtes que possible. Ce résultat est évidemment un peu limité. Pour cette raison, nous renvoyons plutôt le lecteur à Carsten [23],

VIII.5 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Terminaisons et superposition d'enroulements

qui propose une analyse plus complète ainsi que des solutions pratiques quant à la disposition des enroulements. Les idées principales de cet auteur sont évoquées ci-dessous.

Le problème des terminaisons se pose essentiellement pour des conducteurs rectangulaires, par exemple pour les secondaires de transformateurs planaires (pistes de circuit imprimé). L'idée de base de Carsten est de minimiser le volume disponible pour le flux de fuite entre les deux terminaisons d'un conducteur, ce qui permet également de limiter les pertes. Ceci implique notamment de rapprocher autant que possible ces terminaisons, et de préférer par exemple deux pistes superposées à deux pistes côté-à-côte (Figure II-157), une idée apparaissant également dans **[187]** et **[180]**. Dans le même but, on essayera de disposer les conducteurs de manière à rapprocher des courants de sens opposés, un conducteur compensant les ampères-tours de l'autre. Ces deux principes nous amènent à discuter du problème de la superposition des enroulements au §VIII.5.3 ci-dessous.



Figure II-157: Superposer les enroulements permet de minimiser le flux de fuite et de réduire les pertes

Un autre principe, découlant de l'étude de l'effet d'arc du §VIII.3 mais également applicable aux terminaisons, est d'éviter dans celles-ci les faibles rayons de courbure.

VIII.5.3 Superposition des enroulements

Comme on l'a déjà signalé, on peut dans un transformateur en court-circuit retirer le noyau magnétique sans modifier nettement l'inductance et les pertes cuivre [57]. Or, en l'absence du noyau, rien ne distingue fondamentalement les enroulements de leur terminaisons. Nous arrivons donc à la conclusion que les mêmes principes leur sont applicables.

VIII.5 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Terminaisons et superposition d'enroulements

Nous constatons effectivement que la littérature propose des solutions identiques dans les deux cas: la méthode semi-empirique et les méthodes classiques de conception préconisent en effet de rapprocher les enroulements (diminuer L_{high}), alors que Carsten et d'autres auteurs préconisent de superposer les terminaisons. Les études de Dai, basées sur des simulations par éléments finis, mènent également à la même conclusion. On arrive donc exactement à la même disposition, celle du bas de la Figure II-157, en dehors du transformateur et à l'intérieur du noyau.

Par opposition à cette solution optimale, insistons sur le fait qu'il faut éviter de donner aux enroulements des trajets différents. Ceci nous amène à formuler une règle supplémentaire, valable pour les terminaisons comme pour les enroulements: les différentes couches conductrices doivent suivre autant que possible le même profil. Dans le cas contraire, on augmente le volume occupé par le flux de fuite, ce qui a généralemnet pour conséquence d'augmenter également les pertes cuivre. Cette règle, que nous traduisons dans le terme de "superposition" des enroulements, concerne essentiellement les transformateurs planaires, où le concepteur dispose d'une liberté plus grande dans le dessin des enroulements.

Différentes confirmations de ce principe peuvent être données. La première est qu'on utilise le plus souvent des enroulements de même largeur et alignés. Dai montre d'ailleurs que toute autre configuration génére davantage de pertes [37]. D'autre part, les "turbulences électriques" de Nuns (inversion de la densité de courant dans l'arc), que nous avons déjà évoquées, sont dues au profil différent d'un autre enroulement proche [144].



Figure II-158: Lorsque deux pistes se croisent dans des couches différentes (comme c'est le cas aux deux endroits indiqués ici), la densité de courant est plus élevée

VIII.5 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Terminaisons et superposition d'enroulements

Enfin, nous avons nous-mêmes réalisé quelques simulations 3D pour vérifier l'ordre de grandeur de la densité de courant dans les connexions entre couches⁵⁸ du transformateur planaire du §VIII.4. En raison de ces connexions, les pistes du primaire ne suivent pas exactement le même profil d'une couche à l'autre. Or on constate effectivement une densité de courant légèrement plus grande à chaque croisement de pistes appartenant à des couches différentes (Figure II-158). La superposition des enroulements apparaît donc comme une règle générale à respecter dans la conception 3D des enroulements.

VIII.5.4 Conclusion

L'impédance des terminaisons fait évidemment partie intégrante de l'impédance totale apparente du transformateur. On évite cependant d'intégrer ces terminaisons dans les modèles 3D car elles brisent en général la symétrie du problème, ce qui alourdit encore les simulations. On peut au contraire les étudier dans des simulations spécifiques, mais on relève très peu d'études de ce type jusqu'à présent dans la littérature.

Dans le cadre de notre étude, les terminaisons ont très peu constitué une source de perturbation. La plupart de nos transformateurs utilisaient cependant un court-circuit au secondaire, ce qui ne représente pas la situation réelle au sein du convertisseur. Nous préconisons donc de réaliser des études plus approfondies à propos des terminaisons, notamment en ce qui concerne les points chauds.

Du point de vue des règles de conception à observer, on se rend compte que la littérature fournit les mêmes solutions pour les enroulements et les terminaisons, ce que nous avons justifié. On peut résumer ces principes de conception de la manière suivante, visant à minimiser les pertes et l'inductance de fuite:

- rapprocher les conducteurs portant des courants opposés et de préférence les superposer,
- donner le même profil aux conducteurs appartenant à différentes couches (superposition des enroulements),
- utiliser des terminaisons aussi courtes que possibles.

Il faut également éviter les rayons de courbure faibles, susceptibles de générer un effet d'arc de la même manière que dans les enroulements.

⁵⁸ En pratique, ces connexions sont réalisées par l'intermédiaire de "*vias*", c'est-à-dire de trous métallisés, dans le circuit imprimé multicouches. Ceux-ci n'apparaissent pas tels quels dans le modèle simulé.

VIII.5 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Terminaisons et superposition d'enroulements

VIII.6 Conclusion

Evoquer les simulations en trois dimensions amène souvent l'idée d'un modèle reproduisant fidèlement la géométrie du transformateur réel et donnant par rapport aux simulations 2D un résultat beaucoup plus précis. Cette idée ne correspond pas à la réalité pour deux raisons.

La première raison est que les modèles 3D restent extrêmement lourds à utiliser. On n'y a donc recours qu'assez rarement et pour étudier des phénomènes précis basés sur des modèles *partiels*. En ce qui concerne le dimensionnement usuel des enroulements et du noyau, la tendance est au contraire à la recherche de modèles de substitution en deux dimensions, beaucoup plus faciles à manipuler.

La seconde raison est qu'il existe peu d'effets 3D significatifs. L'étude générale du §VIII.2 a en effet montré que les champs à l'intérieur et à l'extérieur du noyau sont fort semblables. Ils peuvent de surcroît être étudiés avec une fort bonne précision au moyen de modèles 2D. Nous complétons cette interprétation d'une conclusion importante: les transformateurs classiques (par opposition aux transformateurs planaires) ne subissent pas d'autre effet 3D que ceux liés aux entrefers et aux terminaisons. Il ne faut en particulier craindre aucun effet spécifique dans la zone où les enroulements sortent du noyau.

Les enroulements planaires au contraire sont susceptibles de subir ce que nous avons appelé un "effet d'arc", caractérisé par une concentration importante de la densité de courant à l'intérieur de l'arc formé par les enroulements en dehors du noyau. Dans la grande majorité des cas, c'est à cet endroit qu'il faut attendre le point de plus grande densité de courant du transformateur et donc un éventuel point chaud. Différentes solutions originales ont été proposées pour réduire cet effet en optimisant le profil des enroulements planaires. Un nombre limité de mesures réalisées sur prototypes n'ont cependant pas permis jusqu'ici de confirmer leur impact réel, pourtant avéré en simulation.

En ce qui concerne les terminaisons, très peu d'études sont disponibles. Nous avons montré que les solutions proposées rejoignent celles valables pour les enroulements à l'intérieur du transformateur. Elles consistent essentiellement à rapprocher les conducteurs pour minimiser l'inductance de fuite et les pertes. Globalement, les terminaisons ne sont pas apparues comme un facteur de perturbation important dans les mesures que nous avons effectuées, bien qu'on puisse également y redouter l'apparition de points chauds. Ce problème se révèle délicat à étudier de manière générale compte tenu des géométries très variées qui peuvent être utilisées.

L'étude réalisée dans ce chapitre étant encore partielle et essentiellement qualitative, nous préconisons de pousser plus loin l'analyse des modèles 3D. Une étude prenant en compte les aspects thermiques du problème est indispensable.

VIII.6 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Conclusion

IX. Synthèse de la deuxième partie

Pour conclure cette deuxième partie, nous proposons une synthèse des apports de notre travail dans les domaines du calcul des pertes cuivre et de l'étude des champs au sein des pièces magnétiques en deux et en trois dimensions.

Notions de base

Effets quasi-statiques

En ce qui concerne les notions de base récapitulées au **chapitre II**, nous avons rappelé que le calcul des pertes cuivre dans les transformateurs de puissance fait partie de la catégorie des problèmes quasi-statiques (§II.1).

On a l'habitude de séparer les effets quasi-statiques en "effet pelliculaire" et en "effet de proximité". Les concepteurs de pièces magnétiques parlent encore "d'effet de bord" et "d'effet d'entrefer". Néanmoins tous ces effets s'expliquent fondamentalement par les mêmes phénomènes électromagnétiques: la superposition d'une densité de courant induite à la densité de courant initiale pour obtenir finalement une distribution non uniforme du courant sur la section du conducteur. Ces phénomènes peuvent également être étudiés en partant de la notion de diffusion du champ magnétique à l'intérieur d'un conducteur (§II.2).

Conséquences sur les pièces magnétiques de puissance

Dans le cas particulier des pièces magnétiques de puissance, les effets quasi-statiques entraînent une augmentation de la résistance (c'est-à-dire des pertes) et une diminution de l'inductance au fur et à mesure que la fréquence s'accroît (§II.3). L'augmentation de résistance, traduite dans le facteur de résistance F_R , est particulièrement importante: elle peut atteindre plusieurs fois (voire plusieurs dizaines de fois) la résistance en continu. C'est ce qui justifie qu'on s'y intéresse plus particulièrement.

Ces conséquences de la non uniformité du courant dans les conducteurs sont clairement visibles sur les courbes d'impédance des transformateurs réels. Elles sont cependant difficiles à séparer pour chaque enroulement en particulier. D'autre part ces courbes comportent également des résonances (intervenant entre les capacités parasites et les inductances du transformateur) qui ont tendance à masquer les effets quasi-statiques aux fréquences harmoniques. Commentaire [U61] : 1) problème quasi-statique 2) effet pelliculaire, de proximité, de bord et d'entrefer – diffusion 3) conséquences : R et L – courbes d'impédance 4) diagrammes quasi-statiques (méthode de tracé), distribution des champs/linéarité – (indistinction classique/planaire 2D : voir plus loin)

VIII.6 - Analyse 3D des champs par éléments finis: Conclusion

Outils d'analyse aux fréquences quasi-statiques

En mettant à profit la notion de diffusion évoquée plus haut, on peut se faire une bonne idée des champs dans les pièces magnétiques en traçant des diagrammes de force magnétomotrice quasistatiques. Ces diagrammes, s'ils ne constituent qu'un outil élémentaire, permettent déjà d'analyser et d'expliquer bon nombre des principes appliqués couramment quant à la disposition des enroulements (§II.4).

Du point de vue de l'analyse, rappelons également qu'en supposant le transformateur linéaire (ce qui est une hypothèse valable dans la plupart des cas), on peut tirer parti du principe de superposition: les champs J et H dus au courant dans un enroulement peuvent être combinés linéairement pour trouver la répartition des champs dans une situation de charge quelconque.

Méthodes classiques (1D) de calcul des pertes cuivre

Méthodes 1D analytiques

Au **chapitre III**, nous avons passé en revue les méthodes de calcul classiques des pertes cuivre aux fréquences quasi-statiques. Ces méthodes se caractérisent par une modélisation *unidimensionnelle* des pièces magnétiques permettant une résolution analytique très rapide du problème, ce qui est leur principal avantage.

Deux articles ressortent particulièrement de la bibliographie actualisée présentée au §III.2: les travaux de Dowell, qui a jeté les bases de l'ensemble des méthodes 1D analytiques, et ceux de Vandelac et Ziogas, qui en ont considérablement étendu le champ d'application. On notera, dans ces derniers travaux notamment, la confirmation que les pertes cuivre, en présence d'un courant non-sinusoïdal, peuvent être calculées séparément pour chaque harmonique et additionnées ensuite.

Discussion du facteur de remplissage

Le premier apport majeur de notre travail apparaît au §III.3, où nous discutons la notion de "facteur de remplissage" ("*layer copper factor*"), introduite par Dowell et reprise systématiquement par les autres auteurs ensuite. Le facteur de remplissage η , bien connu des concepteurs de pièces magnétiques, permet selon Dowell d'étendre la théorie initiale prévue pour des conducteurs en ruban au cas de couches de conducteurs distincts (fil rond par exemple). Nous avons montré qu'une telle distinction n'a pas de sens dans une théorie unidimensionnelle et que l'apparition du facteur de remplissage dans les théories 1D résulte d'une erreur théorique dans le modèle utilisé par Dowell dans son article de 1966.

Malgré le fait que ce facteur η ne peut trouver de justification théorique, nous avons encore montré qu'il reproduit grossièrement –et fortuitement– l'influence de certains effets 2D sur le facteur de résistance, effets mis en évidence grâce aux simulations du chapitre VI. Sans ce facteur

IX - Synthèse de la deuxième partie

Commentaire [U62] : 1) article de Dowell: hypothèses superposition en fréquence extension à des conducteurs distincts et à des conducteurs ronds 2) développements (bibl isée) – Vandelac & Ziogas 3) discu on facteur de rem Dowell, V&Z - int èt réel 4) limites validité 1D – nouvelle définition facteur de re facteur isolation - entrefers - besoin d'études plus approfondies N.B.: interprétation erronée de la part d'Evans (p. 292) e: faute facteur de remplissage + besoin d'aller plus loin

introduit par erreur, la théorie 1D donne des résultats nettement plus éloignés de ceux qu'on relève en simulation ou sur les pièces réelles, comme nous avons eu l'occasion de le montrer à plusieurs reprises. Ce phénomène explique à nos yeux le fait que cette erreur théorique soit restée ignorée pendant plus de trente ans. En finale, nous proposons de conserver le facteur de remplissage dans la théorie, mais en le considérant comme un paramètre empirique à ajuster pour chaque enroulement. C'est notamment l'usage que nous lui donnons dans la formule semi-empirique du chapitre VII.

D'autre part, afin de lever une ambiguïté dans l'article initial de Dowell, nous proposons d'introduire le "facteur d'isolation" η_e tenant compte d'une différence de largeur entre l'enroulement et la fenêtre de bobinage. Le facteur de remplissage se limite alors à caractériser la proportion de cuivre sur la largeur de l'*enroulement* (et non de la fenêtre de bobinage).

Limites de validité de la théorie 1D

Au §III.4, nous avons rapidement discuté, en préalable aux études plus approfondies des chapitres suivants, en quoi les transformateurs réels ne correspondent pas aux hypothèses des théories 1D. Nous avons successivement examiné l'utilisation de conducteurs distincts, d'enroulements de largeur réduite, la présence d'entrefers dans le noyau ou encore d'éventuels effets tridimensionnels.

Compte tenu de sa spécificité, nous avons choisi de ne pas traiter le cas des entrefers dans cette thèse.

Ces faits étant assez connus, on retiendra surtout que de nombreuses recherches actuelles ont pour but de cerner les limites de validité des théories 1D lorsqu'on les applique aux pièces magnétiques de puissance. Il existe donc un réel besoin de disposer d'outils de dimensionnement plus précis. Notre travail s'inscrit évidemment dans ce contexte.

Méthodes de calcul 2D alternatives

Commentaire [U63] : 1)valeur s propres multiples – approximations légitimes mais résultats bofs 2)méthode des circuits couplés 3)schéma équivalent électromagnétique: implémentation 2D et amélioration conclusion générale: intérêt des méthodes 2D mais temps de calcul élevé

Pour dépasser les limitations des méthodes de calcul classiques, il est nécessaire de recourir à des modèles *bidimensionnels*. On utilise habituellement dans ce but les simulations par éléments finis. Nous avons néanmoins présenté au **chapitre IV** trois méthodes alternatives qui permettent également de calculer les pertes cuivre en deux dimensions aux fréquences quasi-statiques.

Outre la "méthode des circuits couplés" (§IV.2) que nous n'avons pas implémentée, deux méthodes ont été testées et comparées aux simulations par éléments finis. La première, la "méthode aux valeurs propres multiples" (§IV.1) fournit d'après nous une précision intermédiaire entre les méthodes 1D et les simulations 2D. Elle offre l'avantage d'une implémentation analytique.

IX - Synthèse de la deuxième partie



La seconde méthode, celle du "schéma équivalent électromagnétique" (§IV.3), se rapproche dans son principe de la méthode des éléments finis et donne des résultats d'une précision tout-à-fait équivalente à celle-ci. Elle a l'avantage de pouvoir être implémentée sur un simulateur de circuit usuel (*Spice* par exemple), outil dont tous les concepteurs industriels disposent, au contraire des logiciels de simulation par éléments finis. Nous en avons proposé une amélioration, inconnue des auteurs, qui réduit considérablement le temps de calcul.

Ces trois méthodes alternatives sont intéressantes car elles envisagent le problème du calcul des pertes cuivre chacune sous un angle relativement original. Cependant elles restent toutes très lourdes en temps de calcul et ne répondent donc pas au problème initial: trouver une méthode de calcul des pertes cuivre en deux dimensions suffisamment rapide pour être appliquée en milieu industriel.

Simulations par éléments finis

Pour la suite de notre recherche, nous avons utilisé la méthode plus classique des simulations par éléments finis. Le **chapitre V** indique pourquoi nous avons choisi le logiciel "MEGA" comme outil d'analyse principal dans notre travail. Ce chapitre discute également brièvement le fait que la simulation par éléments finis n'est pas une solution universelle, même si elle permet une analyse très fine des phénomènes. Un de ses inconvénients reste l'expertise ainsi que le temps de mise en œuvre nécessaires: comprendre un effet ou affiner la conception d'une pièce demande de longues campagnes de simulation et l'optimisation paramétrique reste très lourde en temps de calcul.

Simulations et analyse des champs en deux dimensions

Une première conclusion importante, justifiée au §II.4.1, est le fait que dans une analyse en deux dimensions, rien ne distingue un transformateur classique d'un transformateur planaire. Les résultats des simulations 2D sont donc applicables indistinctement aux deux géométries.

Premières simulations

Grâce au simulateur par éléments finis MEGA, nous avons envisagé au **chapitre VI** un grand nombre de types de conducteurs différents. Nous avons d'abord montré que les simulations reproduisent exactement les résultats des formules 1D analytiques lorsque les hypothèses de cellesci sont respectées (§VI.1). Ce point constitue en soi une première validation partielle des simulations.

Nous nous sommes ensuite peu à peu éloignés de ces hypothèses en variant les types de conducteurs utilisés. Nous avons ainsi montré que la théorie 1D s'écarte parfois nettement des pertes relevées en simulation (jusqu'à 50% d'erreur), confirmant ce qui avait été soupçonné au départ de ce travail.

IX - Synthèse de la deuxième partie

II - 322

Commentaire [U64] : indisting

1)choix du soft: finalement, on peut prendre quelque chose d'assez simple, en tous cas pour le dimensionnement 2)méthodes numériques 3)limites de la méthode FEM (simulations *multiples*) – évolution vers simulation "transparente" **conclusion générale**: FEM pas la panacée – recherche de techniques de modélisation simplifiées + tendance "transparente" – le plus lourd n'est pas le mieux

Commentaire [U65] : chapitr e VI: Analyse 2D

1)1D->2D: simulation de référence - FEM reproduit Dowell – difficulté de passer en 2D, avec caractériser – comprendre – optimiser – règles générales – beaucoup variables 2)conducteurs distincts/facteur remplissage: augmentation de la surface conductrice (côté sécurité)– monocouche/multicouches – effet facteur remplissage par rapport à FR100%

3)conducteurs distincts: forme (+effet de coin) – influence facteur de remplissage – conducteurs courts/conducteurs longs 4)effet de bord ruban monocouche (facteur isolation) – premier effet méchant – interprétation par rapport au champ orthogonal – effet de bord HF (positif) 5)effet de bord ruban multicouches: localisation du point chaud (mais pertes + importantes dans la troisième couche)– champ orthogonal – effets complexes – écran

6)effet de bord condu distincts: conducteurs ronds HF (risque de point chaud!) – conducteurs allongés 7)Gold: calcul 1D - calcul des conditions de charge - influence entre enroulements - se complique nettement - effet de bord BF sur conducteurs allongés – effet de bord inverse: le champ dépend de tous les enroulements -difficile de gagner des pourcents de pertes 8) confirmations expérimentales (voir aussi chap. VII):choix d'une condition de charge - séparation des pertes primaire/secondaire résistance de court-circuit - très bon accord avec les simulations, même en 2D (classique): permet une interprétation fine des résultats pour chaque enroulement - pas d'effet 9)récapitulatif: dont ordre de

grandeur général (et signe) des effets 2D – variables influençant le design

Inventaire des effets 2D

Au moyen des simulations, nous avons peu à peu dressé un inventaire inédit des effets 2D en fonction du type et du placement des conducteurs (§VI.2 à §VI.6).

Si l'on désire le résumer en quelques mots, on peut dire que l'effet le plus dangereux, déjà connu précédemment, est l'effet de bord apparaissant à la fréquence de base (fréquence de découpage) sur les conducteurs en ruban. Dans ce cas, nous avons montré que les formules classiques peuvent sous-estimer jusqu'à 30% des pertes. Cet effet peut également apparaître sur tout conducteur "allongé" (c'est-à-dire sur tout conducteur dont la largeur est beaucoup plus grande que l'épaisseur). Il ne concerne par contre pas les conducteurs "courts" (pour lesquels les deux dimensions de la section sont comparables).

A plus haute fréquence, c'est-à-dire pour les fréquences harmoniques, le champ bidimensionnel crée un "effet de bord haute fréquence", non répertorié jusqu'à présent dans la littérature. Dans la plupart des cas, cet effet diminue les pertes (jusqu'à un facteur 2) par rapport à la valeur fournie par les méthodes 1D en raison d'une surface conductrice effective plus grande. C'est précisément cet effet que reproduit fortuitement le facteur de remplissage dans la théorie analytique 1D.

Dans certains cas cependant, les pertes aux fréquences harmoniques peuvent être plus élevées que par un calcul 1D, notamment si l'on place des conducteurs "courts" à proximité de la ferrite dans la direction perpendiculaire aux enroulements: il s'agit alors d'un "effet de bord haute fréquence sur des conducteurs distincts".

Nous avons montré que l'importance de ces effets 2D varie en fonction de différentes variables géométriques: le facteur de remplissage, le facteur d'isolation, la forme des conducteurs ou encore le nombre de couches de l'enroulement. L'influence de chacun de ces facteurs a été clairement identifée⁵⁹.

Ce chapitre nous a également donné l'occasion de discuter l'équivalence entre conducteurs ronds et conducteurs carrés qui est couramment appliquée dans les théories 1D. Nous avons montré que celle-ci ne se justifie pas théoriquement mais se révèle correcte en pratique –à nouveau en raison d'effets 2D méconnus– pour autant que les conducteurs soient peu espacés.

Etude d'un cas réel

L'examen systématique des effets 2D dans des configurations simples de conducteurs a été complétée par l'étude d'un cas réel (§VI.7): un transformateur à trois enroulements de 600W. Ce

IX - Synthèse de la deuxième partie

⁵⁹ Nous renvoyons le lecteur au §VIII.9 pour plus de détails concernant les conclusions des simulations 2D.

point a notamment permis d'étudier l'implémentation en simulation de conditions de charge déterminées pour un transformateur multisorties.

On y a également constaté des phénomènes plus complexes dus au grand nombre de conducteurs, dont un effet de bord "inverse" (densité de courant inverse au bord d'un conducteur allongé) attribuable au champ généré par les autres enroulements.

Points chauds

En ce qui concerne le risque de point chaud, on a montré que dans un enroulement comportant plusieurs couches de ruban (et lorsque ses ampères-tours sont repris par un autre enroulement), le point de densité de courant maximale se trouve au bord de la première couche (celle qui est la plus éloignée de l'autre enroulement). En l'absence d'une étude thermique, nous n'avons cependant pu déterminer si ce point subit réellement un échauffement plus important que le reste de l'enroulement.

Pour tous les types de conducteurs envisagés, on relève le rôle fondamental joué par la composante orthogonale du champ au voisinage du conducteur. On a montré d'une part que celleci influence directement la densité de courant dans le conducteur (conformément au principe de diffusion), et d'autre part qu'elle dépend elle-même de l'ensemble des conducteurs présents dans la fenêtre de bobinage et des courants portés par ceux-ci. En présence de nombreux enroulements, il apparaît en particulier impossible de déterminer cette composante en se limitant aux seules données de l'enroulement considéré ou des enroulements les plus proches.

Principes généraux

Diverses constatations possédant un caractère général peuvent encore être dégagées des simulations. La première est la confirmation que le champ magnétique entourant les conducteurs dans la fenêtre de bobinage varie très peu en fonction de la fréquence. Il peut notamment éventuellement être assimilé au champ statique sans grande erreur. Il dépend par contre directement des conditions de charge du transformateur comme on l'a déjà dit.

Le second principe est que le type de conducteurs d'un enroulement n'influence pas le champ au voisinage des autres enroulements: on peut par exemple remplacer un ruban par du fil rond sans modifier de manière perceptible les pertes dans les autres enroulements, à condition de conserver la disposition géométrique et les ampères-tours de l'enroulement de départ.

Enfin la troisième constatation est que les champs au voisinage des enroulements possèdent un caractère localisé très marqué. Cela signifie par exemple qu'en présence d'effets 2D, la composante orthogonale du champ n'existe qu'au bord des conducteurs: ailleurs dans la fenêtre de bobinage, le champ reste essentiellement unidimensionnel, raison pour laquelle l'analyse 1D garde une grande partie de son intérêt. Le caractère localisé du champ se renforce d'autant plus que la fréquence est

IX - Synthèse de la deuxième partie

élevée. Le même type de phénomènes se retrouve dans les simulations en trois dimensions: dans la plus grande partie du transformateur, l'analyse 2D est valable localement.

Méthode semi-empirique

Formule semi-empirique

Les simulations par éléments finis restant relativement lourdes à mettre en œuvre, nous avons tenté de développer au **chapitre VII** un outil d'un type nouveau alliant la précision de l'analyse 2D à la facilité d'utilisation des formules 1D. Cette recherche nous a menés au développement de la "formule semi-empirique", un autre résultat majeur de notre travail.

Pour un enroulement formé d'une couche de ruban située entre un zéro et un maximum de la force magnétomotrice, la formule semi-empirique (élaborée aux VII.1 et VII.2) fournit la valeur de l'augmentation de résistance F_R compte tenu des effets 2D dans la fenêtre de bobinage. Ce résultat étant obtenu en un temps de calcul négligeable, la formule semi-empirique constitue un outil sans équivalent actuellement.

L'idée à la base de cette "méthode semi-empirique" est d'intégrer en une seule formule les résultats d'un grand nombre de simulations 2D (environ 5000) correspondant à des situations géométriques et à des fréquences différentes. A cette occasion, nous avons notamment montré que les pertes d'une couche de ruban dépendent dans un modèle 2D de cinq variables géométriques que nous avons identifiées.

La valeur de l'augmentation de résistance F_R fournie par la formule semi-empirique s'approche à moins de 10% près (typiquement 2% à 3%) de la valeur calculée par une simulation 2D. A titre de comparaison, les formules 1D analytiques admettent sur le même domaine jusqu'à 40% d'erreur. On obtient donc une amélioration significative de la précision pour un temps de calcul comparable.

Forme analytique

L'intérêt de cette formule réside également dans sa forme analytique: celle-ci, dérivée de la formule analytique de Dowell mais intégrant des paramètres empiriques (d'où le nom de la méthode), permet de modéliser la courbe d'impédance réelle de n'importe quel enroulement, y compris les écrans. Indépendamment de la formule elle-même, on peut ainsi exprimer en une forme analytique simple les résultats mesurés sur une pièce réelle, ce qui constitue un outil supplémentaire pour les concepteurs.

Règles de conception 2D

D'autre part la formule semi-empirique, parce qu'elle établit un lien entre les pertes et les variables géométriques caractéristiques du problème, permet de réaliser en très peu de temps des études

IX - Synthèse de la deuxième partie

Commentaire [U66] : 1)forme analytique adaptée – courbe réelle (nouveau rôle du facteur de remplissage) – avantages

(comportement asymptotique) 2)formule semi-empirique: qualitativement cas limité mais conclusions générales - variables caractéristiques (+réduction) – 4800 simulations – régression – formule finale 3)confirmations expérimentales: cfr supra – mesure avec une capa – étude Dai 4)règles de design 2D: études paramétriques – analyse 2D – aussi sous l'angle comparaison 1D/2D 5)généralisation à d'autres types d'enroulements: limite de la

méthode



paramétriques en fonction de ces variables. Aucun autre outil de dimensionnement n'offre actuellement cette possibilité.

L'utilisation de telles études en conjonction avec l'analyse des simulations nous a permis de comprendre l'influence individuelle de chaque variable géométrique (§VII.4). Nous avons ainsi dégagé des règles de conception plus fines que celles connues précédemment car intégrant une analyse de la densité de courant en *deux* dimensions.

Fiabilité des formules 1D

Enfin, la formule semi-empirique peut également être utilisée comme outil d'analyse de la fiabilité des méthodes 1D. Il suffit pour cela de comparer ses résultats avec ceux de la formule analytique de Dowell.

A l'exclusion des pièces comportant un entrefer, que nous n'avons pas étudiées, nous avons ainsi pu constater que la plupart des transformateurs de puissance pour alimentations à découpage subissent peu d'effets 2D significatifs. L'impact du champ bidimensionnel sur les pertes est donc relativement limité. Seule une petite fraction de ces transformateurs, environ de 5% à 10%, nous paraît finalement devoir être étudiée réellement en deux dimensions.

L'intérêt du présent travail est notamment d'avoir cerné précisément quels sont les facteurs favorisant le champ en deux dimensions et d'avoir fourni des précisions quant à l'ordre de grandeur des différences par rapport aux méthodes unidimensionnelles très largement répandues.

Limites de l'approche semi-empirique

L'inconvénient principal de la formule semi-empirique est le caractère très limité de son domaine d'application (pour rappel: une couche de ruban entre un zéro et un maximum de la force magnétomotrice). Si on peut appliquer une démarche similaire à d'autres situations simples, il est cependant illusoire d'envisager une formule qui couvrirait tous les cas réels du fait du trop grand nombre de variables à considérer (§VII.5).

Alors que les résultats quantitatifs de la formule semi-empirique ne concernent qu'un type d'enroulements déterminé, les règles de conception 2D obtenues par l'intermédiaire de cette méthode s'appliquent par contre de manière beaucoup plus large à différents types de conducteurs.

Simulations et analyse des champs en trois dimensions

Simulations 3D

Le dernier chapitre de cette deuxième partie a été consacré à l'analyse des champs en trois dimensions. Dans ce domaine, on constate que les simulations tridimensionnelles sont encore très rares car excessivement lourdes à mettre en œuvre. On note au contraire une tendance à

IX - Synthèse de la deuxième partie

II - 326

Commentaire [U67] : indistin tion classique/planaire 2D? 1)simulations 3D: techniques

2)analyse 3D générale: circuit ouvert/court-circuit – concordance avec les simulations 2D – champ intérieur/extérieur – comparaison classiques/planaires -> effets 3D rares 3)effet d'arc: explication – discussion de la solution "flux entrant" de Carsten –formule RW 4)Gold 3D: confirme la correction

rainurage – spire ext. carrée (tout ça qualitatif) – pas de confirmation sur prototype – simulations axisymétriques good! 5)terminaisons: superposition, c'està-dire comme les enroulements conclusion générale: peu d'effets 3D - effet limité de l'optimisation –

du flux entrant – profil optimi

techniques simplificatrices >< tout 3D – manque aspects thermiques développer des méthodes exploitant plusieurs modèles bidimensionnels partiels à la place d'une simulation 3D unique (§VIII.1).

Analyse générale des champs

En ce qui concerne l'analyse des champs (§VIII.2), nous avons montré –aussi bien pour les inductances que pour les transformateurs– que les effets spécifiquement tridimensionnels sont rares. Une des conclusions importantes de notre travail est que, hormis les terminaisons et les entrefers, il n'y a pas d'effet 3D significatif dans les transformateurs classiques, au contraire des transformateurs planaires. Ce point a notamment été démontré par l'accord des simulations 2D avec les mesures sur des transformateurs classiques réels, tridimensionnels par nature.

Nous avons également montré que l'analyse 2D, quel que soit le type de transformateur (classique ou planaire), s'applique localement avec une grande fiabilité à l'intérieur du noyau, et de manière légèrement plus approchée à l'extérieur de celui-ci.

Le seul effet 3D notable a lieu dans "l'arc", c'est-à-dire dans la partie courbe des pistes constituant les enroulements des transformateurs planaires. L'effet d'arc (§VIII.3) se caractérise par une concentration très nette de la densité de courant du côté intérieur de la courbe. Dans le cas général, c'est à cet endroit qu'est situé le point de densité de courant maximale dans toute la pièce et donc qu'il faut en priorité redouter un point chaud.

L'étude 3D s'est essentiellement focalisée sur l'aspect qualitatif des phénomènes. Une étude plus ponctuelle menée sur un prototype de transformateur planaire réel a montré que la diminution des pertes et la diminution du risque de point chaud (lié à la densité de courant maximale) sont deux objectifs antagonistes. Différentes améliorations, dont le recours à un profil de piste original, ont été proposées pour tenter de trouver le meilleur compromis.

Il semble cependant qu'il soit fort difficile de réduire significativement les pertes en optimisant le profil des enroulements. De ce fait, notre analyse conclut que l'étude 3D doit plutôt se focaliser sur la réduction du risque de point chaud.

Terminaisons des enroulements

Concernant les terminaisons enfin (§VIII.5), nous avons montré qu'il convient de rapprocher autant que possible et de préférence de superposer les conducteurs des différents enroulements.

A l'intérieur de la pièce magnétique, il convient encore d'éviter de croiser des pistes appartenant à des couches différentes: il faut au contraire donner à ces pistes le même profil. Ce faisant, on applique aux enroulements les mêmes principes que ceux régissant le dessin des terminaisons, ce que nous avons justifié. Il ne s'agit cependant là que de principes généraux qui gagneraient à être affinés dans des études de cas plus précises.

IX - Synthèse de la deuxième partie

Confirmations expérimentales

La validité des simulations a été discutée à plusieurs reprises (principalement aux paragraphes §VI.8 et §VII.3). Un très bon accord (typiquement aux environs de 5%) a été trouvé entre celles-ci et les mesures d'impédance réalisées sur des transformateurs réels. On a ainsi confirmé que les simulations permettent une interprétation très fine des phénomènes dans les pièces magnétiques réelles et constituent à ce titre un outil d'analyse d'une précision remarquable.

Conclusion

Apports du travail

Pour conclure, rappelons les questions qui avaient été posées dans les objectifs de cette première partie:

- Quelles sont les limites d'application des méthodes analytiques classiques (unidimensionnelles) de calcul des pertes cuivre?
- Dans quelle mesure la géométrie bi- ou tridimensionnelle des transformateurs réels intervient-elle dans l'explication de ces limites?
- Quelles solutions alternatives, applicables dans un cadre industriel, peut-on envisager pour calculer les pertes cuivre lorsque les méthodes classiques se révèlent erronées?
- Enfin, plus globalement, quelle est l'allure et l'importance des champs en deux et en trois dimensions dans et autour des pièces magnétiques de puissance?

Sans évidemment constituer une réponse exhaustive, nous pensons que les simulations 2D et 3D des chapitres VI et VIII apportent de nombreux éléments quant à la distribution du champ dans les transformateurs. Nous espérons avoir transmis au lecteur, grâce à l'abondance des résultats de simulation représentés, la majeure partie de l'expérience que nous avons pu acquérir de ce point de vue. Nous espérons aussi avoir donné une bonne idée de l'importance réelle des effets 2D dans les pièces magnétiques⁶⁰.

La formule semi-empirique du chapitre VII, bien que son champ d'application soit limité, apporte également de nombreux enseignements. D'une part elle constitue un outil pratique à l'intention des concepteurs (outil quantitatif pour les enroulements en ruban ou plus qualitatif pour les autres types de conducteurs) et d'autre part elle permet, en conjonction avec les simulations, de cerner les limites d'application des méthodes unidimensionnelles beaucoup plus précisément que toutes les études précédentes.

Enfin notre recherche a également été l'occasion de mener plusieurs discussions théoriques (dont la plus intéressante est certainement celle relative au facteur de remplissage) et d'envisager les aspects pratiques de l'application des simulations à l'étude de problèmes réels.

IX - Synthèse de la deuxième partie

Commentaire [U68] : principe général: un enroulement n'influence pas l'autre localisation des points chauds – enroulements ronds: côté sécu (sauf effet de bord FIF) champ H varie peu en fonction de la fréquence / effets localisés dissymétrie des conducteurs dans son ensemble qui influence le champ pertes et points chauds sont deux choses différentes et souvent antagonistes cuatalogue des effets beaucout plus complet réduction des pertes difficile / plutôt gagne sun les points chauds deux: zones d'écart 1D/2D: BF et HFF très bon accord des simulations (sauf effet d'ar: pas prouvé)



⁶⁰ Pour plus d'information encore, on se reportera également aux articles publiés dans le cadre de cette thèse: **[166]**, **[167]**, **[168]** et **[177]**.

Pistes pour les recherches futures

Deux zones-d'ombre persistant-au-terme-de-ce travail nous semblent devoir être-éclaircies enpriorité. La première est l'étude des noyaux comportant un entrefer, pour lesquels on sait que les effets 2D sont significatifs. La nécessité de réaliser une première étude aussi large que possible mais suffisamment détaillée ne nous a pas permis d'étudier ce problème en profondeur.

La seconde piste est une étude thermique dont le but serait, à partir de densités de courant et de géométries connues, de cerner le risque réel d'obtenir des points chauds dans les pièces magnétiques. Là aussi, l'ampleur du travail ne nous a pas permis d'apporter une réponse satisfaisante dans le cadre forcément limité de notre étude.

En ce qui concerne la recherche d'un outil de calcul rapide et précis pour tous les types d'enroulements, l'effort peut également être poussé plus loin. Compte tenu des limites de l'approche semi-empirique de ce point de vue, nous pensons qu'il faut obligatoirement se tourner à nouveau vers des méthodes analytiques (éventuellement approchées) pour trouver une solution à ce problème. Les méthodes 2D existantes demandant toutes des temps de calcul importants, il n'existe pour cette voie aucune solution évidente.

Diverses autres pistes, d'un caractère plus accessoire, peuvent encore être explorées. Parmi cellesci, citons:

- l'application de la méthode semi-empirique aux enroulements en fil rond,
- le développement d'un outil de conception et d'optimisation intégrant tous les apports de la formule semi-empirique,
- une étude détaillée de l'influence du contenu harmonique des courants sur le facteur de résistance (y compris les effets 2D et 3D) et sur l'optimisation des enroulements,
- une étude plus systématique des effets 3D dans les terminaisons, spécialement pour les enroulements en ruban,
- une étude 3D quantitative de l'effet d'arc assortie de validations expérimentales plus poussées.

IX - Synthèse de la deuxième partie