

---

Dépôt Institutionnel de l'Université libre de Bruxelles /  
Université libre de Bruxelles Institutional Repository  
**Thèse de doctorat/ PhD Thesis**

**Citation APA:**

Staquet, S. (2004). *Analyse et modélisation du comportement différé du béton: application aux poutres mixtes, préréfléchies et précontraintes*  
(Unpublished doctoral dissertation). Université libre de Bruxelles, Faculté des sciences appliquées – Construction, Bruxelles.

**Disponible à / Available at permalink :** <https://dipot.ulb.ac.be/dspace/bitstream/2013/211146/6/51bf5236-710c-4ae1-a47e-ccc51051c24a.txt>

---

(English version below)

Cette thèse de doctorat a été numérisée par l'Université libre de Bruxelles. L'auteur qui s'opposerait à sa mise en ligne dans DI-fusion est invité à prendre contact avec l'Université (di-fusion@ulb.be).

**Dans le cas où une version électronique native de la thèse existe, l'Université ne peut garantir que la présente version numérisée soit identique à la version électronique native, ni qu'elle soit la version officielle définitive de la thèse.**

DI-fusion, le Dépôt Institutionnel de l'Université libre de Bruxelles, recueille la production scientifique de l'Université, mise à disposition en libre accès autant que possible. Les œuvres accessibles dans DI-fusion sont protégées par la législation belge relative aux droits d'auteur et aux droits voisins. Toute personne peut, sans avoir à demander l'autorisation de l'auteur ou de l'ayant-droit, à des fins d'usage privé ou à des fins d'illustration de l'enseignement ou de recherche scientifique, dans la mesure justifiée par le but non lucratif poursuivi, lire, télécharger ou reproduire sur papier ou sur tout autre support, les articles ou des fragments d'autres œuvres, disponibles dans DI-fusion, pour autant que :

- Le nom des auteurs, le titre et la référence bibliographique complète soient cités;
- L'identifiant unique attribué aux métadonnées dans DI-fusion (permalink) soit indiqué;
- Le contenu ne soit pas modifié.

L'œuvre ne peut être stockée dans une autre base de données dans le but d'y donner accès ; l'identifiant unique (permalink) indiqué ci-dessus doit toujours être utilisé pour donner accès à l'œuvre. Toute autre utilisation non mentionnée ci-dessus nécessite l'autorisation de l'auteur de l'œuvre ou de l'ayant droit.

----- **English Version** -----

This Ph.D. thesis has been digitized by Université libre de Bruxelles. The author who would disagree on its online availability in DI-fusion is invited to contact the University (di-fusion@ulb.be).

**If a native electronic version of the thesis exists, the University can guarantee neither that the present digitized version is identical to the native electronic version, nor that it is the definitive official version of the thesis.**

DI-fusion is the Institutional Repository of Université libre de Bruxelles; it collects the research output of the University, available on open access as much as possible. The works included in DI-fusion are protected by the Belgian legislation relating to authors' rights and neighbouring rights. Any user may, without prior permission from the authors or copyright owners, for private usage or for educational or scientific research purposes, to the extent justified by the non-profit activity, read, download or reproduce on paper or on any other media, the articles or fragments of other works, available in DI-fusion, provided:

- The authors, title and full bibliographic details are credited in any copy;
- The unique identifier (permalink) for the original metadata page in DI-fusion is indicated;
- The content is not changed in any way.

It is not permitted to store the work in another database in order to provide access to it; the unique identifier (permalink) indicated above must always be used to provide access to the work. Any other use not mentioned above requires the authors' or copyright owners' permission.

---

**UNIVERSITE LIBRE DE BRUXELLES**

**Faculté des Sciences Appliquées**

Service Génie Civil

**ANALYSE ET MODELISATION  
DU COMPORTEMENT DIFFERE DU BETON**

**APPLICATION AUX POUTRES  
MIXTES, PREFLECHIES ET PRECONTRAINTEES**

Volume 2



**Stéphanie STAQUET**

Thèse effectuée sous la direction du Professeur Bernard ESPION  
et présentée en vue de l'obtention du titre de  
DOCTEUR EN SCIENCES APPLIQUEES

Année académique 2003-2004

---

## C. Vers une modélisation basée sur l'évolution du degré d'hydratation et de l'humidité relative

### 1. Introduction

Classiquement en laboratoire, les déformations différées du béton sont mesurées dans une chambre climatisée où la température et l'hygrométrie sont maintenues constantes. Dans les ouvrages réels, le béton est le plus souvent soumis à des variations climatiques importantes. Celles-ci peuvent avoir des conséquences majeures sur les ouvrages de génie civil comme les ponts-bacs par exemple. Ainsi, il n'est pas rare de mesurer des variations de flèche sur des ouvrages à priori semblables que l'on ne sait pas toujours systématiquement imputer à une cause physico-chimique bien précise. De plus, pour le concepteur de projets, il est primordial de pouvoir prendre en compte de façon réaliste les phénomènes différés dans les conditions réelles de fonctionnement de l'ouvrage à savoir les différentes phases d'imperméabilisation d'une partie ou de la totalité des faces exposées de la structure au séchage, les variations sévères de conditions climatiques, les variations d'épaisseur des éléments de béton, ... Tout ceci a motivé la mise en place d'une modélisation des déformations différées du béton basée sur une approche locale de l'évolution de la teneur en eau et du degré d'hydratation dans la structure. Les différentes composantes du modèle sont largement inspirées de travaux antérieurs, à savoir ceux de Bažant Z.P. & Chern J.C. (1985), Granger L. (1996), Guénot-Delahaie I. (1997), Benboudjema F. (2003). En ce qui concerne le séchage, à notre connaissance, ce type de modélisation mettant en jeu chacune des composantes des déformations différées du béton a uniquement été appliqué à des bétons dits « vieux » et pour des ouvrages sans phasage de coulage ou de construction. L'originalité de notre démarche réside essentiellement en la prise en compte de l'eau consommée par l'hydratation du ciment dans la prédiction de l'évolution de la teneur en eau dans le béton. Cet apport a permis de modéliser par une approche locale de la teneur en eau, les déformations différées de structures décoffrées très tôt comme les éléments préfabriqués en béton précontraint et en particulier les ponts-bacs. En conséquence, la prise en compte du phasage tant au niveau du coulage du béton que des modifications des conditions aux limites à savoir les diverses couches d'imperméabilisation des surfaces constitue certainement un pas supplémentaire (par comparaison aux méthodes de calcul traditionnelles qui ne considèrent qu'un comportement sectionnel moyen) pour approcher de manière un peu plus réaliste les redistributions de contraintes qui se développent au cours du temps dans ce type de structure soumise à des historiques complexes et variés au niveau de sa construction et de son environnement.

---

## 2. Modélisation du séchage naturel du béton

### 2.1. Introduction

Au moment de leur fabrication, les bétons ordinaires et les BHP de rapport eau/ciment supérieur à 0,3 contiennent plus d'eau qu'il n'en faut pour assurer la réaction d'hydratation du ciment. Cette réaction ne nécessite que 20 à 30% du masse de ciment en eau alors que les bétons ordinaires contiennent pratiquement une quantité double en eau pour un rapport eau/ciment de 0,45 par exemple. Dès le moment du décoffrage voire parfois même plus tôt (face non protégée,...), le béton est en déséquilibre hygrométrique avec le milieu extérieur compte tenu du fait qu'un surplus d'eau est contenu dans ses pores. Le séchage naturel du béton est un mécanisme extrêmement lent mais qui a des conséquences importantes sur le comportement physique et mécanique du béton. Dans le cadre de ce travail, nous nous sommes focalisés sur les déformations différées (retrait et fluage de dessiccation) qui en découlent. Néanmoins, un autre aspect concerne la durabilité qui inclut la fissuration superficielle et la pénétration d'agents agressifs. En effet, le processus de séchage induit une fissuration de peau du béton [Acker, 1988]. Selon [Bažant et al., 1986], ces fissures n'affectent la migration de l'eau que si leurs ouvertures dépassent quelques dixièmes de millimètres. Or, selon [Bisschop & van Mier, 2002], l'ouverture typique des fissures induites par la dessiccation qui ont été observées au microscope électronique à balayage est comprise entre  $0,25\mu\text{m}$  et  $50\mu\text{m}$ . La fissuration induite par le séchage seul ne modifie donc pas sensiblement le transport de l'eau dans les bétons. Aussi, la fissuration ne sera pas prise en compte dans la modélisation du séchage. On verra par la suite que les effets mécaniques résultant du séchage peuvent être considérés comme résultant de champs de déformation imposés. Ils se traitent alors comme en thermo élasticité. La différence essentielle réside dans le fait que, en service, le régime thermique courant d'un ouvrage d'art est de type cyclique alors que son état hygrométrique relève du régime transitoire compte tenu de la cinétique du phénomène de séchage. Les effets du séchage, à long terme, sont en fait peu sensibles aux variations cycliques courtes. D'après [Acker & Ulm, 2001], ils dépendraient plutôt de l'humidité relative moyenne de la période la plus sèche de l'année. Par ailleurs, dans [Bažant & Xi, 1993], on montre qu'une variation cyclique journalière de l'humidité relative n'a d'influence que sur une épaisseur d'au plus 5cm.

### 2.2. Mécanismes du séchage

Tout matériau poreux comme le béton est au moins constitué de trois phases : la matrice cimentaire solide contenant les pores, le liquide (l'eau) et la phase gazeuse (mélange d'air et de vapeur d'eau) [Mensi et al., 1988]. Bien que le principal mécanisme du séchage soit le gradient d'humidité relative lié à la phase vapeur, il est lié également à la phase liquide étant donné que l'équilibre thermodynamique entre les phases doit être conservé. Dans les conditions normales de température et de pression, on distingue [Xi et al, 1994] :

- 
- La diffusion moléculaire (dans les pores de dimensions 50nm – 10µm, c'est-à-dire les pores capillaires)

Pour une humidité relative élevée, les processus de condensation et d'évaporation constituent le moteur du processus de diffusion. Lorsque l'humidité relative est faible dans les pores, seule une couche d'eau est adsorbée à la surface.

- La diffusion de Knudsen (dans les micropores, c'est-à-dire les pores de dimension inférieure à 50nm)

Les dimensions de ces pores sont plus faibles que le libre parcours moyen des molécules d'eau. Les chocs entre les molécules et contre les parois des pores constituent la principale source de résistance à la diffusion des molécules d'eau.

- La diffusion surfacique (dans les micropores)

Ce processus de transport est gouverné par les sauts des molécules d'eau entre les sites d'adsorption. Ce processus a surtout lieu pour une humidité relative faible lorsque l'eau présente est essentiellement adsorbée.

### 2.3. Modélisation envisagée du séchage

De nombreux mécanismes interviennent donc à l'échelle de la macroporosité et de la microporosité de la matrice cimentaire. D'après [Baroghel-Bouny, 1994 ; Baroghel-Bouny, Mainguy, Lassabatère, Coussy, 1999], on peut identifier quatre modes de transport couplés :

- Le transport de l'eau liquide, dont le mécanisme moteur est le gradient de pression (fonction de la perméabilité du réseau poreux) et qui peut être décrit à l'aide de la loi de Darcy.
- Le transport de l'humidité sous phase vapeur dont le mécanisme moteur est le gradient de concentration (fonction de la diffusivité de la vapeur d'eau) et qui peut être décrit par la première loi de Fick.
- Le transport de l'air sec dont le mécanisme moteur est le gradient de pression et qui peut être décrit à l'aide de la loi de Darcy.
- Le transport convectif de l'eau sous phase vapeur qui est entraînée par la migration de l'air sec.

La modélisation macroscopique du séchage du béton pour laquelle nous avons opté dans le cadre de ce travail est du type « approche d'Ingénieur ». Les paramètres du modèle doivent être en nombre restreint et facilement mesurables expérimentalement. En fait, supposons que l'on admet les hypothèses suivantes [Coussy et al., 2001] :

- L'espace poreux est indéformable
- La température est constante et ne change pas au cours du séchage

- Le transport de la vapeur d'eau est de type diffusif uniquement

La quantité de vapeur d'eau transportée lors du mouvement convectif du mélange gazeux est négligeable par rapport à celle induite lors du transport diffusif.

- La pression du mélange dans le béton (air sec + vapeur d'eau) est constante et égale à la pression atmosphérique

La viscosité dynamique de l'air sec étant très faible, les variations possibles de pression se dissipent rapidement à l'échelle de temps du phénomène de séchage.

Dans le cadre de ces hypothèses, les différentes lois physiques décrivant le séchage peuvent être ramenées à une seule équation de diffusion transitoire non linéaire, similaire à la deuxième loi de Fick. Elle peut être écrite en fonction de la teneur en eau  $C$  [Granger, 1996] ou de l'humidité relative  $h$  [Xi et al, 1994] :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \text{div}[D(C).(gradC)] \quad \text{ou} \quad \frac{\partial C}{\partial h} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = \text{div}[D(h).(gradh)]$$

avec  $C$ , la teneur en eau libre;

$D(C)$ , le coefficient de diffusion ;

voir [Bažant et al., 1972], [Mensi et al., 1988], [Xi et al., 1994]

$\partial C/\partial h$ , la pente de la courbe de l'isotherme de désorption.

D'après [Coussy et al., 2001], la dernière hypothèse est discutable car les simulations numériques montrent que la surpression du mélange gazeux atteint 20 à 70% de la pression atmosphérique. Toutefois, nous ne nous intéressons pas réellement aux mécanismes de diffusion dans ce travail mais aux effets de la teneur en eau sur le comportement différé du béton. Nous n'avons donc pas entrepris la modélisation de ces différents modes de transport couplés.

Comme outil de départ pour la modélisation, nous avons choisi d'utiliser le module expert HEXO de CESAR-LCPC développé par Granger lors de sa thèse [Granger, 1996]. Cette modélisation simplifiée s'est avérée suffisante pour prédire les gradients de teneur en eau [Xi et al., 1994 ; Granger, 1996] et la détermination expérimentale des paramètres du modèle est assez aisée.

---

### 3. Modélisation du degré d'hydratation et de la teneur en eau dans CESAR-LCPC

#### 3.1. Enjeu de la modélisation du béton au jeune âge

On sait depuis longtemps que la réaction d'hydratation du ciment est une réaction très exothermique. Dans les structures massives, les élévations de température qui accompagnent le durcissement du béton peuvent atteindre 50°C [De Schutter, 1996a] et figure B.2.2. En outre, l'hydratation du ciment est une réaction thermo activée ce qui implique que la vitesse de cette réaction chimique croît avec la température. Par ailleurs, le béton est un matériau vieillissant ce qui signifie que ses propriétés mécaniques (module d'élasticité, résistance) [De Schutter & Taerwe, 1996b] voire certaines de ces composantes de déformations différées comme le développement du fluage fondamental au jeune âge [De Schutter & Taerwe, 2000] évoluent en fonction de l'avancement de la réaction d'hydratation du ciment. De plus, la consommation de l'eau dans la réaction d'hydratation conduit au développement d'un retrait chimique. Tout ceci nous a amené à considérer le degré d'hydratation comme un des paramètres fondamentaux pour modéliser le comportement du béton. Nous verrons un peu plus loin dans ce chapitre comment nous en avons tenu compte dans la modélisation du séchage du béton et dans le chapitre suivant, dans la modélisation du comportement différé du béton.

#### 3.2. Modélisation du degré d'hydratation : module TEXO

Pour déterminer le champ de température qui se développe dans une pièce de béton en cours de durcissement, le module TEXO résout l'équation de diffusion de la chaleur avec un terme source représentant l'exothermie de la réaction d'hydratation. De nombreux facteurs influent sur la chaleur dégagée par l'hydratation du ciment. Celle-ci dépend de la composition chimique du ciment en ce sens qu'elle est égale à la somme des chaleurs d'hydratation de ses composants pris purs (C3S, C2S, C3A et C4AF). Elle dépend également de la température à laquelle l'hydratation a lieu, de la surface spécifique du ciment, du rapport eau/ciment et de la présence d'éventuels ajouts cimentaires (cendres volantes, laitier de haut fourneau, fumée de silice). En ce qui concerne la vitesse de dégagement de la chaleur d'hydratation, il est à présent admis qu'elle ne dépend que de deux variables d'état à savoir la température et le temps. Conformément à la loi d'Arrhenius, lorsqu'une réaction chimique est thermo activée, on peut exprimer la vitesse d'avancement de la réaction  $\partial A/\partial t$  en fonction de l'avancement de la réaction A et de la température T de la manière suivante :

$$\frac{\partial A}{\partial t} = f(A) \cdot \exp\left(-\frac{E_a}{R.T}\right)$$

avec  $E_a$ , l'énergie d'activation de la réaction;  
 $E_a/R$ , la constante d'Arrhenius.

---

En admettant donc qu'il est possible de paramétrer l'avancement de la réaction A par la quantité de chaleur dégagée Q ou par le degré d'hydratation  $\xi$ , par un simple changement de variable dans l'équation précédente, on obtient alors l'équation suivante :

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = A(\xi) \cdot \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right)$$

avec  $A(\xi)$ , l'affinité normalisée déterminée à partir de la courbe de dégagement de chaleur (courbe QAB) du béton.

L'hydratation du ciment est constituée de plusieurs réactions chimiques simultanées, qui n'évoluent pas de la même façon. D'un point de vue pratique dans TEXO, on ne distingue pas les degrés d'hydratation entre silicates et aluminates par exemple mais on considère un coefficient global. Ainsi, le degré d'hydratation peut être déterminé à partir de la quantité de chaleur dégagée :

$$\xi = \frac{Q(t)}{Q_\infty}$$

avec  $Q(t)$ , la quantité de chaleur dégagée jusqu'à l'instant t  
 $Q_\infty$ , la quantité totale de chaleur potentiellement dégageable.

En fait, il existe plusieurs techniques expérimentales pour déterminer la courbe de dégagement de chaleur (courbe QAB) pendant l'hydratation dont notamment:

- la calorimétrie isotherme

On mesure le flux de chaleur sur un échantillon de pâte s'hydratant à température constante. La chaleur totale dégagée est calculée par intégration temporelle de ce flux.

- la calorimétrie adiabatique

Il est nécessaire de disposer d'un équipement expérimental permettant de maintenir des conditions parfaitement adiabatiques. Tout échange de chaleur étant empêché vers le milieu extérieur, la température est maintenue, par asservissement, égale à la température au coeur de l'éprouvette. La quantité de chaleur dégagée est déductible de l'élévation de température par simple multiplication par la capacité thermique du béton.

Le calcul du champ de température et du champ de degré d'hydratation effectué dans le module TEXO de CESAR-LCPC par une discrétisation spatiale selon la méthode des éléments finis et d'une discrétisation temporelle selon un schéma du type Cranck-Nicholson [CESAR-LCPC, 1992] résout d'une manière simultanée d'une part la loi cinétique macroscopique d'hydratation explicitée ci-avant et d'autre part l'équation de la chaleur :

$$c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}[K \cdot (\text{grad}T)] + l \cdot \frac{\partial \xi}{\partial t}$$

avec c, la capacité calorifique volumique;

K, le coefficient de conductivité thermique isotrope;

T, la température;

$\xi$ , le degré d'hydratation;

l, la chaleur d'hydratation par unité de degré d'hydratation.

La capacité calorifique volumique est fonction de la composition du béton. Néanmoins, pour les bétons les plus courants, la valeur habituellement utilisée dans le module TEXO est  $2,4 \text{ J/cm}^3 \cdot ^\circ\text{C}$ . La conductivité thermique varie en fonction du ferrailage de la pièce de béton. Les valeurs courantes admises vont de  $60 \text{ J/h.cm} \cdot ^\circ\text{C}$  pour les pièces peu ferrillées à  $110 \text{ J/h.cm} \cdot ^\circ\text{C}$  pour les pièces très ferrillées.

Les conditions aux limites imposées sur le contour sont de deux types :

- flux imposé associé à une condition d'échange linéaire (prise en compte des pertes de chaleur à travers les coffrages, une surface libre,...)

$$q \cdot n = \lambda \cdot (T_s - T_{\text{ext}})$$

avec q, le vecteur flux de dégagement de chaleur à travers la surface orientée par la normale n à la frontière de l'élément de volume de structure

$T_s$ , la température de surface

$T_{\text{ext}}$ , la température du milieu ambiant qui est imposée au contour

$\lambda$ , le coefficient qui modélise globalement le processus d'échange avec le milieu extérieur en caractérisant le taux d'isolation du béton en fonction du type de coffrage choisi et des données climatiques (surface ventilée ou abritée).

- température imposée prise en compte par pénalisation (histoires de température connues en un nombre donné de noeuds du maillage comme par exemple l'effet de tube de refroidissement)

$$T_s = T_{\text{ext}}$$

avec  $T_s$ , la température de surface

$T_{\text{ext}}$ , la température du milieu ambiant.

### 3.3. Modélisation de la teneur en eau : module HEXO

La modélisation de la diffusion de l'humidité dans le béton liée à un processus de séchage telle qu'elle est implantée dans le module DTNL de CESAR-LCPC avec le modèle « HEXO » résout dans l'élément de volume l'équation de diffusion de l'humidité suivante:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \text{div}[D(C) \cdot (\text{grad}C)]$$

avec  $C$ , la teneur en eau libre.

Les conditions aux limites sont du type :

- flux imposé associé à une condition d'échange non linéaire (faces exposées au séchage,...)

$$w \cdot n = \lambda \cdot (C_s - C_{eq})$$

avec  $w$ , le vecteur flux de teneur en eau à travers la surface orientée par la normale  $n$  à la frontière de l'élément de volume de structure

$C_s$ , la teneur en eau de surface

$C_{eq}$ , la teneur en eau équivalente à l'humidité  $h_{ext}$  (soit à l'équilibre hydrique) qui est imposée sur le contour

$\lambda$ , le coefficient d'échange qui modélise le processus d'échange avec le milieu extérieur en caractérisant le taux d'imperméabilisation du béton en fonction du type de revêtement et des données climatiques (atmosphère calme ou ventilée).

Dans ce module, c'est le modèle de Mensi et Acker [Mensi et al., 1988] qui a été implémenté. La non linéarité de la diffusion vient d'une part du coefficient de diffusion  $D(C)$  et d'autre part du coefficient d'échange  $\lambda(C)$  :

$$D(C) = A \cdot e^{B \cdot C}$$

où  $A$  et  $B$  sont des constantes propres au béton [Granger, 1996 ; Mensi et al., 1988]

$C$ , la teneur en eau libre;

$$\lambda(C) = \beta \cdot \frac{1 - h_{ext}}{(C_{eq} - C_{100})^2} \cdot (C - (2 \cdot C_{100} - C_{eq}))$$

avec  $h_{ext}$ , humidité relative imposée à la surface,

$C_{100}$ , teneur en eau libre à la saturation ( $h=100\%$ ),

$C_{eq}$ , teneur en eau équivalente à l'humidité  $h_{ext}$  soit à l'équilibre hydrique,

$\beta \cdot (1 - h_{ext}) / (C_{eq} - C_{100})^2$ , coefficient d'échange.

Les teneurs en eau  $C_{100}$  et  $C_{eq}$  doivent en principe être déterminées à partir d'une courbe de sorption isotherme du béton pour  $h=100\%$  et  $h = h_{ext}$ . L'isotherme de sorption du béton permet d'obtenir par pesée la courbe de la perte en masse dans le béton en fonction de l'humidité relative imposée du milieu ambiant. On verra plus loin qu'il est possible de déterminer les  $C_{eq}$  correspondant à différentes humidités  $h_{ext}$  simplement à partir de l'évolution de la perte en masse d'une éprouvette au cours du temps dans des conditions imposées d'humidité relative.

---

### 3.4. Chaînage des modules TEXO-HEXO

#### 3.4.1. Situation existante avant chaînage TEXO-HEXO

Pour rappel, au paragraphe précédent, on a vu que la modélisation du séchage implémentée dans HEXO résout dans l'élément de volume l'équation de diffusion de l'humidité suivante:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \text{div}[D(C).(\text{grad}C)]$$

avec C, la teneur en eau libre;

D(C), le coefficient de diffusion isotrope.

On a vu également que le calcul du champ de température et du champ de degré d'hydratation implémenté dans TEXO résout d'une manière simultanée d'une part la loi cinétique macroscopique d'hydratation et d'autre part l'équation de la chaleur

$$c. \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}[K.(\text{grad}T)] + l. \frac{\partial \xi}{\partial t}$$

avec c, la capacité calorifique volumique;

K, le coefficient de conductivité isotrope;

T, la température;

$\xi$ , le degré d'hydratation;

l, la chaleur d'hydratation par unité de degré d'hydratation.

#### 3.4.2. Situation avec chaînage TEXO-HEXO pour la prise en compte de l'eau consommée par l'hydratation du ciment

##### 3.4.2.1. Description théorique

Le coefficient de diffusion D(C) décrit plus haut dépend ainsi uniquement de la teneur en eau et pas du degré d'hydratation. Dans l'équation de diffusion de l'humidité, on suppose que l'hydratation est suffisamment avancée et que la vitesse d'avancement de la réaction d'hydratation est très faible pour négliger dans le bilan de masse la quantité d'eau consommée par l'hydratation du ciment au cours du temps.

Dans une première étape, le couplage entre l'humidité locale et le degré d'hydratation ne sera pas pris en compte étant donné que cela concerne une zone très limitée de la structure. Pour la modélisation du séchage de béton décoffré très tôt, la modification de l'équation de diffusion de l'humidité peut s'effectuer de la manière suivante en écrivant la conservation de la masse de matière c'est-à-dire:

la variation de la masse d'humidité dans le volume  $\Omega$  vaut la somme de la masse d'humidité sortant à travers la surface  $S$  par le phénomène de séchage et de la masse d'humidité entrant dans l'hydratation du ciment pour le volume  $\Omega$ :

$$\iiint_{\Omega} -\frac{\partial C}{\partial t} \cdot d\Omega \cdot dt = \iint_S -D(C) \cdot (\text{grad}C) \cdot n \cdot dS \cdot dt + \iiint_{\Omega} P \cdot d\Omega \cdot dt$$

En utilisant le théorème d'Ostrogradski, sous forme locale, l'équation de transport est:

$$-\frac{\partial C}{\partial t} = \text{div}[-D(C) \cdot (\text{grad}C)] + P$$

ou encore

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \text{div}[D(C) \cdot (\text{grad}C)] - P$$

et en explicitant le terme  $P$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \text{div}[D(C) \cdot (\text{grad}C)] - k \cdot c_0 \cdot \xi_{\max} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial t}$$

avec

$c_0$ , la quantité de ciment initiale du mélange prévue dans la formulation de béton (en général  $\text{kg/m}^3$  mais à adapter suivant les unités choisies dans le modèle) ;

$k$ , la quantité d'eau consommée par unité de ciment hydraté (constante propre au type de ciment) ;

$\xi_{\max}$ , le degré d'hydratation maximal atteint par le BHP compte tenu du rapport E/C. Cette quantité d'eau consommée par unité de ciment hydraté  $k$  peut être calculée à partir de l'expression suivante où la composition potentielle selon BOGUE du ciment anhydre est prise en compte:

$$k = \sum_{i=1}^4 p_i \cdot m_i$$

où  $p_i$  est la masse d'eau nécessaire à l'hydratation complète de chaque composant anhydre du ciment ( $C_2S$ ,  $C_3S$ ,  $C_3A$  et  $C_4AF$ ) par unité de masse du composant anhydre

$p_i$ (CZERNIN)	$C_2S$	$C_3S$	$C_3A$	$C_4AF$
	0.24	0.21	0.40	0.37

et  $m_i$  est le pourcentage en masse du composant anhydre ( $C_2S$ ,  $C_3S$ ,  $C_3A$  et  $C_4AF$ ) par rapport à la masse du ciment.

Le calcul de  $k$  par cette méthode suppose que l'on ait atteint effectivement une hydratation complète dans le béton. Inutile de préciser que cela n'est jamais le cas. Même dans les bétons ordinaires, après plusieurs dizaines d'années, il subsiste toujours des particules de ciment non hydratées. En effet, au fur et à mesure que la réaction d'hydratation avance, le transport de l'eau vers les particules de ciment non hydratées devient de plus en plus difficile car il est gêné par les hydrates C-S-H qui se forment et qui deviennent de plus en plus denses. Plus le rapport eau/ciment du béton va diminuer, plus ce phénomène va s'accroître par un effet de manque d'eau à proximité des particules de ciment non encore hydratées. Dans [Oh & Cha, 2003], les auteurs suggèrent d'utiliser la formule de Mill pour évaluer le degré d'hydratation maximal que les bétons hautes performances peuvent atteindre compte tenu de leur rapport eau/ciment. Le degré d'hydratation maximal  $\xi_{\max}$  est donné par :

$$\xi_{\max} = \frac{1,031 \cdot \left(\frac{E}{C}\right)}{0,194 + \left(\frac{E}{C}\right)}$$

Dans la modélisation envisagée ici et qui a été implémentée dans CESAR-LCPC, le produit  $k \cdot c_0 \cdot \xi_{\max}$  est donc considéré comme la quantité d'eau maximale qui est consommée par l'hydratation du ciment et qui correspond à la valeur de  $\xi = 1$  dans le calcul des dégagements de chaleur, de l'évolution de la température et du degré d'hydratation fourni par le module TEXO. Dans le cadre des bétons envisagés en préfabrication, cette adaptation s'est avérée indispensable pour évaluer de manière un peu plus réaliste l'évolution de la teneur en eau pour ce type de matériau.

### 3.4.2.2. Intégration dans CESAR-LCPC du chaînage TEXO/HEXO

#### 3.4.2.2.1. 1<sup>ère</sup> étape: calcul du terme $d\xi/dt$

Dans l'équation adaptée de diffusion de l'humidité, le terme  $d\xi/dt$  est déjà calculé dans le module TEXO à partir des données de l'essai QAB. Il est donc superflu de le recalculer tel que c'est programmé dans le module TEXO mais en première approximation il peut être évalué par différences finies à partir des valeurs de  $\xi$  fournies comme résultat du calcul TEXO à chaque nœud et à chaque pas de temps de la manière suivante:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t}(n) = \frac{\xi(n+1) - \xi(n-1)}{t(n+1) - t(n-1)}$$

excepté pour le premier pas où le terme  $d\xi/dt$  est considéré comme nul et pour le dernier pas où le terme  $d\xi/dt$  est calculé de la manière suivante:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t}(n) = \frac{\xi(n) - \xi(n-1)}{t(n) - t(n-1)}$$

Dans le cas de calculs multiples avec reprise, il faut donc veiller à choisir un intervalle de temps petit pour le dernier pas de temps compte tenu de la manière dont la dérivée est évaluée. Cette remarque est valable aussi pour le premier pas de temps.

### 3.4.2.2. 2<sup>ème</sup> étape: incorporation du terme $d\zeta/dt$ dans le bilan de masse

Il s'agit d'introduire la variation de la masse d'humidité consommée par l'hydratation du ciment dans l'équation de transport d'humidité adaptée, ce qui revient à calculer le vecteur nodal suivant

$$f_i^\Omega = \int_{\Omega} \frac{\partial \xi}{\partial t} N_i dx dy$$

et à le soustraire au second membre du système d'équations différentielles qui est résolu dans le module de diffusion transitoire non linéaire DTNL de CESAR-LCPC (voir page 33 du manuel théorique CESAR-LCPC, module DTNL pour l'explication détaillée des différents termes de l'équation suivante et de l'algorithme de résolution):

$$\sum_{j=1}^n C_{ij}^\Omega \dot{U}_j(t) + (k_{ij}^\Omega + k_{ij}^{\Gamma_h}) U_j(t) = -f_i^\Omega(t) + f_i^{\Gamma_\phi} + f_i^{\Gamma_h} - \sum_{j=n+1}^{n_s} (k_{ij}^\Omega + k_{ij}^{\Gamma_h}) \bar{U}_j(t)$$

### 3.4.2.2.3. 3<sup>ème</sup> étape: extension du chaînage TEXO/HEXO au cas de phasage de bétons

Cette extension est réalisée à l'image de ce qui a été développé dans le module TEXO. Le principe est détaillé ci-après. La structure est entièrement maillée dès le début. Sa géométrie est donc scindée en plusieurs zones géométriques correspondant chacune aux différentes phases de coulage. Chaque zone est maillée indépendamment des zones voisines. Les interfaces entre ces zones sont donc constituées de bords doubles. Des éléments spéciaux dits SPIT (1T pour une seule inconnue nodale) sont utilisés pour permettre la continuité des teneurs en eau au niveau des interfaces. On effectue alors un chaînage TEXO / HEXO pour chaque phase de béton avec reprise des résultats du calcul précédent entre deux phases consécutives. Les zones géométriques correspondant au béton non encore coulé lors de la phase considérée sont déclarées inactives. Cela signifie que, sur les plans thermique et hydrique, les paramètres correspondants du matériau conservent leurs valeurs initiales. Sur le plan numérique, les termes de rigidité élémentaire des éléments spéciaux sont nuls tant que les zones sont déclarées comme inactives. Ensuite, dès que le coulage d'une phase supplémentaire de béton a lieu, la zone correspondante est déclarée comme active et les termes de rigidité élémentaire des éléments spéciaux prennent une valeur très élevée. Enfin, les décoffrages successifs des parties coulées se traduisent par une modification des conditions d'échanges thermiques et/ou hydriques.

Au niveau du module de calcul DTNL de CESAR-LCPC, le mot clé INA permet de déclarer les groupes inactifs dans une phase à l'image de ce qui a été implanté dans le module TEXO. La continuité des teneurs en eau à l'interface entre deux zones géométriques consécutives, représentant le béton déjà coulé et celui qui vient de l'être, est assurée par utilisation d'éléments de type SPIT. Ces éléments agissent par pénalisation pour assurer la continuité des teneurs en imposant une relation du type :

$$\lambda C_i^{t+\Delta t} - \lambda C_j^{t+\Delta t} = 0$$

$i$  et  $j$  désignant deux nœuds en vis-à-vis sur l'interface entre deux zones consécutives ;

$\lambda$  représentant un facteur de pénalisation (voir le manuel d'utilisation de CESAR pour le choix de  $\lambda$  (éléments spéciaux « SPIT »).

Compte tenu du fait que l'algorithme (implicite) de DTNL calcule l'incrément de teneur en eau à chaque itération pour un pas de temps donné, la relation ci-dessus concernant les teneurs en eau à l'instant  $t + \Delta t$  est remplacée par :

$$\begin{aligned} \lambda \Delta C_{i,j}^{t+\Delta t} - \lambda \Delta C_{i,j}^{t+\Delta t} &= \lambda C_i^t - \lambda C_j^t && \text{à la première itération} \\ \lambda \Delta C_{k,j}^{t+\Delta t} - \lambda \Delta C_{k,j}^{t+\Delta t} &= 0 && \text{pour les autres itérations (k)} \end{aligned}$$

Pour plus de détails concernant cette implémentation et la constitution des jeux de données, la référence [Staquet & Tailhan 2004] contient la notice relative au chaînage TEXO-DTNL (HEXO).

---

## 4. Modélisation des déformations différées sur base du degré d'hydratation et de la teneur en eau

### 4.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons passer en revue les différentes déformations différées qui apparaissent dans le béton au cours de son histoire à savoir le retrait thermique  $\varepsilon_{th}$ , le retrait endogène  $\varepsilon_{sre}$ , le retrait de dessiccation  $\varepsilon_{srd}$ , le fluage fondamental  $\varepsilon_{sff}$  et le fluage de dessiccation  $\varepsilon_{sfd}$ . Ainsi la déformation totale  $\varepsilon_{tot}$  à l'instant  $t$  pourra s'écrire de la manière suivante :

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_{th} + \varepsilon_{sre} + \varepsilon_{srd} + \varepsilon_{sff} + \varepsilon_{sfd}$$

Cette approche classique qui consiste à découper la déformation globale en une somme de composantes découplées est certainement très critiquable. En effet, il existe indiscutablement un couplage entre l'hydratation et le séchage [Oh & Chah, 2003], entre le séchage et le fluage fondamental [Guénot-Delahaie, 1997] et entre l'hydratation et l'état de contrainte [Tamtsia & Beaudoin, 2000] pour citer quelques exemples concrets de couplage. A l'heure actuelle, une modélisation prenant en compte toutes les interactions entre les différentes composantes de déformations différées n'existe pas encore. Elle nécessiterait une expérimentation lourde et très coûteuse en temps. Tel n'est pas l'objectif des développements envisagés ici. Par ailleurs, les phénomènes physico-chimiques à l'origine des déformations différées sont encore loin de faire l'unanimité dans la communauté scientifique [Tamtsia & Beaudoin, 2000]. Nous verrons que certains couplages ne concernent qu'une zone très limitée de la structure et n'affectent que très faiblement le comportement d'ensemble du problème étudié. Notre objectif dans ce travail consiste essentiellement à vérifier le bénéfice éventuel d'une modélisation basée sur une approche locale de l'humidité dans la prédiction des déformations d'une structure ayant un historique de construction assez complexe. Pour ce faire, pour chacune des composantes différées, nous avons dû privilégier telle théorie plutôt que telle autre. Les deux critères essentiels dans notre choix ont été bien entendu tout d'abord le fondement scientifique du modèle et deuxièmement la certitude de pouvoir déterminer tous les paramètres du modèle par des essais expérimentaux au laboratoire.

### 4.2. Retrait thermique

Dans le cas du retrait thermique, ce n'est pas l'eau mais la température qui est le moteur des déformations. En effet, on a vu que la réaction d'hydratation entre le ciment et l'eau s'accompagne généralement d'un fort dégagement de chaleur qui passe par un pic environ une douzaine d'heures après le gâchage, ce qui correspond classiquement au début de la prise. Ensuite, une période de refroidissement très lent s'effectue sur plusieurs jours, ce qui induit un retrait thermique.

D'après [Laplante, 1992], la valeur du coefficient de dilatation thermique est très élevée au tout jeune âge (lorsque le béton est à l'état frais, en l'absence de toute rigidité) mais elle se stabilise très vite vers une constante comprise entre  $7.10^{-6}$  et  $13.10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ . La valeur communément admise pour les bétons courants (avec gros granulats) est de  $10.10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ .

La déformation de retrait thermique va s'exprimer de la manière suivante :

$$\varepsilon_{th}(x, y, t) = \alpha.(T_0 - T(x, y, t))$$

avec  $T_0$ , la température initiale dans le béton juste après le gâchage ;

$T(x, y, t)$ , la température au point de coordonnées  $(x, y)$  et à l'instant  $t$  ;

$\alpha$ , le coefficient de proportionnalité nommé coefficient de contraction thermique.

### 4.3. Retrait endogène

Il s'agit du retrait qui a lieu en l'absence totale de tout échange d'humidité et qui est lié à la consommation interne d'eau lors de l'hydratation du ciment c'est-à-dire l'autodessiccation. La réaction d'hydratation présente en effet un bilan volumique négatif. Le volume molaire des hydrates est inférieur d'environ 8 à 12% à la somme des volumes molaires des constituants de départ à savoir l'eau et le ciment. Engendré par l'avancement de la réaction d'hydratation, le retrait endogène en suit l'évolution. Il effectue généralement 90% de sa valeur finale potentielle au cours des quatre premières semaines.

Selon des travaux récents [Parrott & al, 1990, De Schutter, 1996 a, Guénot-Delahaie, 1997], la relation entre le degré d'hydratation et le retrait endogène est quasi linéaire dans le domaine des bétons courants. Classiquement, on exprime donc le retrait endogène  $\varepsilon_{sre}$  par la relation suivante que nous appellerons par la suite modèle 1 :

$$\varepsilon_{sre}(x, y, t) = \beta.\xi(x, y, t)$$

avec  $\beta$ , la valeur finale du retrait endogène ;

$\xi$ , le degré d'hydratation.

Quelques auteurs ont proposé des expressions permettant de calculer la valeur de  $\beta$  à partir des caractéristiques mécaniques du béton. Ainsi, par exemple, dans [Le Roy, 1996b], l'auteur propose l'expression suivante qui dépend de la résistance à 28 jours  $f_{c,28}$  (en MPa) du béton :

$$\beta = 1,4. (2.f_{c,28} - 40). 10^{-6}$$

Pour des raisons d'optimisation du programme de calcul de structure, nous avons examiné si une alternative à cette équation pouvait être satisfaisante. Celle-ci est basée sur la dérivée du degré d'hydratation (ce que nous appellerons modèle 2) plutôt que sur le degré d'hydratation lui-même.

---

En effet, cette donnée se trouve dans le même fichier que celui qui contient toutes les valeurs de teneur en eau calculées avec CESAR-LCPC. L'expression de l'incrément de déformation de retrait endogène entre  $t$  et  $t+\Delta t$  est calculé alors par :

$$\Delta \varepsilon_{sre}(x, y, t + \Delta t) = \beta \cdot \left( \frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^t - \beta \cdot \left( \frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^{t+\Delta t}$$

avec  $\beta$ , la valeur finale du retrait endogène ;  
 $\xi$ , le degré d'hydratation.

Nous montrerons dans le prochain chapitre que cette alternative est tout-à-fait raisonnable compte tenu des comparaisons que nous avons faites entre ces prédictions numériques et nos mesures expérimentales.

Toutefois, nous voulons attirer l'attention sur le fait que l'expression classique basée sur l'évolution du degré d'hydratation lui-même a été systématiquement validée expérimentalement par des essais effectués sur des éprouvettes protégées de la dessiccation. Or, les déformations de retrait endogène mesurées sur une éprouvette en condition scellée et sur une éprouvette exposée au séchage ne sont pas identiques. En effet, dans le cas de l'éprouvette qui sèche, l'humidité interne relative diminue très rapidement dans la zone de peau. L'avancement de la réaction d'hydratation dépend bien entendu de la température mais également de l'humidité interne relative. Selon [Xi & al., 1994], on estime que l'hydratation ralentit très fortement voire s'arrête pour des valeurs d'humidité relative inférieures à 75% environ. Cependant, on a vu que le retrait endogène se développe très rapidement. Par conséquent, sur cette période, le séchage n'affecte qu'une très fine zone en peau. On peut donc admettre, en première approximation, que cette modélisation reste valide étant donné l'échelle de temps considérée pour ces mécanismes.

Il est évident que tant que le béton est à l'état fluide, les déformations d'origine thermique ou chimique comme le retrait endogène ne vont générer aucune contrainte dans le matériau. Selon [Ulm, 1999a], en l'absence de données expérimentales précises sur le début de prise du béton, il est admis de considérer soit 0,05 pour les bétons ordinaires soit 0,1 pour les bétons hautes performances comme valeur du seuil de percolation du béton, c'est-à-dire, le seuil du degré d'hydratation à partir duquel le matériau peut supporter des contraintes [Acker, 1988]. C'est ce qui a été implémenté dans le programme : en-dessous de cette valeur seuil du degré d'hydratation, les déformations d'origine thermique ou chimique ne génèrent aucune contrainte dans la structure.

#### 4.4. Retrait de dessiccation

Il s'agit du retrait lié à la perte en masse du béton causé par le processus de séchage du matériau du fait du déséquilibre hygrométrique avec le milieu environnant. A l'heure actuelle, les avis sont partagés au sein de la communauté scientifique sur l'origine à l'échelle microstructurale de cette déformation de retrait de dessiccation. Néanmoins, sur base d'observations expérimentales, certains auteurs [Wittmann, 1982 ; Alvaredo & Wittmann, 1993 ; Bažant & Xi, 1994 ; van Zijl, 1999] ont suggéré de relier linéairement la déformation de retrait de dessiccation à la variation d'humidité relative. D'autres auteurs [Thelandersson et al., 1988 ; Granger 1996 ; Benboudjema et al., 2001b] ont exprimé le retrait de dessiccation comme une fonction linéaire de la variation de la teneur en eau dans le béton.

En fait, ces deux approches sont tout-à-fait similaires. En effet, selon [Pihlajavaara 1974 ; Baroughel-Bouny et al., 1999], la courbe de l'isotherme de désorption exprimant la perte de masse de l'éprouvette en fonction de l'humidité relative imposée à l'éprouvette est quasi-linéaire pour des valeurs de l'humidité relative comprises entre 50 et 100%. C'est ce qui est illustré sur la figure C.4.1. Autrement dit, cela revient à supposer que dans la gamme d'humidité relative la plus courante existant dans nos pays, à savoir entre 50 et 100%, on peut admettre que le retrait de dessiccation d'un élément de volume est proportionnel à sa perte en masse.

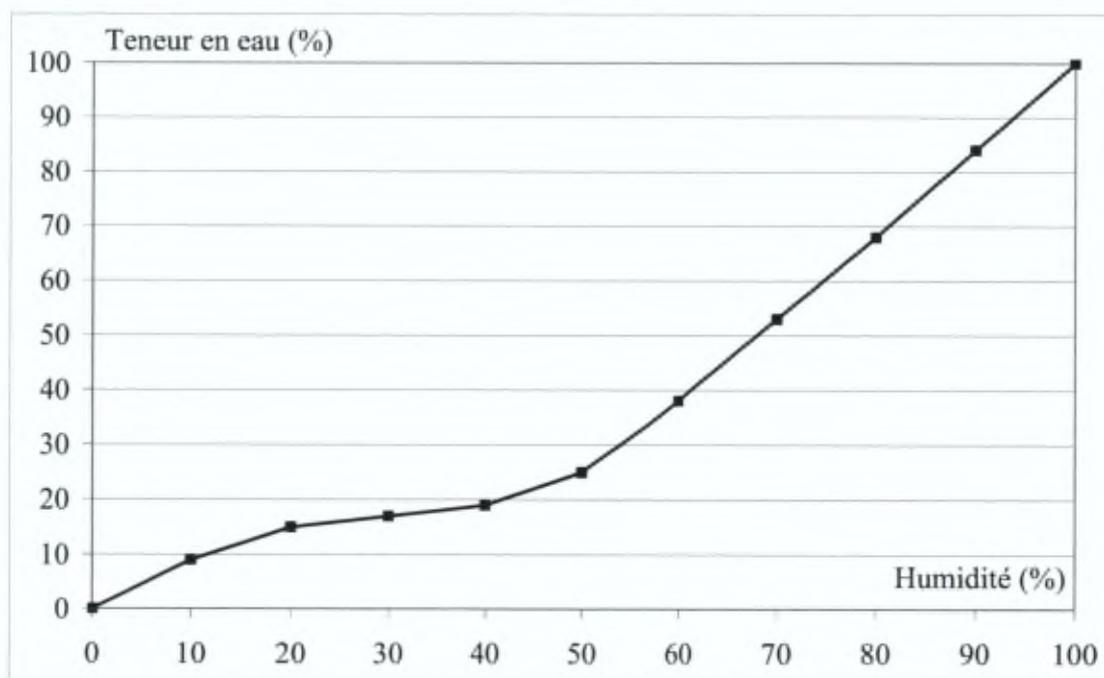


Figure C.4.1 Isotherme de désorption sur un béton ordinaire (Eau/Ciment = 0,5 et Granulat/Ciment = 3) selon [Pihlajavaara S.E. (1974)]

Toutefois, ce type de modélisation a été récemment remis en question par certains auteurs [Obeid et al., 2002 ; Benboudjema et al., 2003 ; Acker, 2003] notamment sur base d'essais sur des éprouvettes de très petites dimensions pour s'affranchir de l'effet dit structural dû à l'apparition d'une fissuration de peau. On reviendra à cet effet un peu plus loin. En effet, l'analyse fine de ces résultats expérimentaux de déformation de retrait montrent que lorsque l'éprouvette est réhumidifiée, le retrait de dessiccation a un caractère partiellement irréversible, ce que ce type de modèle ne permet pas d'expliquer. Par ailleurs, dans le cas où le séchage est rapide, la déformation de retrait ne serait pas rigoureusement proportionnelle à la variation d'humidité relative mais il s'agirait plutôt d'une relation bilinéaire [Day et al., 1984 ; Baroughel-Bouny, 1999 ; Obeid et al., 2002] avec une constante de proportionnalité  $k$  dépendant de la gamme d'humidité relative concernée. La frontière entre ces deux gammes varie d'un auteur à l'autre vu la dispersion des conditions d'essais et des formulations envisagées.

Néanmoins, étant donné que les conditions environnementales moyennes qui ont été considérées dans la modélisation du séchage sont supposées constantes pour toute l'histoire de la structure, c'est cette approche simplifiée que nous avons choisi d'adopter dans le cadre de ce travail. Ainsi, la relation locale entre le retrait de dessiccation et la teneur en eau peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\varepsilon_{srd}(x, y, t) = k.(C_{ini} - C(x, y, t))$$

avec  $C_{ini}$ , la teneur en eau initiale dans le béton juste avant l'exposition au séchage ;  
 $C(x, y, t)$ , la teneur en eau au point de coordonnées  $(x, y)$  et à l'instant  $t$  ;  
 $k$ , le coefficient de proportionnalité nommé coefficient de contraction hydrique.

Si on exprime le retrait global de la section d'une éprouvette, il suffit d'intégrer l'expression précédente sur une section droite dans la zone centrale de l'éprouvette, là où l'hypothèse des sections planes de Navier Bernoulli est vérifiée. Dans [Torrenti, 1996 ; Granger, 1996], on montre qu'étant donné que la distribution de contrainte sur la section est auto équilibrée, on obtient après calculs (en supposant une hauteur unitaire pour l'éprouvette):

$$\varepsilon_{srd}(t) = k \cdot \frac{\Delta P}{S} = k \cdot \rho \cdot \frac{\Delta P}{P} = K \cdot \frac{\Delta P}{P}$$

$$P = S \cdot \rho$$

avec  $S$ , la section de l'éprouvette ;  
 $\rho$ , la masse volumique du béton ;  
 $P$ , la masse totale initiale de l'éprouvette ;  
 $\Delta P$ , la perte en masse de l'éprouvette.

On verra un peu plus loin qu'il est très aisé expérimentalement de déterminer la valeur de  $K$  [Granger, 1996]. Cette constante correspond en effet à la pente dans la zone linéaire de la courbe retrait de dessiccation en fonction de la perte en masse.

---

Le fort gradient de déformation imposé dans l'éprouvette et qui est proportionnel à la variation de teneur en eau entraîne une fissuration de peau très fine par déformation empêchée. C'est ce qui est communément appelé l'effet structural. Il en résulte des contraintes de traction en surface et des contraintes de compression en cœur. En effet, la zone située en peau a tendance à vouloir se contracter plus que le cœur. Ces contraintes sont auto équilibrées mais non uniformes sur une section [Wittmann, 1982 ; Bažant, 1982]. Les contraintes de traction dépassent généralement ce qu'il est convenu d'appeler la résistance en traction du béton. Quelques auteurs ont illustré ce dépassement très courant au moyen d'un calcul élastique [Granger, 1996 ; Meftah et al., 2000]. Quelques décades logarithmiques plus tard dans l'échelle du temps, la peau ne subit plus de variation de teneur en eau puisqu'elle a déjà atteint sa teneur en eau quasi minimale depuis longtemps alors que le cœur subit des variations de teneur en eau qui sont maintenant significatives. A ce stade, le cœur a tendance à vouloir se contracter nettement plus que la peau (voir Figure C.4.2). En terme d'incrément de contrainte, on se situe exactement dans la situation inverse de celle qui existait au début de l'exposition au séchage : des incréments de compression en peau et des incréments de traction en cœur.

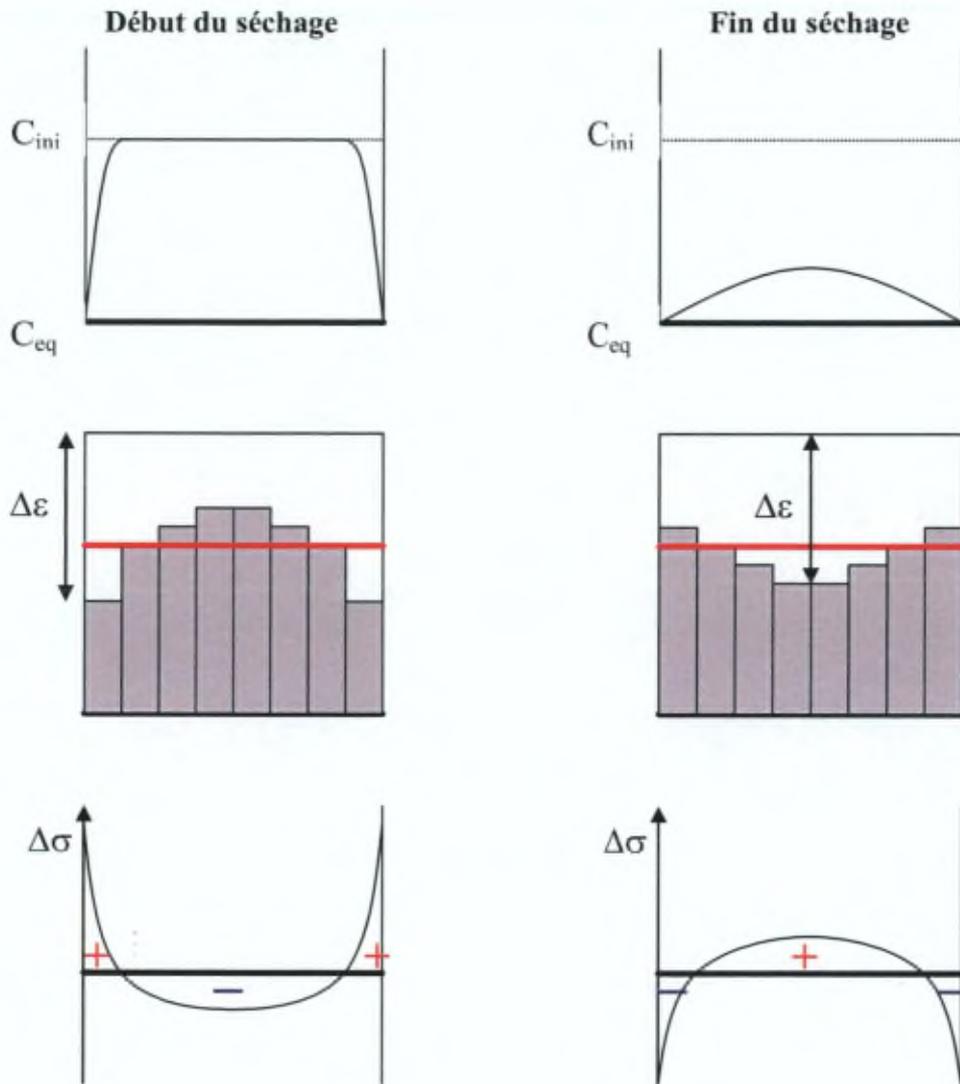


Figure C.4.2 Evolution de la teneur en eau et des incréments de déformation et de contrainte se produisant dans un élément en béton au début et à la fin de l'exposition au séchage (avec traction positive et compression négative)

Quand on examine l'allure des courbes d'évolution de la déformation de retrait en fonction de la perte en masse de l'éprouvette, deux voire trois zones suivant le temps écoulé depuis l'exposition au séchage peuvent être identifiées :

- la zone dormante

Une perte en masse est mesurée alors qu'aucun retrait apparent ne semble mesurable. D'après [Granger, 1996], durant cette période, se produit une fissuration en surface de l'éprouvette qui masquerait le retrait de l'éprouvette.

- la zone linéaire

Le retrait mesuré semble bel et bien proportionnel à la perte en masse dans cette zone, la fissuration n'évoluant plus pendant cette période.

- la zone asymptotique

La perte en masse évolue toujours mais le retrait mesuré tend vers une valeur asymptotique. Cela correspond à la phase où des incréments de contrainte en compression apparaissent en peau, ce qui a pour effet de refermer partiellement les fissures et donc d'atténuer le retrait apparent mesuré.

Ces trois zones sont illustrées sur la Figure C.4.3 qui rapportent des mesures effectuées sur un cylindre (diamètre 15 cm, hauteur 60 cm) en béton exposé au séchage (HR = 53%) à un jour d'âge. Il s'agit d'un BHP industriel classique (produit en usine de préfabrication en Belgique) avec du ciment Portland et une résistance à 28 jours sur cylindre de 54 MPa. Pour plus de détails concernant les caractéristiques de ce béton, voir [Staquet & Espion, 2002].

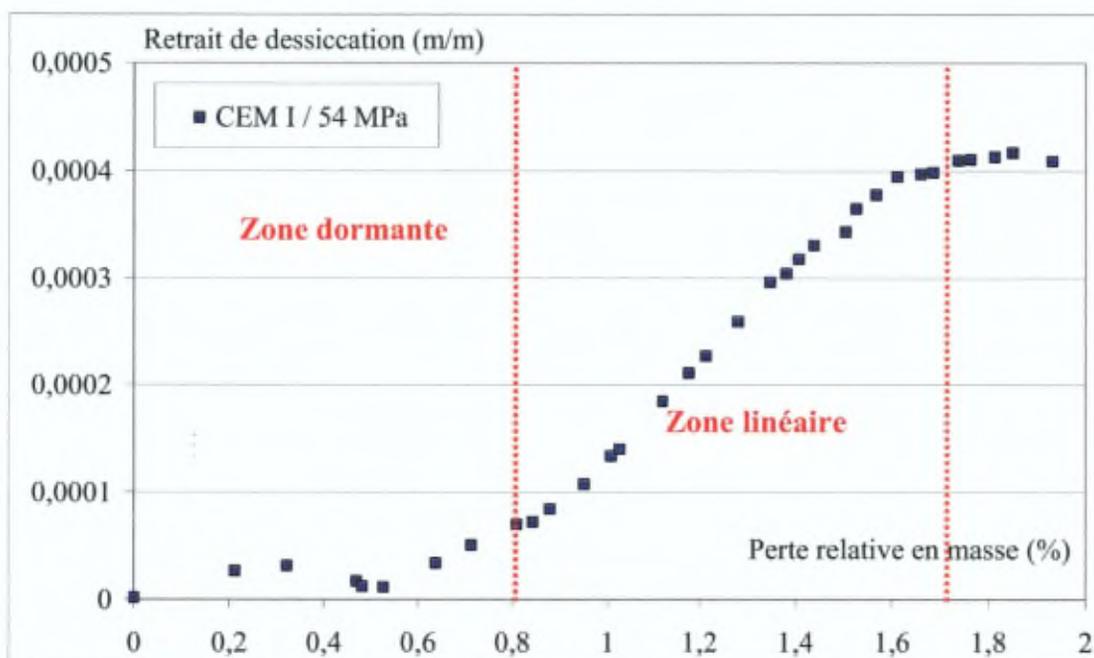


Figure C.4.3 Evolution du retrait de dessiccation en fonction de la perte en masse d'une éprouvette en BHP exposée au séchage à un jour

Durant la zone dormante, il se produit une fissuration de surface due au fait que la peau du béton est en traction. Si toute la section de l'éprouvette ne participe pas pour former la déformation de retrait de dessiccation, la déformation mesurée ne fournit pas toute la déformation à laquelle on pourrait s'attendre. Si la structure est précontrainte, on va mobiliser plus de retrait de dessiccation puisqu'une partie de la fissuration de peau sera empêchée. D'après [Granger, 1996], la différence entre la déformation de retrait de dessiccation d'une structure chargée et celle d'une structure non chargée est le fluage de dessiccation dit « structural ».

La modélisation que nous avons adoptée correspond partiellement à l'idéalisation de la courbe de retrait de dessiccation en fonction de la perte en masse telle que suggérée par [Granger, 1996] et qui est représentée sur la figure C.4.5.

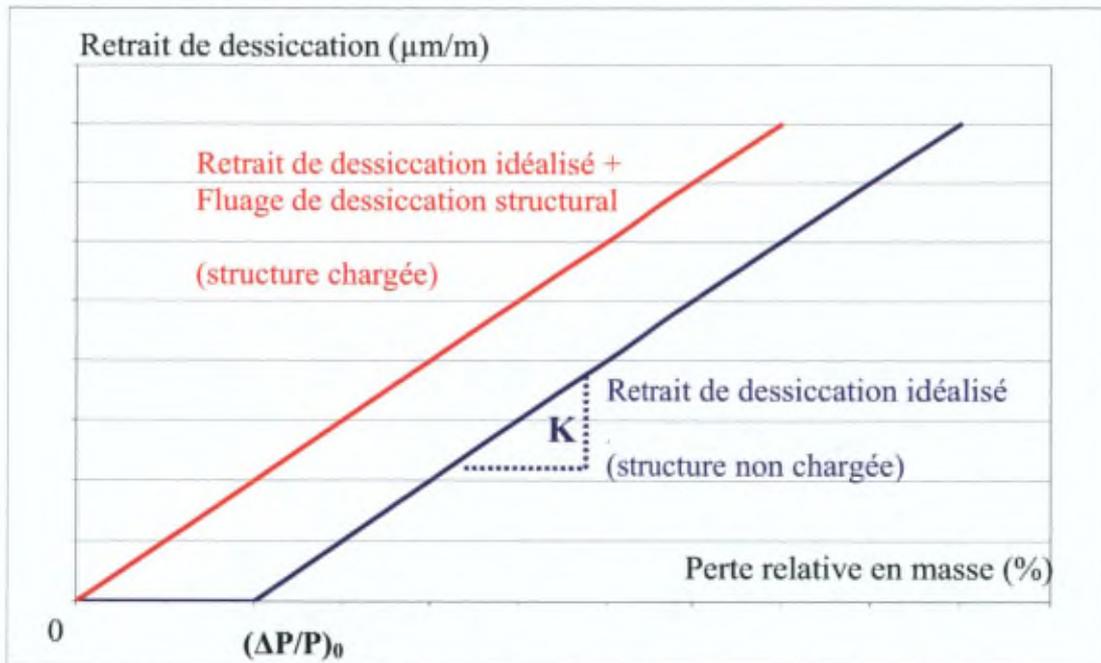


Figure C.4.5 Courbe idéalisée de retrait de dessiccation en fonction de la perte en masse

Dans cette modélisation, il n'y a qu'une constante  $K$  à déterminer sur base de données expérimentales et une valeur seuil  $(\Delta P/P)_0$  de la perte en masse. Selon [Granger, 1996], on considère que la déformation réelle correspond à la courbe de retrait de dessiccation idéalisée quand la structure n'est pas chargée et qu'elle correspond à la somme de la courbe du retrait de dessiccation idéalisée  $\varepsilon_{srd}$  et de celle du fluage de dessiccation structural  $\varepsilon_{sfdS}$  quand la structure est chargée. Si on exprime ces concepts sous forme d'équations en supposant que le béton est précontraint en  $t = 0$  pour se mettre dans le cas d'une structure chargée, on obtient :

- pour  $(\Delta P/P) < (\Delta P/P)_0$ ,

le retrait de dessiccation  $\varepsilon_{srd}(x, y, t) = 0$

le fluage de dessiccation structural  $\varepsilon_{sfdS}(x, y, t) = K \cdot \frac{\Delta P}{P}(t) \cdot \text{Min}\left(1, \frac{\sigma(x, y, t)}{15}\right)$

avec  $\sigma(x, y, t)$  en MPa

- pour  $(\Delta P/P) > (\Delta P/P)_0$ ,

le retrait de dessiccation  $\varepsilon_{srd}(x, y, t) = k \cdot (C_0(x, y, t_0) - C(x, y, t))$

avec  $C_0$ , la teneur en eau correspondant au temps  $t_0$  pour lequel  $(\Delta P/P) = (\Delta P/P)_0$

le fluage de dessiccation structural  $\varepsilon_{sfdS}(x, y, t) = K \cdot \left(\frac{\Delta P}{P}\right)_0 \cdot \text{Min}\left(1, \frac{\sigma(x, y, t_0)}{15}\right)$

avec  $\sigma(x, y, t)$  en MPa

D'après [Sicard, 1992], une contrainte de 15 MPa permet de refermer toutes les fissures se produisant pour  $(\Delta P/P) < (\Delta P/P)_0$ . Par conséquent, le fluage de dessiccation structural mobilisé serait proportionnel à la contrainte réellement appliquée à concurrence de 15 MPa. Dans le cas du béton précontraint, c'est la modélisation que nous avons adoptée de manière à ne pas devoir modéliser explicitement la fissuration du béton dans cette première approche.

Dans le cas d'une structure non chargée ( $\sigma = 0$ ), le fluage de dessiccation structural est nul et Granger suggère alors de modéliser le retrait de dessiccation par la courbe idéalisée présentée ci-avant. Cela nous semble être une hypothèse trop sévère pour notre étude qui s'intéresse aux déformations du béton dès le plus jeune âge de celui-ci. Pour les structures courantes relativement massives, cela impliquerait que le retrait de dessiccation serait considéré comme nul sur une partie significative de l'histoire de l'ouvrage. En effet, pour des épaisseurs de béton de l'ordre de 50 cm, la valeur seuil de  $(\Delta P/P)_0$  correspond couramment à un âge de la structure de 1000 jours. Par cette approche, on sous-estimerait la part liée à la dessiccation dans l'estimation du retrait global de la structure au jeune âge. Pour notre application, nous avons préféré évaluer le retrait de dessiccation dès l'instant de l'exposition au séchage et pour toute l'histoire de la structure par l'expression suivante qui a déjà été présentée auparavant :

$$\varepsilon_{srd}(x, y, t) = k.(C_{ini} - C(x, y, t))$$

avec  $C_{ini}$ , la teneur en eau initiale dans le béton juste avant l'exposition au séchage ;  
 $C(x, y, t)$ , la teneur en eau au point de coordonnées  $(x, y)$  et à l'instant  $t$  ;  
 $k$ , le coefficient de proportionnalité nommé coefficient de contraction hydrique.

Cependant, la modélisation telle que nous l'avons adaptée dans CESAR-LCPC prend en compte non seulement la perte en eau par séchage mais aussi la consommation d'eau par la réaction d'hydratation. On ne peut donc pas utiliser tels quels les résultats de teneur en eau en sortie du calcul pour évaluer le retrait de dessiccation  $\varepsilon_{srd}$ . Nous avons donc procédé par un premier calcul avec les conditions aux limites réelles en terme de séchage, ce qui nous fournit une teneur que l'on appellera par la suite  $C_1$  qui contient la part liée au séchage et celle liée à l'hydratation. Un second calcul est effectué en condition scellée sur toutes les faces de la structure, ce qui nous fournit une teneur dite  $C_2$  qui ne contient que la part liée à l'hydratation. Le retrait strictement dû au séchage est alors évalué par :

$$\varepsilon_{srd}(x, y, t) = k.(C_2(x, y, t) - C_1(x, y, t))$$

avec

$C_1(x, y, t)$ , la teneur en eau en  $(x, y)$  et à l'instant  $t$  due au séchage et à l'hydratation ;  
 $C_2(x, y, t)$ , la teneur en eau en  $(x, y)$  et à l'instant  $t$  due uniquement à l'hydratation ;  
 $k$ , le coefficient de contraction hydrique.

Ce raisonnement a été appliqué pour chaque composante des déformations différées faisant intervenir la teneur en eau ou la perte en masse et qui est supposée liée uniquement à la dessiccation.

Le graphique C.4.6 illustre l'évolution du retrait de dessiccation d'une éprouvette de béton du pont-bac exposée au séchage à deux jours en comparaison de la courbe obtenue en utilisant l'équation précédente pour le calcul de  $\varepsilon_{\text{std}}$  basé sur un calcul de l'évolution des teneurs  $C_1$  et  $C_2$  fournies par CESAR-LCPC. Pour des teneurs en eau exprimée en litre, la constante  $k$  a été fixée à 0,00002. La correspondance entre les évolutions est tout-à-fait satisfaisante. Le détail des calculs est explicité au chapitre suivant dans lequel la calibration des différentes constantes du modèle est présentée.

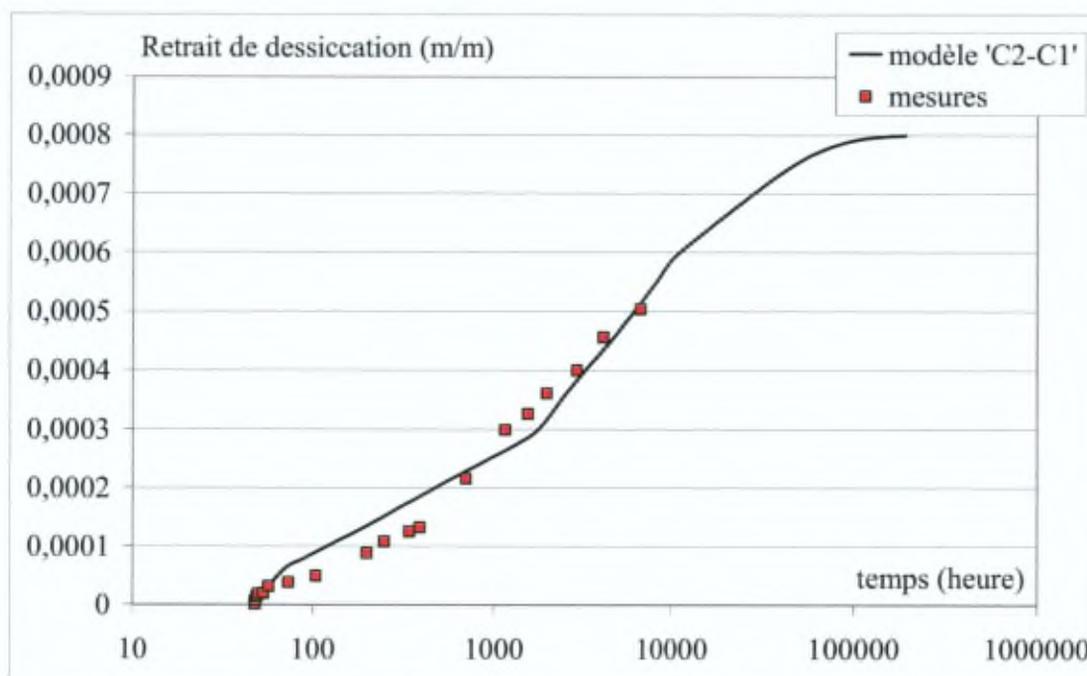


Figure C.4.6 Evolution du retrait de dessiccation d'une éprouvette en béton du pont-bac exposée au séchage (HR 53%) à 48 heures

Suivant le type de liant utilisé (fumée de silice, ciment au laitier de haut fourneau,...) ainsi que l'âge du béton au moment de l'exposition au séchage, la déformation de retrait mesurée peut varier significativement. Toutefois, dans une série d'essais qui a été menée au laboratoire [Staquet & Espion, 2002], on a pu observer que pour des éprouvettes exposées au séchage à un jour, le retrait de dessiccation de deux formulations de béton apparemment très différentes (l'un contenant du ciment au laitier de haut fourneau CEMIII (B1) et l'autre du ciment Portland CEMI (B2)) peut en fait être très similaire. La résistance à la compression sur cylindre de ces bétons est du même ordre de grandeur, 60 MPa pour B1 et 54 MPa pour B2. Une fois la déformation de retrait endogène éliminée des mesures de retrait total, le graphique C.4.7 montre que les évolutions du retrait de dessiccation sont très proches.

Une étude statistique serait certainement très utile pour évaluer la variabilité de l'évolution du retrait de dessiccation en fonction du type de ciment, de l'âge d'exposition au séchage, du type d'ajout cimentaire,... En effet, il existe beaucoup de données comparatives de résultats de mesure du retrait total mais peu d'entre elles séparent correctement la partie endogène de la partie strictement due à la dessiccation. Cela permettrait d'évaluer la robustesse du modèle pour une certaine gamme de bétons, à savoir les bétons industriels actuels issus de l'industrie de la préfabrication.

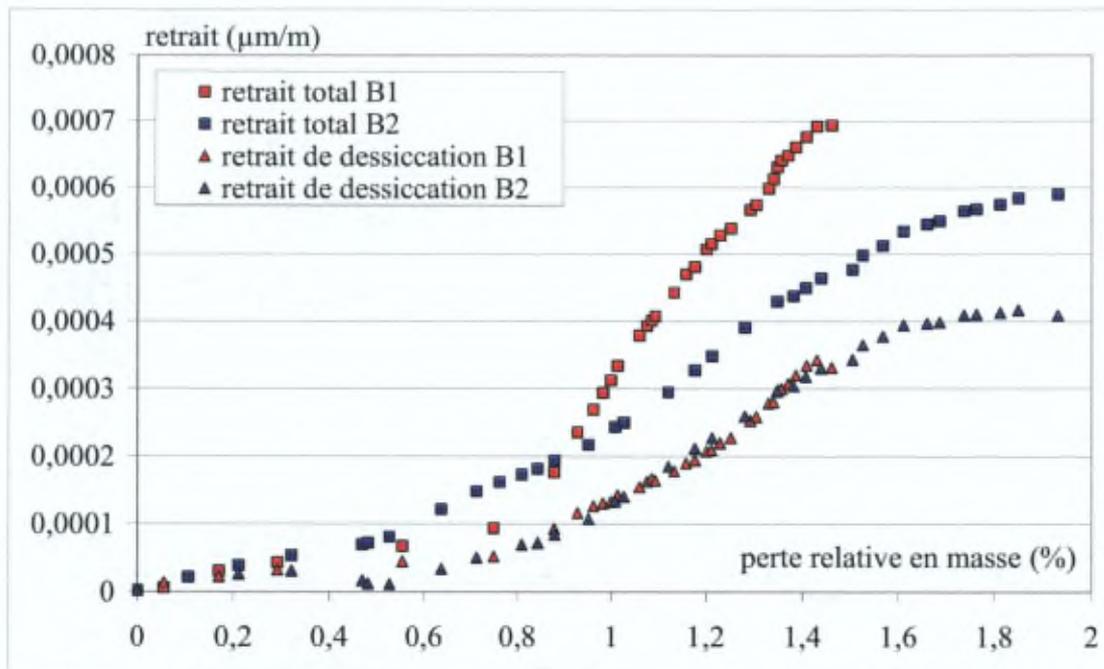


Figure C.4.7 Evolution du retrait en fonction de la perte en masse pour un BHP (B1) avec du ciment au laitier de haut fourneau et un BHP (B2) avec du ciment Portland exposés au séchage (HR 53%) à un jour

A l'échelle de la structure, on a vu que le séchage du béton est un phénomène extrêmement lent. La constante de temps des phénomènes de diffusion étant  $t/R^2$  avec  $R$ , le rayon moyen de la pièce, le retrait de dessiccation présente un effet d'échelle très accentué qui découle directement de l'effet d'échelle sur le séchage du béton. Plus la taille de l'éprouvette est importante, plus la valeur asymptotique de la déformation de retrait de dessiccation mesurée est faible. D'après [Benboudjema, 2003], la fissuration de surface étant d'autant plus importante que l'éprouvette est de grande taille, la déformation mesurée de retrait apparent d'une grande éprouvette sera moindre.

En fait, on peut le comprendre par le raisonnement simple suivant. Considérons deux éprouvettes homothétiques de volumes respectifs  $V_1$  et  $V_2 = r^3 V_1$  et de section  $S_1$  et  $S_2 = r^2 S_1$ . Compte tenu de l'effet d'échelle, on peut écrire les expressions suivantes pour la teneur en eau  $C$  et par conséquent aussi pour la déformation de retrait  $\varepsilon_{rd}$ :

$$C_{V_2}(x, t) = C_{V_1}\left(\frac{x}{r}, \frac{t}{r^2}\right)$$

$$\varepsilon_{rd V_2}(x, t) = \varepsilon_{rd V_1}\left(\frac{x}{r}, \frac{t}{r^2}\right)$$

Ainsi, le retrait mais aussi l'apparition des contraintes sont différés suivant un rapport de  $r^2$ . Par contre, par ce raisonnement, la valeur seuil de  $(\Delta P/P)_0$  pour la perte en masse est indépendante de la taille de l'éprouvette. Dans l'éprouvette de volume  $r^3 V_1$ , la fissuration apparaîtra à un âge  $r^2$  fois plus grand mais elle sera  $r$  fois plus profonde.

---

## 4.5. Fluage fondamental

Conventionnellement, la déformation de fluage fondamental est la déformation mesurée sur une éprouvette chargée et en condition scellée à laquelle on soustrait la déformation de retrait endogène et la déformation élastique instantanée. Dans ces conditions typiques de laboratoire, la température est supposée constante et l'état d'humidité uniforme à l'intérieur de l'éprouvette. Avant d'aller plus loin dans la description de la modélisation, soulignons d'emblée que bien que des progrès certains aient été réalisés pour tenter de comprendre les mécanismes du fluage du béton, c'est encore un sujet à controverse [Tamtsia & Beaudoin, 2000]. Il est vrai que les mécanismes de fluage se produisant à différentes échelles dans la pâte cimentaire sont loin d'être facilement accessibles par les moyens traditionnels d'investigation des laboratoires. De plus, le développement de la déformation différée est très lent, s'échelonnant sur plusieurs années voire dizaines d'années et vu l'importance du matériel immobilisé dans un essai de fluage, il n'est pas du tout aisé d'effectuer un grand nombre d'essais permettant une analyse statistique de la variabilité des résultats expérimentaux obtenus. Aussi, il est certain que de la recherche fondamentale reste encore à faire dont une bonne part relève du domaine des physico chimistes.

Néanmoins, il semble que l'on puisse dégager quelques caractéristiques essentielles de la déformation de fluage qui ont été vérifiées expérimentalement par bon nombre de chercheurs. Ainsi, beaucoup d'auteurs dont notamment [Bažant 1982, Guénot-Delahaie 1997, De Schutter & Taerwe 2000], ont mis en évidence la très forte dépendance du fluage fondamental à l'âge du béton au moment du chargement. Cette très forte dépendance a conduit certains chercheurs [Guénot-Delahaie 1997, De Schutter & Taerwe 2000] à proposer une modélisation du fluage fondamental basée sur l'évolution du degré d'hydratation du béton pour expliquer le comportement différé du béton chargé au jeune âge. Cette dépendance se poursuit d'ailleurs bien après le ralentissement significatif de la réaction d'hydratation qui se produit, classiquement pour des bétons avec ciment Portland, à partir de 28 jours. Pour des âges au chargement tardifs, un deuxième phénomène s'avère nécessaire pour expliquer le vieillissement de la déformation de fluage. En fait, non seulement le degré d'hydratation mais également la teneur en eau du béton semble jouer un rôle fondamental dans le mécanisme du fluage fondamental du béton. Ainsi, dans [Acker, 1988], l'auteur montre que le fluage fondamental d'un béton séché à 105°C est quasiment nul (voir figure C.4.8). Dans la gamme des bétons à ultra hautes performances, ceux-ci ne développent pratiquement plus de fluage (voir figure C.4.9) une fois qu'ils sont traités thermiquement du fait de la quasi non-existence d'eau libre dans le matériau à ce stade-là [Cheyrezy & Behloul, 2001]. Par ailleurs, le fluage d'une éprouvette préalablement séchée à une hygrométrie  $h$  constante dans le volume de celle-ci est quasiment proportionnel à  $h$  [Bažant 1973, Bažant 1976]. Le fluage fondamental est compris entre une valeur nulle dans le cas d'un béton sec et une valeur maximale dans le cas d'un béton saturé en eau quand  $h = 1$  (voir figure C.4.8).

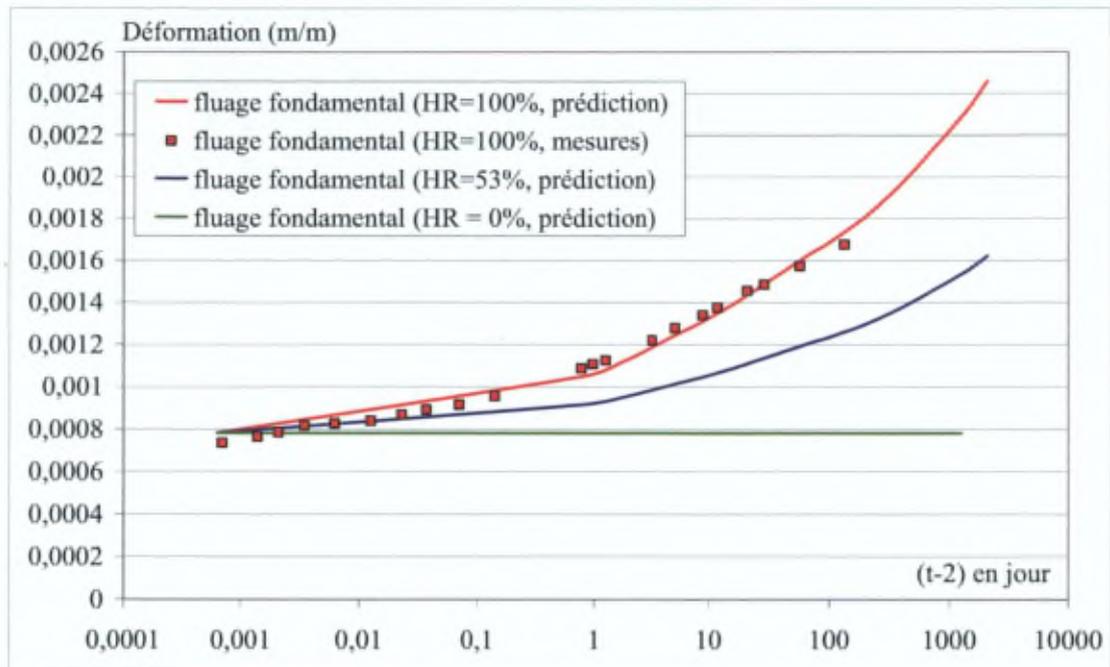


Figure C.4.8 Illustration de la dépendance du fluage fondamental avec le taux d'humidité relative initial de l'éprouvette dans le cas d'une petite éprouvette chargée à 2 jours avec à  $\sigma = 0,5 f_{c,2}$

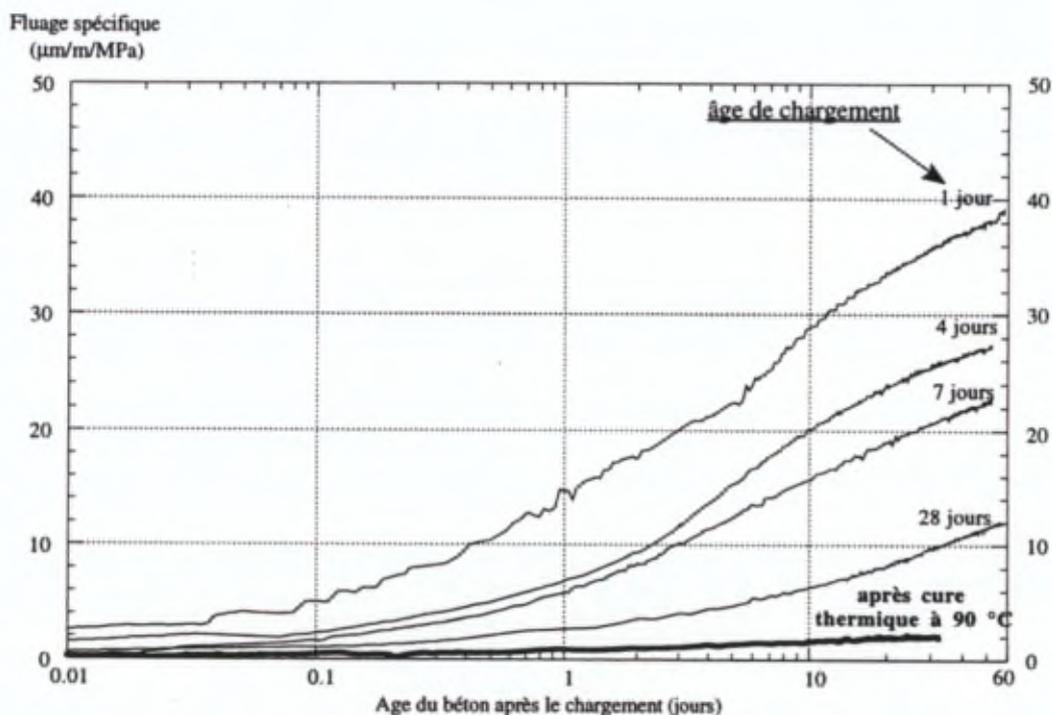


Figure C.4.9 Influence de la cure sur le fluage fondamental des BPR200 avec  $E/C=0,23$  d'après [Loukili, 1996]

Par conséquent, toutes ces observations vont nous amener à considérer que le fluage fondamental d'une structure qui sèche va dépendre de la valeur locale de teneur en eau dans le béton et ne peut se définir que par le biais d'une loi de comportement permettant de prendre en compte simultanément des historiques variables de contraintes et d'humidités relatives.

Pour des historiques de contraintes variables, on a vu dans la première partie que le principe de superposition de Boltzmann est utilisé. Pour une sollicitation  $\sigma = \sigma_0 + \Delta\sigma$  où  $\Delta\sigma$  varie graduellement, la réponse  $\varepsilon$  peut s'écrire sous la forme suivante:

$$\varepsilon(t, t_i) = \varepsilon_i + \Delta\varepsilon = \sigma_i J(t, t_i) + \int_{t_i}^t J(t, \tau) \cdot \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} d\tau$$

La résolution de cette équation n'est pas du tout aisée car il s'agit d'une équation intégrale qui fait intervenir toute l'histoire antérieure d'application des contraintes. D'après [Bažant 1982 ; Espion, 1986], pour transformer une équation intégrale héréditaire en une équation différentielle, il est nécessaire d'utiliser des fonctions particulières de fluage dites dégénérées par rapport à celles qui décriraient réellement le comportement du matériau. L'avantage important de cette approche pour la fonction de fluage  $J$  est qu'il n'est pas nécessaire de stocker en mémoire toute l'histoire de contrainte puisque le problème se résout alors de façon incrémentale sur base de l'information connue au pas précédent.

Dans le domaine linéaire, le comportement de tout béton peut être modélisé soit par une chaîne d'éléments Kelvin (figure C.4.11) mis en série dont les propriétés rhéologiques varient dans le temps, soit par une chaîne d'éléments Maxwell (figure C.4.10) dont les propriétés rhéologiques varient aussi dans le temps [Bažant 1982 ; Espion, 1986].

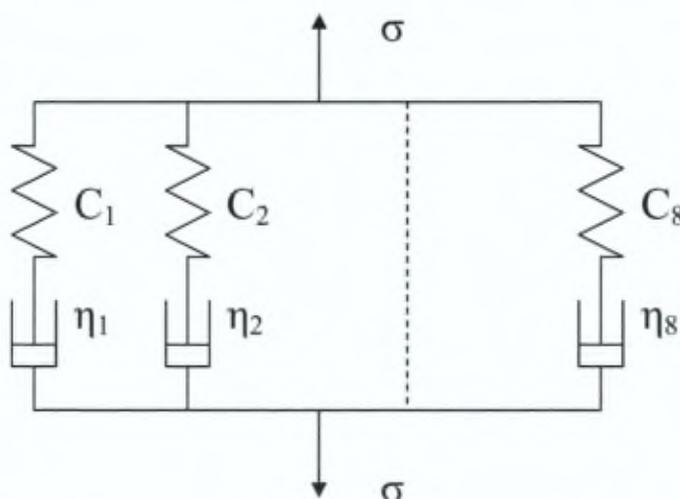


Figure C.4.10 Représentation d'une chaîne d'éléments Maxwell

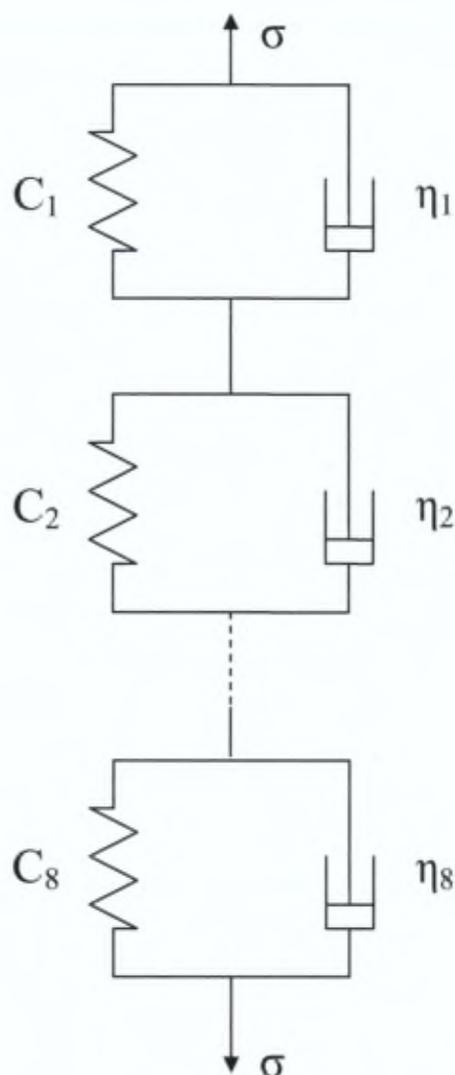


Figure C.4.11 Représentation d'une chaîne d'éléments Kelvin

D'après Bažant [Bažant, 1974], dans le cas de l'utilisation de chaînes d'éléments Kelvin, on peut développer en série de Dirichlet toute fonction de fluage sous la forme :

$$J(t, t_i) = \sum_{\mu=1}^N \frac{1}{C_{\mu}(t_i)} \cdot (1 - e^{-(t-t_i)/\tau_{\mu}})$$

avec N, le nombre d'éléments de la chaîne ;

$t_i$  [d], l'âge du béton au moment du chargement ;

$C_{\mu}$  [MPa], la rigidité élémentaire du  $\mu^{\text{ème}}$  élément Kelvin ;

$\tau_{\mu}$  [d], le temps de retard qui équivaut à  $C_{\mu}/\eta_{\mu}$   
avec  $\eta_{\mu}$ , la viscosité élémentaire du  $\mu^{\text{ème}}$  élément Kelvin.

La substitution de cette fonction de fluage dégénérée dans l'équation intégrale conduit à une formulation différentielle équivalente au principe de superposition pour laquelle Bažant a proposé un algorithme numérique de résolution stable et convergent dit récursif (il est explicite) et exponentiel (augmentation du pas de temps de telle façon que celui-ci apparaisse constant dans une échelle logarithmique). La dernière difficulté réside en fait en la détermination des  $C_\mu$  et des  $\tau_\mu$  de la fonction de fluage dégénérée par identification selon la méthode des moindres carrés avec des données expérimentales. D'après Bažant, l'identification des temps de retard sur base de données expérimentales conduit à un problème instable et à une solution non unique. Il est nécessaire de se donner à priori les temps de retard. Le choix de la valeur minimale  $\tau_1$  et de la valeur maximale  $\tau_N$  dépend essentiellement des données expérimentales dont on dispose pour les durées de chargement. En effet, pour des temps situés en dehors de la gamme expérimentale connue, les valeurs de la fonction de fluage fournies par la chaîne d'éléments Kelvin n'auront plus aucune signification physique. Dans le cas où on déciderait d'effectuer l'identification sur base d'un modèle codifié et non sur des données expérimentales, on pourrait balayer toute la gamme des temps sans restriction particulière. Etant donné que la plupart des essais couvrent une durée de chargement de tout au plus trois ans, il subsiste toujours aujourd'hui un débat au sein de la communauté scientifique sur le comportement à l'infini du fluage fondamental. Certains considèrent que la déformation est bornée, d'autres pas. Dans la modélisation qui est envisagée ici, nous avons pris l'option de restreindre la fonction de fluage à la dernière valeur expérimentale mesurée au laboratoire soit 1000 jours. Selon Bažant, un choix satisfaisant procurant un temps de retard par décade logarithmique est :

$$\tau_\mu = 10^{\mu-1} \cdot \tau_1$$

avec  $\mu = (1, \dots, N-1)$

$$\tau_1 = 0,0002 \text{ jour (par exemple).}$$

Ensuite, la détermination des  $C_\mu$  correspondant à un âge au chargement  $t_i$  donné s'effectue par une procédure d'identification par les moindres carrés avec une condition de non négativité imposée aux inconnues ('non negative least square' dans [Lawson, 1974] ; nls dans [MATLAB]) afin de garantir le caractère strictement monotone de la fonction de fluage.

Pour tenir compte du vieillissement du béton, les propriétés rhéologiques de la chaîne doivent varier en fonction de l'âge du béton. Par exemple, dans le cas de chargement au jeune âge, De Schutter et Taerwe (1999) ont montré que cette variation peut s'effectuer sur base de l'évolution du degré d'hydratation du béton. Sinon, la totalité du spectre de retard peut s'obtenir en procédant à une identification par la même procédure que celle explicitée précédemment pour un certain nombre d'âges de chargement relativement bien répartis sur une échelle logarithmique. A défaut de disposer d'un nombre d'essais expérimentaux suffisants à des âges différents, on peut utiliser la loi de vieillissement proposée dans le code modèle CEB que l'on applique à chacun des termes de la série obtenus sur base de la fonction de fluage du béton chargé à l'âge de 28 jours.

Pour  $\mu = 1$ ,

$$\frac{1}{C_1(t_i)} = \frac{1}{C_1(t_{28})} \cdot \left[ \exp \left[ 0,2 \left[ 1 - \left( \frac{28}{t_i} \right)^{0,5} \right] \right] \right]^{-0,5}$$

Pour  $\mu = 2, \dots, N$

$$\frac{1}{C_\mu(t_i)} = \frac{1}{C_\mu(t_{28})} \cdot \frac{0,1 + 28^{0,2}}{0,1 + (t_i)^{0,2}}$$

avec  $t_i$ , l'âge du béton au moment du chargement.

Tout ceci nous permet de modéliser des historiques de contraintes variables. Pour tenir compte d'historiques d'hygrométries variables dans la modélisation du fluage fondamental, deux types d'approche sont évoqués dans la littérature [Granger, 1996]. Dans les équations constitutives du modèle, le temps réel  $t$  est remplacé par un temps équivalent  $t_{eq}$  qui est défini par une fonction  $f$  qui dépend de  $t$  et de l'humidité interne relative  $h$  de la manière suivante :

$$dt_{eq} = f(h(t)).dt$$

Une seconde approche consiste à multiplier la fonction de fluage fondamental  $J$  par une fonction isotrope  $g$  qui dépend de l'humidité interne relative  $h$  de la manière suivante :

$$J(t, h) = g(h) \cdot J(t)$$

Cette dernière approche implique que l'amplitude de la fonction de fluage est proportionnelle à la fonction  $g(h)$  choisie, ce qui semble être confirmé par les essais expérimentaux publiés dans la littérature [Acker 1988, Bažant 1973, Bažant 1976]. Par conséquent, nous avons opté pour cette approche avec une fonction  $g$  définie comme suit étant donné la proportionnalité entre la déformation de fluage fondamental et l'humidité interne relative qui a été constatée expérimentalement :

$$g(h) = h \quad \text{avec} \quad 0 \leq h \leq 1$$

Nous verrons plus en détail au chapitre suivant comment à partir des données de perte en masse d'éprouvettes exposées au séchage, il est possible de déterminer le paramètre  $\theta$  pour calculer l'humidité interne relative  $h$  au temps  $t_i$ :

$$h(x, y, t_i) = \left[ 1 + \frac{0,01}{\theta} \cdot (C_1(x, y, t_i) - C_2(x, y, t_i)) \right]$$

avec  $\theta$ , la pente de l'isotherme sorption désorption ;

---

$C_1$ , la teneur en eau avec prise en compte de l'hydratation et du séchage ;  
 $C_2$ , la teneur en eau avec prise en compte uniquement de l'hydratation.

En définitive, les termes  $C_\mu$  de la chaîne sont déterminés de la manière suivante :

pour  $\mu = 1$ ,

$$\frac{1}{C_1(t_i)} = \frac{1}{C_1(t_{28})} \cdot \left[ \exp \left[ 0,2 \left[ 1 - \left( \frac{28}{t_i} \right)^{0,5} \right] \right] \right]^{-0,5}$$

pour  $\mu = 2, \dots, N$

$$\frac{1}{C_\mu(t_i)} = \frac{1}{C_\mu(t_{28})} \cdot \frac{0,1 + 28^{0,2}}{0,1 + (t_i)^{0,2}} \cdot h(x, y, t_i)$$

avec  $t_i$ , l'âge du béton au moment du chargement.

#### 4.6. Fluage de dessiccation

Quant on parle de fluage de dessiccation, on pense instantanément au paradoxe de l'effet Pickett, du nom du scientifique qui a mis en évidence expérimentalement ce comportement en 1942. Ce paradoxe provient en fait de la constatation expérimentale que nous avons soulignée au paragraphe précédent à savoir que la déformation de fluage fondamental est proportionnelle à l'humidité interne relative du béton. En conséquence, on serait tenté de dire que la déformation de fluage d'une éprouvette exposée au séchage à 50% (et qui voit donc son humidité interne relative passer progressivement de 100% à 50%) est encadrée par la déformation de fluage fondamental d'une éprouvette en condition scellée (soit à 100%) et par la déformation de fluage fondamental d'une éprouvette préséchée à 50%. En réalité, la déformation de fluage de l'éprouvette en train de sécher est bien supérieure à la déformation de fluage fondamental. C'est ce que la figure C.4.12 illustre. Dans une éprouvette qui sèche, ce surplus de déformation de fluage par rapport à la déformation de fluage fondamental représente la déformation de fluage dit de dessiccation et est donc clairement lié au séchage sous contrainte.

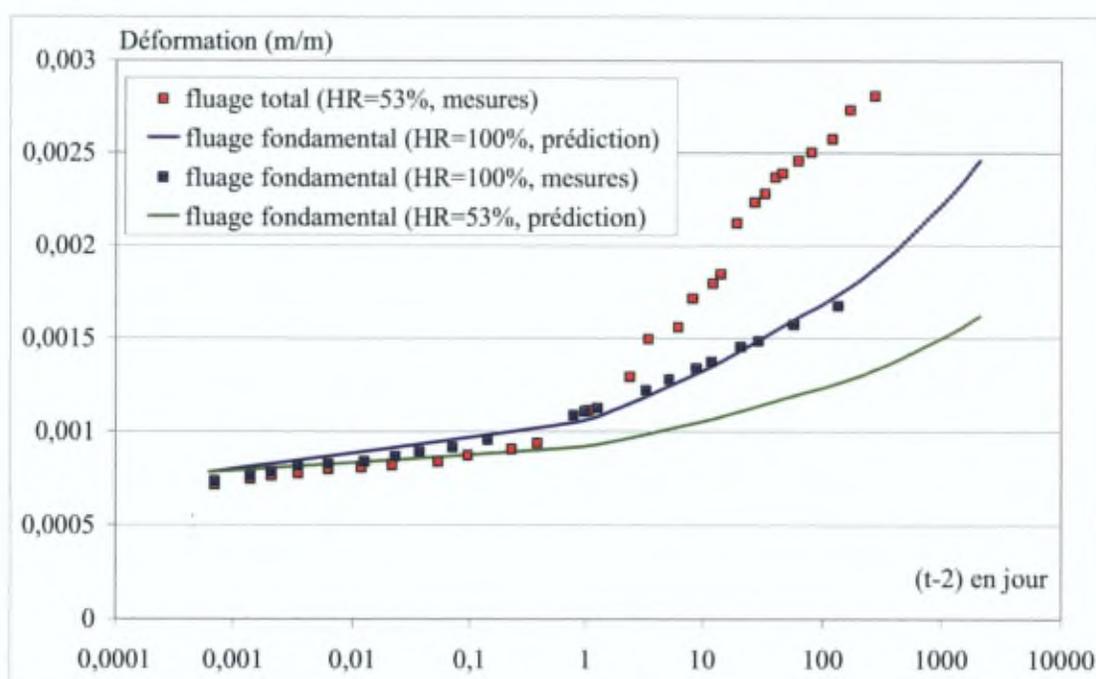


Figure C.4.12 Illustration de l'effet Pickett pour des petites éprouvettes chargées à 2 jours à  $\sigma = 0,5 f_{c,2}$

Deux grandes familles de causes sont proposées dans la littérature pour expliquer le fluage de dessiccation :

- la part structurale du fluage de dessiccation liée à la fissuration induite par le retrait de dessiccation ;
- la part intrinsèque du fluage de dessiccation lié au couplage entre la contrainte, le fluage fondamental et la dessiccation.

---

#### 4.6.1. Fluage de dessiccation structural

Nous avons déjà exposé la modélisation que nous avons choisie pour cette composante de fluage lors de la description du retrait de dessiccation. Le fluage de dessiccation structural est lié au fait que le retrait mesuré sur une éprouvette de béton en train de sécher est inférieur au retrait potentiel du matériau étant donné l'apparition très rapide d'une fissuration en peau. Quand l'éprouvette est chargée, le seuil de fissuration est dépassé et une partie supplémentaire de retrait peut alors être mobilisée, ce qui constitue précisément la composante de fluage de dessiccation structural. Cette approche nous a permis de ne pas modéliser explicitement la fissuration du béton au moyen par exemple d'un paramètre d'endommagement (qui réduirait le module du béton) ou d'un comportement adoucissant pour le béton. Si nous avons opté pour un comportement viscoélastique couplé avec la fissuration, la part structurale du fluage aurait été directement reproduite dès lors qu'un modèle de fissuration est intégré dans la modélisation.

Nous verrons au chapitre suivant que la déformation de fluage de dessiccation structural ne représente qu'une faible part de la déformation de fluage total. Dans cette première approche, il ne nous a pas semblé souhaitable de nous orienter vers un modèle très sophistiqué à partir du moment où cet aspect ne constitue pas le problème majeur de la modélisation du comportement à long terme de structures précontraintes.

#### 4.6.2. Fluage de dessiccation intrinsèque

Comme son nom l'indique, ce fluage est lié au comportement intrinsèque du béton. Des essais sont rapportés dans la littérature [Day R.L., Cuffaro P., Illston J.M., 1984] sur des éprouvettes de très petites dimensions en pâte de ciment (de l'ordre du mm d'épaisseur pour s'affranchir de la fissuration) qui montrent que celles-ci sont sujettes à un fluage de dessiccation important. Ainsi, dans le cas d'une éprouvette qui sèche, le fluage de dessiccation structural ne permet pas à lui seul d'expliquer le surplus de la déformation de fluage qui existe par rapport à la déformation de fluage fondamental. Quelques tentatives d'explication de ce mécanisme de fluage ont été suggérées dans la littérature. Nous ne prétendons pas les rapporter toutes ci-après mais seulement les plus connues et/ou les plus récentes :

- le modèle de Bažant « stress-induced shrinkage », le retrait induit par les contraintes [Bažant & Chern, 1985].

Dans le béton, Bažant distingue deux processus de diffusion de l'humidité. Tout d'abord, les macropores sont le siège d'une diffusion macroscopique (proportionnelle au cube du diamètre du pore selon la loi de Poiseuille) qui traduit le séchage. Un second processus de diffusion a lieu dans les micropores et serait la cause du fluage de dessiccation intrinsèque par un mécanisme d'arrachement de particules de matière solide du gel des C-S-H qui se recristalliseraient dans des micropores voisins (principe de la « solidification theory »), [Bažant Z.P. & Prasanna S., 1989]. Sous l'effet d'une charge, le gel des C-S-H serait fragilisé et se viderait de son eau interstitielle.

- 
- le modèle de Brooks , le fluage induit par la concentration des contraintes sur le gel des C-S-H [Brooks J.J., 2001].

Quand le béton est chargé, Brooks considère que les contraintes macroscopiques sont redistribuées entre le squelette solide et l'eau des pores. La perte en eau se produisant lors du séchage provoque une augmentation de l'amplitude des contraintes reprises par le squelette solide, ce qui induirait un surplus de déformation de fluage correspondant à la déformation de fluage de dessiccation intrinsèque.

- le modèle de Kovler , le fluage induit par la variation du rayon de courbure des ménisques [Kovler K., 2001].

Sous chargement en compression, le béton subit une diminution de volume. D'après Kovler, cela induirait une diminution du rayon de courbure des ménisques dans les pores capillaires et par conséquent, une augmentation de la pression capillaire se traduisant par l'apparition de la déformation de fluage de dessiccation intrinsèque.

- le modèle de Acker [Acker P., 2003].

Le retrait de dessiccation et le fluage de dessiccation intrinsèque seraient en fait de même nature et donc potentiellement fort couplés car ils sont liés tous les deux à la nature visqueuse du gel des C-S-H. Cependant, le paradoxe de Pickett ne peut pas s'expliquer par le caractère asymptotique du comportement des C-S-H qui conduirait à réduire la déformation dans les configurations les plus sollicitées. Pour expliquer ce phénomène se produisant quand on superpose de la compression uniaxiale et de la dessiccation radiale, Acker propose de revenir à l'analyse des deux champs de contrainte. Le champ de contrainte dû aux tensions capillaires (créé par la diminution d'humidité interne relative) serait macroscopiquement isotrope. A l'inverse, les champs de contrainte d'origine mécanique (compression) seraient déviatoriques, ce qui se traduit par des cisaillements au niveau des inclusions dans le matériau. Pour comprendre ce paradoxe, il faudrait considérer le mécanisme des chaînes de force étendu aux milieux granulaires à matrice visqueuse, qui s'apparente à celle de la rhéologie des empilements granulaires secs. Ce couplage mis en évidence expérimentalement par Acker [Acker, 2003] est encore loin à l'heure présente de pouvoir être traité numériquement dans les calculs de structures car il faut remonter aux mécanismes élémentaires. Néanmoins, il est manifeste qu'il y a eu ces dernières années des progrès significatifs dans le domaine grâce notamment aux nouvelles techniques expérimentales de nanoindentation permettant de mesurer les trois caractéristiques majeures (élastique, plastique et visqueuse) des constituants élémentaires des matériaux cimentaires (C-S-H, C<sub>3</sub>S, C<sub>2</sub>S, C<sub>3</sub>A,...) [Acker, 2001].

A ce stade-ci, nous nous sommes proposés de modéliser le fluage de dessiccation intrinsèque en faisant entrer un terme en  $\Delta h$  dans les équations tel que cela a été suggéré par Bažant [Bažant & Chern, 1985] suivant l'approche dite du « retrait induit par les contraintes ». Cette appellation du retrait induit par les contraintes provient en fait de l'observation faite par Ali et Kesler [Ali I., Kesler C. E., 1964] qui ont constaté expérimentalement que la déformation de fluage de dessiccation est proportionnelle à la déformation de retrait de dessiccation. Pour modéliser la déformation de fluage de dessiccation, Bažant se base sur une chaîne de Kelvin dans laquelle il relie la viscosité  $\eta$  de la chaîne à la variation de l'humidité relative [Bažant & Chern, 1985] :

$$\frac{1}{\eta} = \lambda \left| \dot{h} \right|$$

avec  $\lambda$ , un paramètre constant propre à la formulation de béton.

Par conséquent, l'incrément de déformation de fluage de dessiccation intrinsèque  $\Delta \varepsilon_{sfdi}$  s'exprime par :

$$\Delta \varepsilon_{sfdi} = \lambda \cdot \sigma \cdot |\Delta h|$$

avec  $|\Delta h|$ , la valeur absolue de la variation d'humidité relative et  $\sigma$ , la contrainte appliquée.

Cette expression revient à dire que l'on adopte une relation linéaire entre la déformation de fluage de dessiccation intrinsèque et la variation d'humidité relative comme cela a été appliqué aussi pour le retrait de dessiccation. De plus, une réhumidification va entraîner une déformation additionnelle de fluage, de sens opposé au gonflement conformément aux résultats expérimentaux obtenus dans [Gamble B.R., Parrott L.J., 1978] et [Day R.L., Cuffaro P., Illston J.M., 1984].

## 5. Modélisation des déformations différées du béton des ponts-bacs

### 5.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons détailler la manière dont nous avons déterminé toutes les constantes et tous les paramètres caractéristiques du béton des ponts-bacs et dont la connaissance est bien évidemment nécessaire avant de pouvoir entamer les calculs au niveau de la structure. Cette démarche sous-entend que l'étude d'une nouvelle structure constituée d'un béton ayant une formulation tout-à-fait différente de celle qui a été analysée implique d'office une nouvelle détermination de ces constantes et de ces paramètres.

### 5.2. Détermination de la courbe QAB du béton pour le module TEXO

Une des données essentielles à introduire dans le module TEXO en vue d'obtenir une modélisation aussi réaliste que possible de l'évolution du degré d'hydratation du béton mis en oeuvre est la courbe de dégagement de chaleur du béton déterminée idéalement en condition adiabatique. Celle-ci a été déterminée au Laboratoire Magnel de l'Université de Gand par le Professeur Geert De Schutter à l'aide du montage qu'il a développé pour mesurer l'évolution de la température d'un échantillon de béton d'une trentaine de litres au cours de sa prise en condition adiabatique.

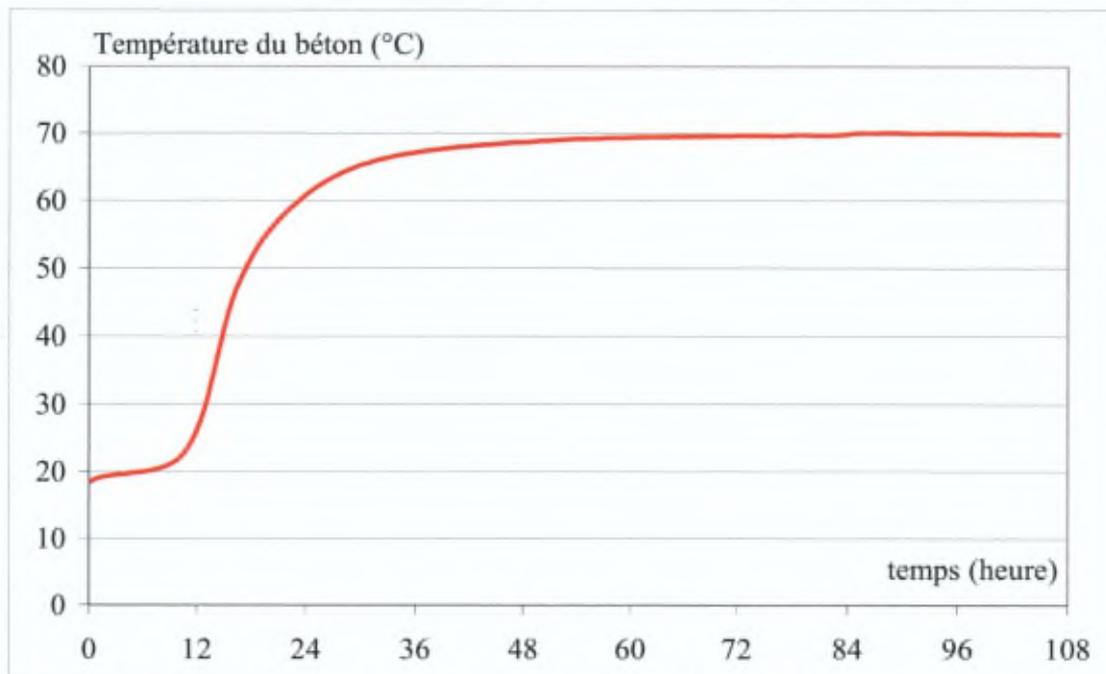


Figure C.5.1 Courbe d'évolution de la température du béton lors d'un essai d'enregistrement du dégagement de chaleur du béton au cours de son durcissement en condition adiabatique (t=0 correspond à 5 minutes après le gâchage)

Les matières premières utilisées pour la confection du béton proviennent directement du préfabricant et le béton a été mis en oeuvre en laboratoire de manière à démarrer l'enregistrement des mesures dès le plus jeune âge (soit quelques minutes après le malaxage). L'évolution de la température enregistrée dans le béton au cours du temps est représentée sur la figure C.5.1. Les valeurs numériques utilisées dans la modélisation sont données en annexe.

### 5.3. Détermination des constantes propres au BHP pour le module HEXO

#### 5.3.1. Quantité d'eau potentiellement consommable par l'hydratation

Au préalable, une série de constantes propres au béton mis en oeuvre chez le préfabricant doit être déterminée avant de pouvoir commencer la modélisation par éléments finis du séchage dans le module de calcul de l'évolution de la teneur en eau HEXO. En premier lieu, compte tenu des données relatives à la formulation de ce béton, on peut d'ores et déjà dire que :

$c_0$ , la quantité de ciment initiale du mélange vaut  $400 \text{ kg/m}^3$  ;

$k$ , la quantité d'eau consommée par unité de ciment hydraté vaut  $0,227752$  compte tenu du ciment qui est utilisé;

$$k = \sum_{i=1}^4 p_i . m_i = 0,24.2,02934 + 0,21.74,0705 + 0,40.7,121 + 0,37.10,5 = 0,227752$$

où  $p_i$  est la masse d'eau nécessaire à l'hydratation complète de chaque composant anhydre du ciment par unité de masse du composant anhydre

$p_i$ (CZERNIN)	C <sub>2</sub> S	C <sub>3</sub> S	C <sub>3</sub> A	C <sub>4</sub> AF
	0,24	0,21	0,40	0,37

et  $m_i$  est le pourcentage en masse du composant anhydre par rapport à la masse du ciment.

$\xi_{\max}$ , le degré d'hydratation maximal atteint par le BHP compte tenu du rapport E/C qui est de  $0,344$  vaut

$$\xi_{\max} = \frac{1,031.(0,344)}{0,194 + (0,344)} = 0,6592$$

Dans la modélisation envisagée ici et qui a été implémentée dans CESAR-LCPC, le produit  $k \cdot c_0 \cdot \xi_{\max}$  est donc considéré comme la quantité d'eau maximale qui est consommée par la réaction d'hydratation et vaut  $60 \text{ kg/m}^3$  pour le béton considéré.

### 5.3.2. Constantes du modèle de diffusion

Il s'agit de calibrer les constantes A et B du modèle général de diffusion d'humidité proposé par Mensi et Acker [Mensi & al., 1988] pour le béton de notre étude. On a vu que le coefficient de diffusion D s'exprime par :

$$D(C) = A \cdot e^{B \cdot C}$$

où A et B sont les constantes propres au béton ;

C, la teneur en eau libre.

Mensi et Acker ont constaté que la valeur de la constante B pour la plupart des bétons courants qu'ils ont testés en laboratoire est de l'ordre de 0,05. Ceux-ci suggèrent alors de fixer B à 0,05 dans le cadre d'une modélisation. Par contre, la constante A nécessite d'être véritablement calibrée par la méthodologie suivante :

- connaissant l'évolution au cours du temps de la perte en masse expérimentale d'une éprouvette exposée au séchage avec une humidité relative connue et constante (dans le cas des essais de laboratoire, HR = 53%), on extrapole la courbe de perte en masse relative jusque  $t^{1/2} = 100$  jours ce qui correspond à 30 ans (10000 jours);
- on peut alors déterminer la valeur de  $C_{eq}$  qui est la teneur en eau équivalente à l'humidité  $h_{ext}$  qui est imposée à la surface extérieure de l'éprouvette (soit à l'équilibre hydrique, que l'on suppose ici correspondre à une durée écoulée depuis l'exposition au séchage de 30 ans) par la relation :

$$\left( \frac{\Delta P}{P_0} \right)_{30ans} = \frac{C_{ini} - C_{eq}}{P_0}$$

avec  $P_0$ , la masse initiale avant exposition au séchage (connue);

$C_{ini}$ , la teneur en eau initiale avant exposition au séchage (connue) ;

$(\Delta P/P_0)_{30ans}$ , valeur expérimentale extrapolée (connue) ;

$C_{eq}$ , l'inconnue ;

- on modélise tout d'abord la géométrie de l'éprouvette cylindrique par éléments finis et on génère ensuite par calcul l'évolution de la perte en masse au cours du temps (donnée en sortie fournie par le module DTNL (HEXO) de CESAR-LCPC) pour une valeur de A choisie arbitrairement ;
- on compare alors les résultats obtenus en terme de perte de masse avec les valeurs expérimentales qui sont à notre disposition ;
- on change la valeur de A et on réitère le processus jusqu'au moment où la concordance entre les valeurs calculées et les valeurs mesurées est satisfaisante.

Nous avons ainsi réalisé des simulations successives de la perte en masse d'une petite éprouvette (diamètre 8 cm, hauteur 32 cm) (figure C.5.3) et d'une grande éprouvette cylindrique (diamètre 15 cm, hauteur 60 cm) (figure C.5.2) avec le module HEXO. Aussi bien dans le cas de la petite éprouvette que de la grande éprouvette, la valeur de A qui convient le mieux semble être 1.0E-12, ce qui est tout-à-fait conforme aux ordres de grandeur obtenus pour d'autres bétons par Granger [Granger, 1996].

En ce qui concerne la valeur du coefficient d'échange  $\lambda(C)$ , on a opté pour la valeur de  $6.0E-9$  qui est suggérée par les auteurs du modèle de diffusion dans le domaine du béton durci.

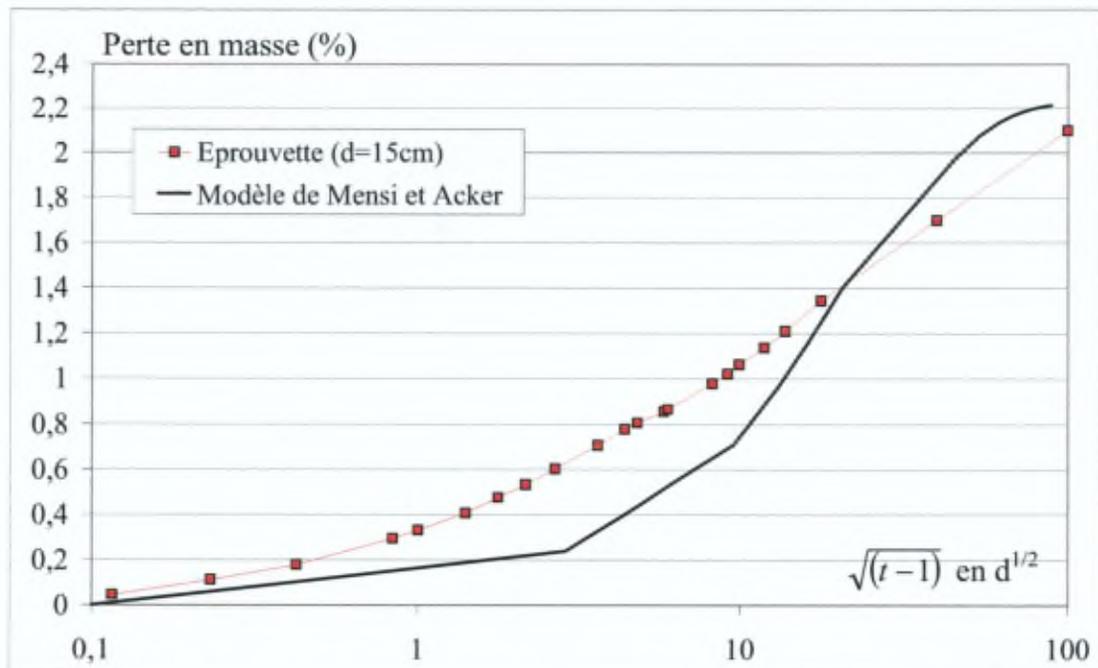


Figure C.5.2 Calibration des constantes du modèle de diffusion sur la perte en masse d'une grande éprouvette exposée au séchage à un jour

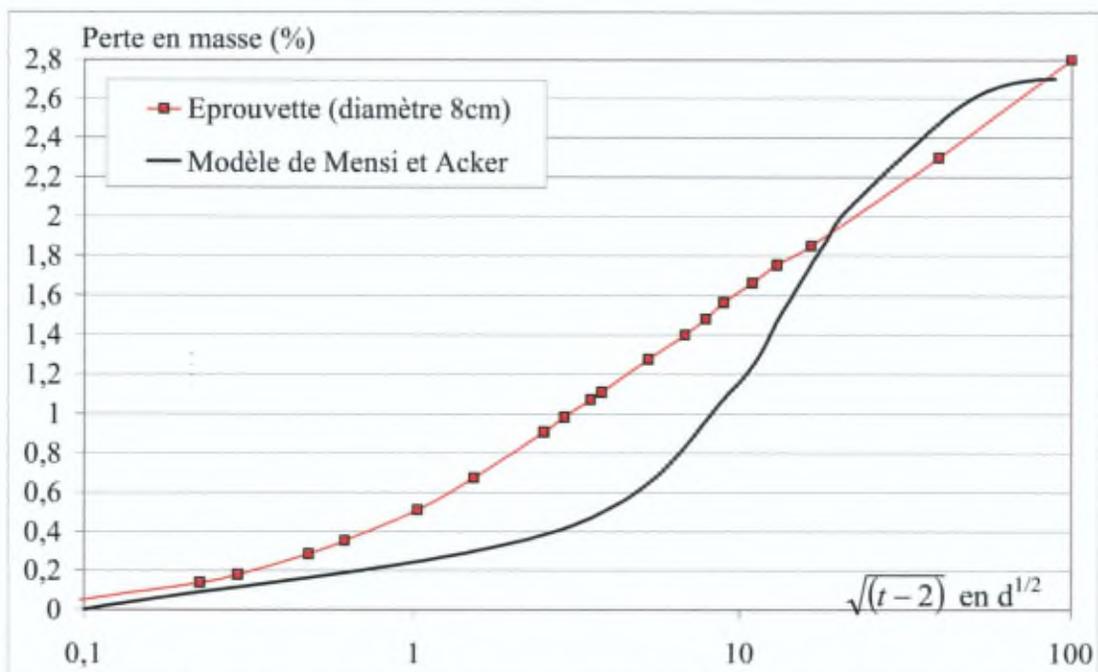


Figure C.5.3 Calibration des constantes du modèle de diffusion sur la perte en masse d'une petite éprouvette exposée au séchage à deux jours

---

## 5.4. Résultats sur éprouvettes de laboratoire

### 5.4.1. Calcul de l'évolution du degré d'hydratation et de la teneur en eau

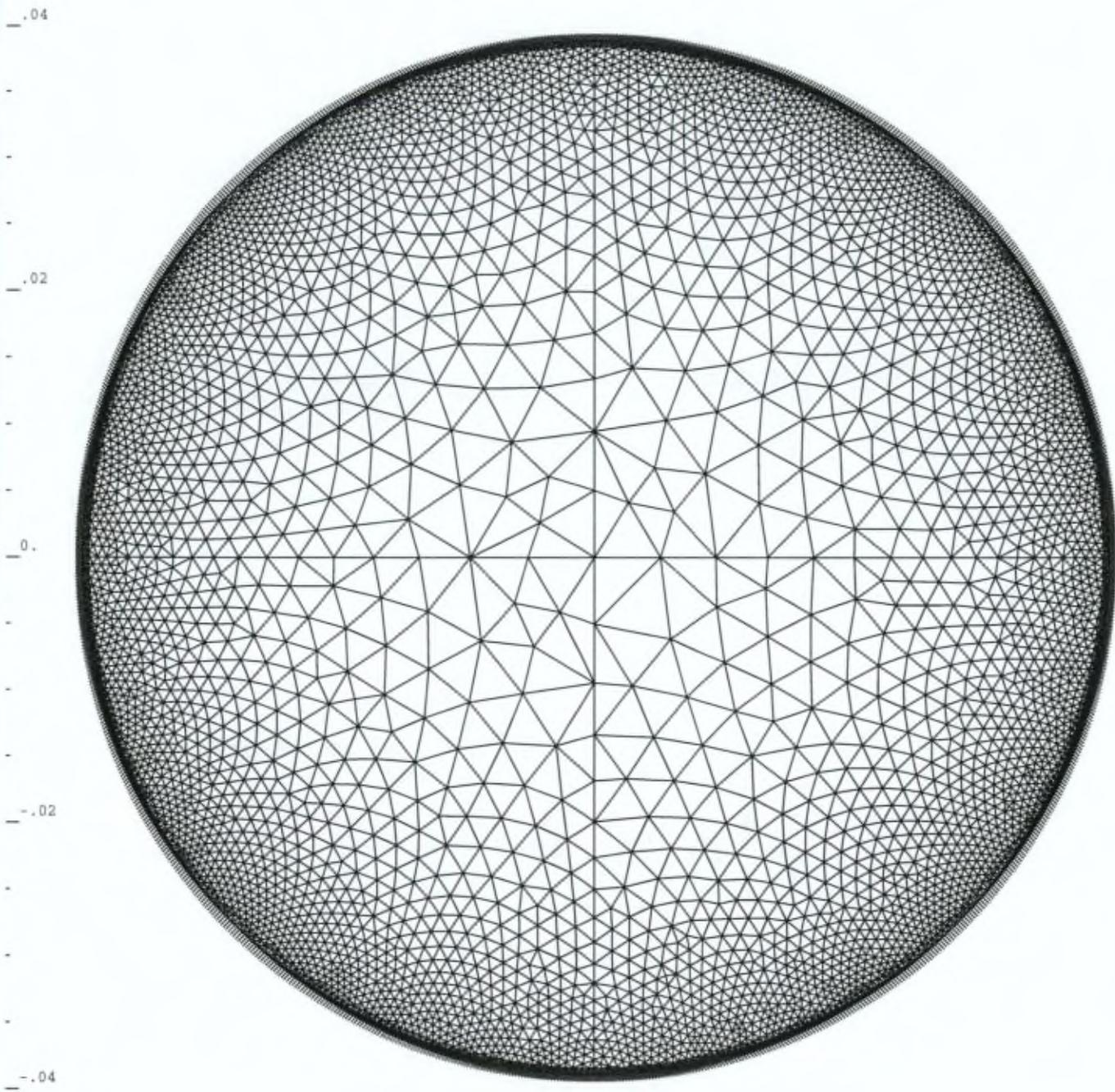
Nous avons maintenant à notre disposition tous les paramètres nécessaires pour lancer les calculs dans les modules TEXO et DTNL (HEXO) de CESAR-LCPC, ce qui va permettre ensuite de générer les différentes composantes des déformations différées à partir d'une intégration numérique du degré d'hydratation et de la teneur en eau sur la section de l'éprouvette cylindrique. Par comparaison avec des données expérimentales de retrait et de fluage que nous avons obtenues au laboratoire, les différents paramètres  $\beta$  (pour le retrait endogène),  $K$  et  $(\Delta P/P)_0$  (pour le retrait de dessiccation et le fluage de dessiccation structural),  $C_\mu$  (pour le fluage fondamental) et  $\lambda$  (pour le fluage de dessiccation intrinsèque) ont pu être ainsi identifiés.

Dans une première étape, la section d'une petite éprouvette a été discrétisée avec des éléments triangulaires dont la plus petite taille vaut 1mm. Sur le contour, un groupe d'éléments d'échange a été défini. Le maillage est représenté à la Figure C.5.4. Cette éprouvette est supposée être dans un moule en PVC pendant 2 jours après le coulage. Elle est ensuite exposée au séchage avec une humidité relative extérieure égale à 53% (ce qui représente les conditions de notre chambre climatisée). Pour les calculs dans TEXO, les paramètres suivants ont été fixés :

- capacité calorifique du béton  $C = 2400 \text{ kJ/m}^3/\text{K}$  ;
- conductivité du béton  $K_{xx} = K_{yy} = 6 \text{ kJ/h/m/K}$  (pièce non ferrillée) ;
- coefficient d'échange  $\lambda$  :
  - 11,16  $\text{kJ/h/m}^2/\text{K}$  (moule en PVC) ;
  - 21,60  $\text{kJ/h/m}^2/\text{K}$  (surface libre en atmosphère ventilée).

L'évolution de la température et du degré d'hydratation sont représentés dans les figures C.5.5 à 8. Sur la figure C.5.8, on constate qu'on atteint la valeur quasi maximale (0,995) du degré d'hydratation après seulement 348 heures soient un peu plus de 14 jours alors qu'il est bien connu que les propriétés mécaniques évoluent encore pour des âges du béton supérieurs à 14 jours mais, il est vrai, de manière beaucoup plus lente que pendant les 14 premiers jours. Ceci est lié directement à la technique de mesure de la courbe de dégagement de chaleur QAB. En effet, après quelques jours d'enregistrement, la température se stabilise rapidement. Même si, en réalité, elle continue à augmenter au cours du temps (condition adiabatique), cela a lieu à une vitesse tellement lente que la précision des équipements est inférieure aux variations de température à mesurer. En conséquence, dans ce type d'essais, on arrête généralement les enregistrements de température au bout d'une semaine.

Le graphique C.5.9 illustre l'évolution de la teneur en eau dans l'éprouvette pendant les 48 premières heures, ce qui correspond à la consommation d'eau par la réaction d'hydratation. Les graphiques C.5.10 et 11 illustrent l'évolution de la teneur en eau quand l'éprouvette est exposée au séchage. On remarque que, pour les premiers pas de temps, la zone située en peau chute très rapidement à la valeur fixée sur le contour  $C_{eq}$  qui vaut 23 (pour HR =53%). Par contre, pour les derniers pas de temps, c'est surtout dans la zone centrale que la teneur en eau diminue (puisque la peau a déjà séché). Le graphique C.5.12 illustre la diminution de teneur en eau due uniquement à la consommation d'eau par l'hydratation jusqu'à un degré d'hydratation de 0,995.



-0.04    x1 = -.0389    -0.02    x2 = .0389    0.    y1 = -.0389    .02    y2 = .0389    .04

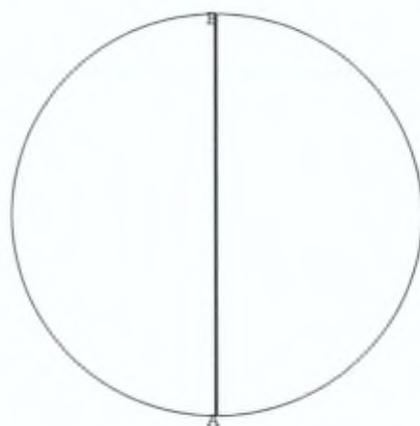
Figure C.5.4

ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : cyllb  
 Calcul : texo1

Evolution de la temperature  
 dans le cylindre

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Temperature



Temperature  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 0.  
 - - ▼ - - Temps 8.  
 ···· □ ···· Temps 16.  
 - - ◇ - - Temps 24.  
 —○— Temps 32.  
 - - ▲ - - Temps 40.  
 ···· ▼ ···· Temps 48.

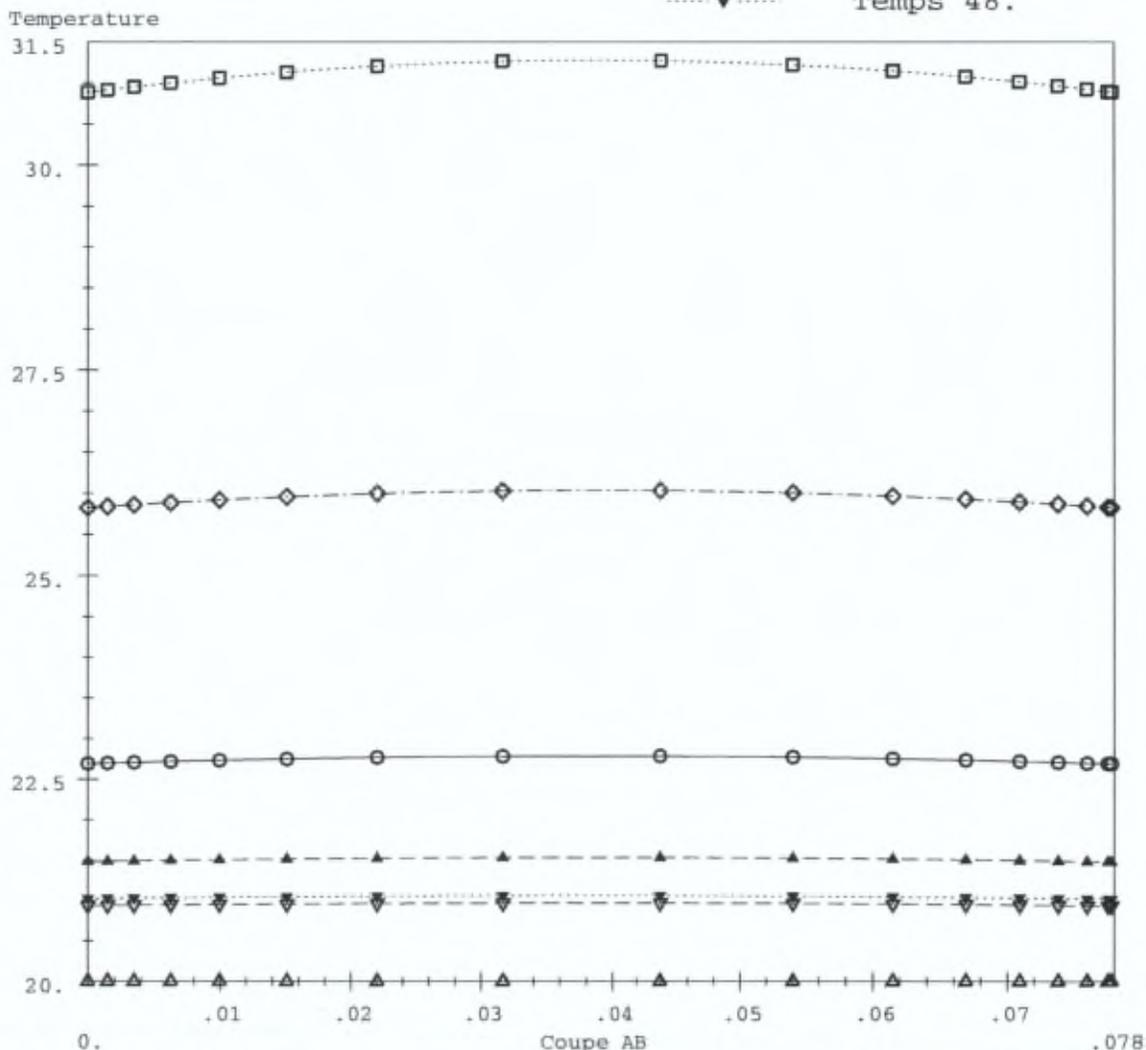


Figure C.5.5

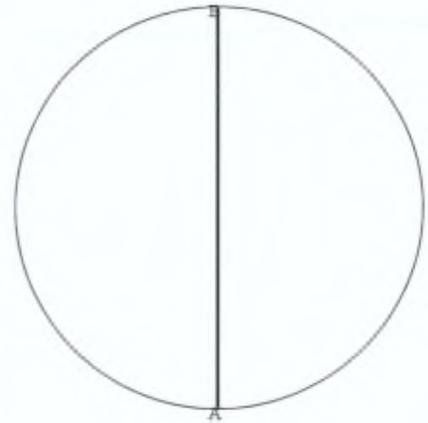
ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : cyllb  
 Calcul : texo2

Evolution de la temperature  
 dans le cylindre

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Temperature



Temperature  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 48.  
 - - ▼ - - Temps 68.  
 ···· □ ···· Temps 88.  
 - - ◆ - - Temps 108.  
 —○— Temps 128.  
 - - ▲ - - Temps 168.  
 ···· ▼ ···· Temps 228.  
 - - ■ - - Temps 348.

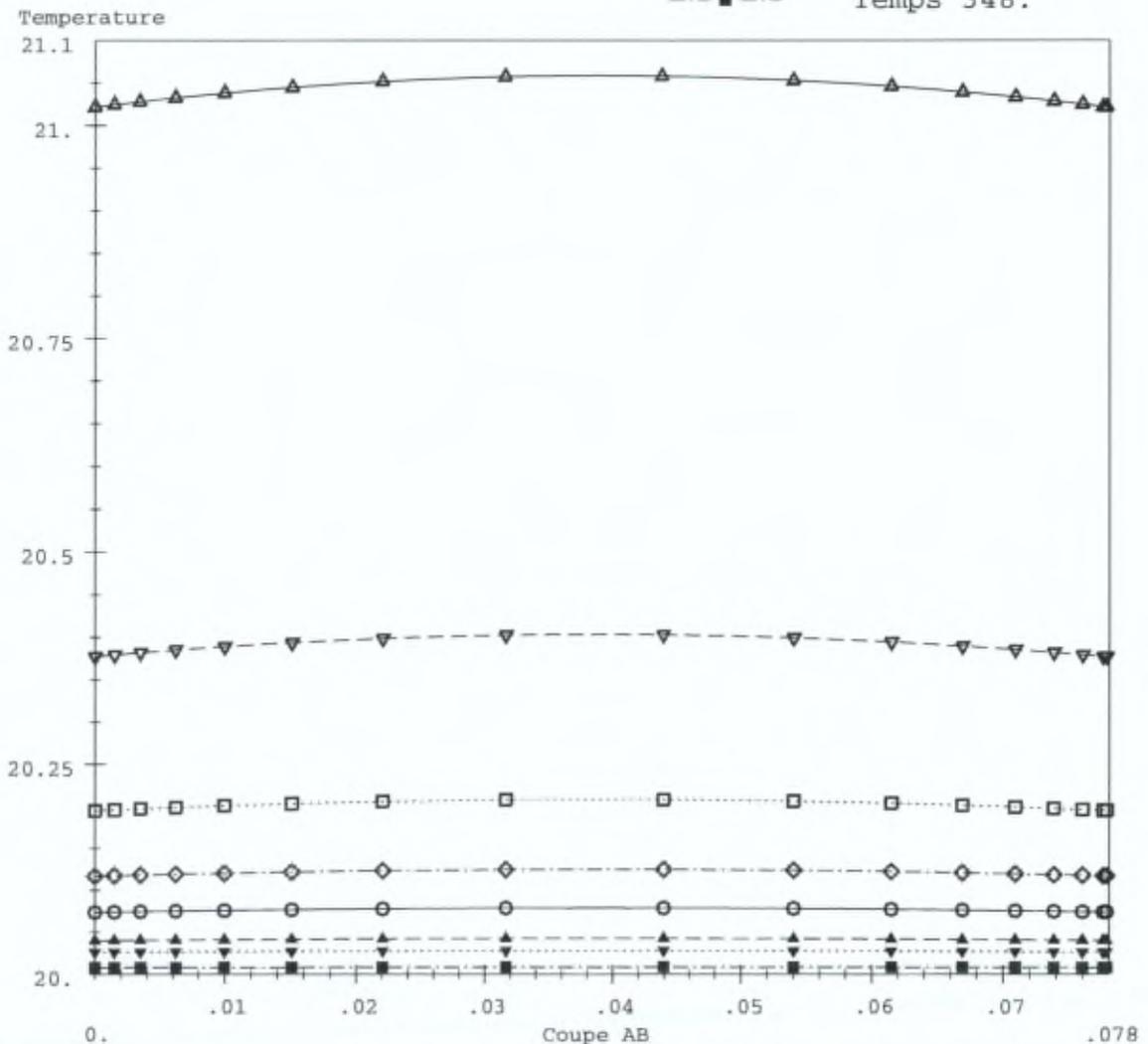


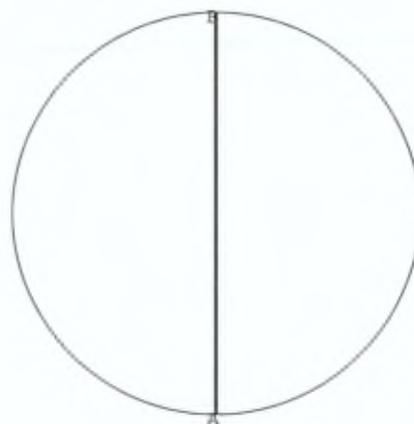
Figure C.5.6

ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : cyl1b  
 Calcul : tex01

Evolution du degre d'hydratation  
 dans le cylindre

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Degre d hydratation



Degre d hydratation  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 0.  
 - - ▼ - - Temps 8.  
 .....□..... Temps 16.  
 - - ◆ - - Temps 24.  
 —○— Temps 32.  
 - - ▲ - - Temps 40.  
 .....▼..... Temps 48.

Degre d hydratation

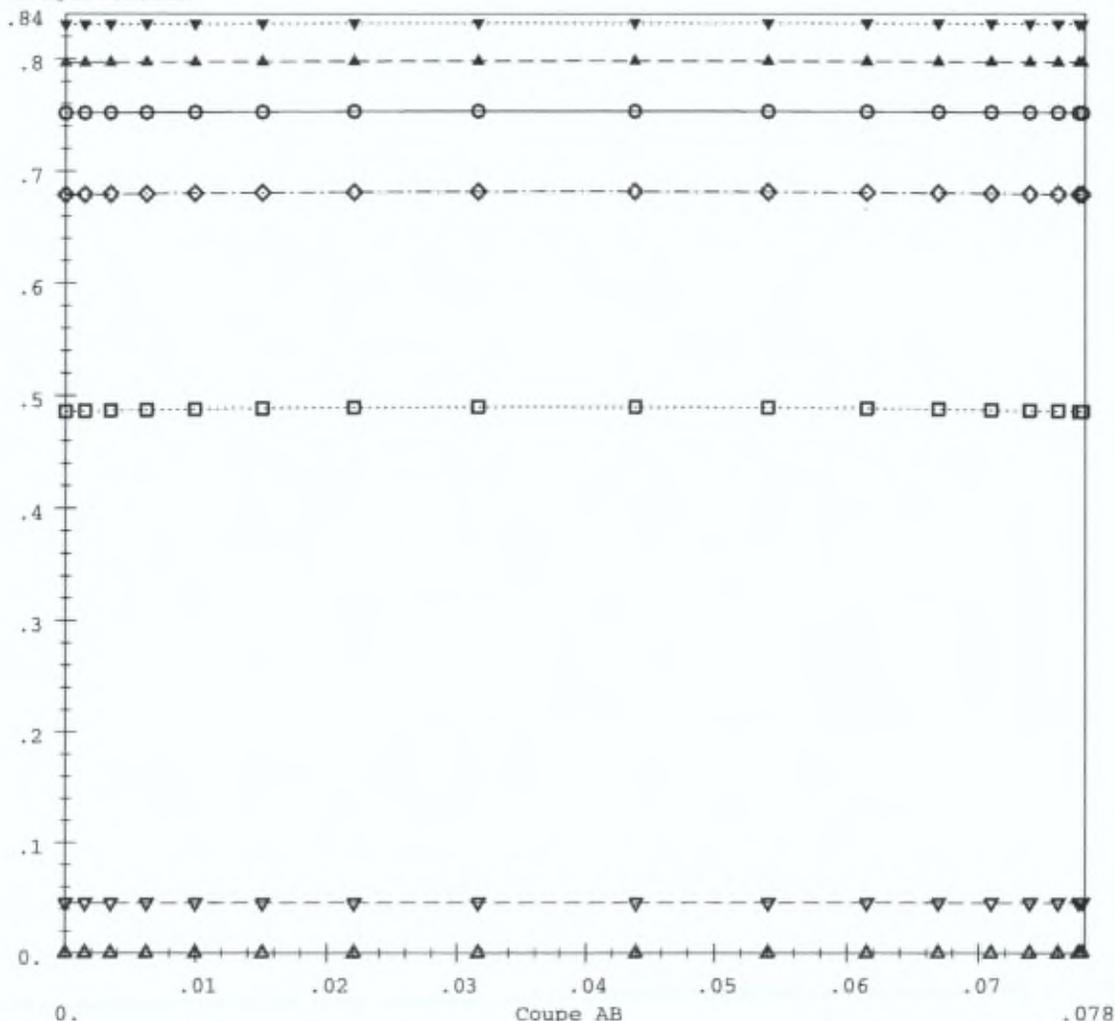


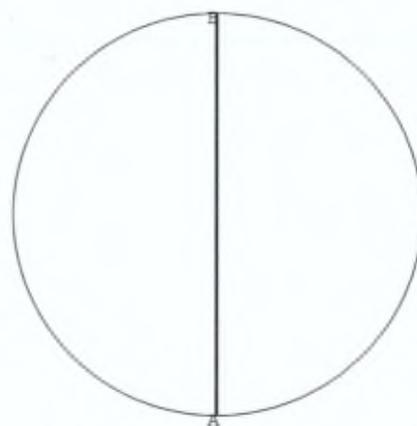
Figure C.5.7

ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : cyl1b  
 Calcul : texo2

Evolution du degre d'hydratation  
 dans le cylindre

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Degre d hydratation



Degre d hydratation  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 48.  
 - - ▽ - - Temps 68.  
 ···· □ ···· Temps 88.  
 - - ◇ - - Temps 108.  
 —○— Temps 128.  
 - - ▲ - - Temps 168.  
 ···· ▼ ···· Temps 228.  
 - - ■ - - Temps 348.

Degre d hydratation

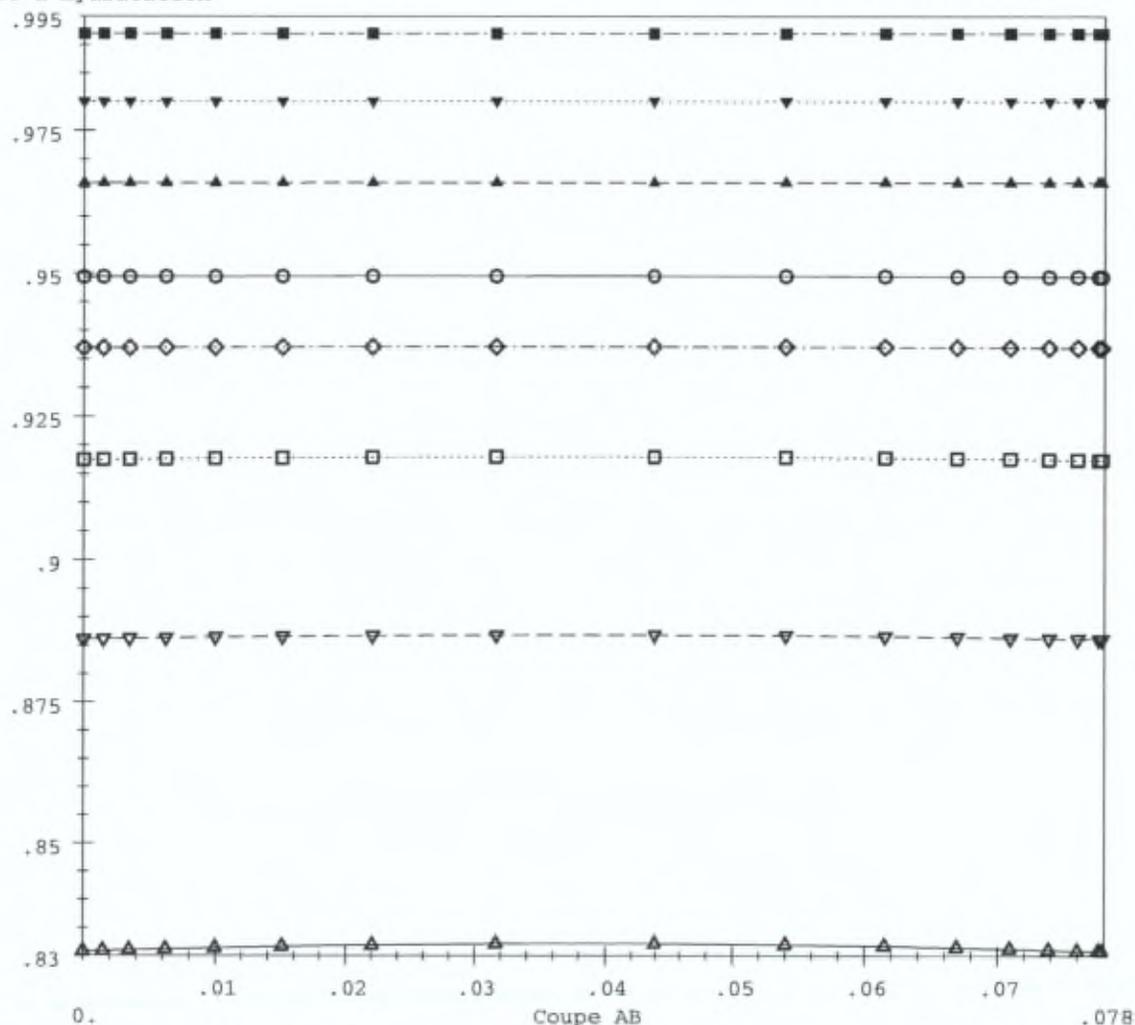


Figure C.5.8

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : cyl1b  
 Calcul : hex01

Evolution de la teneur en eau  
 dans le cylindre

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau

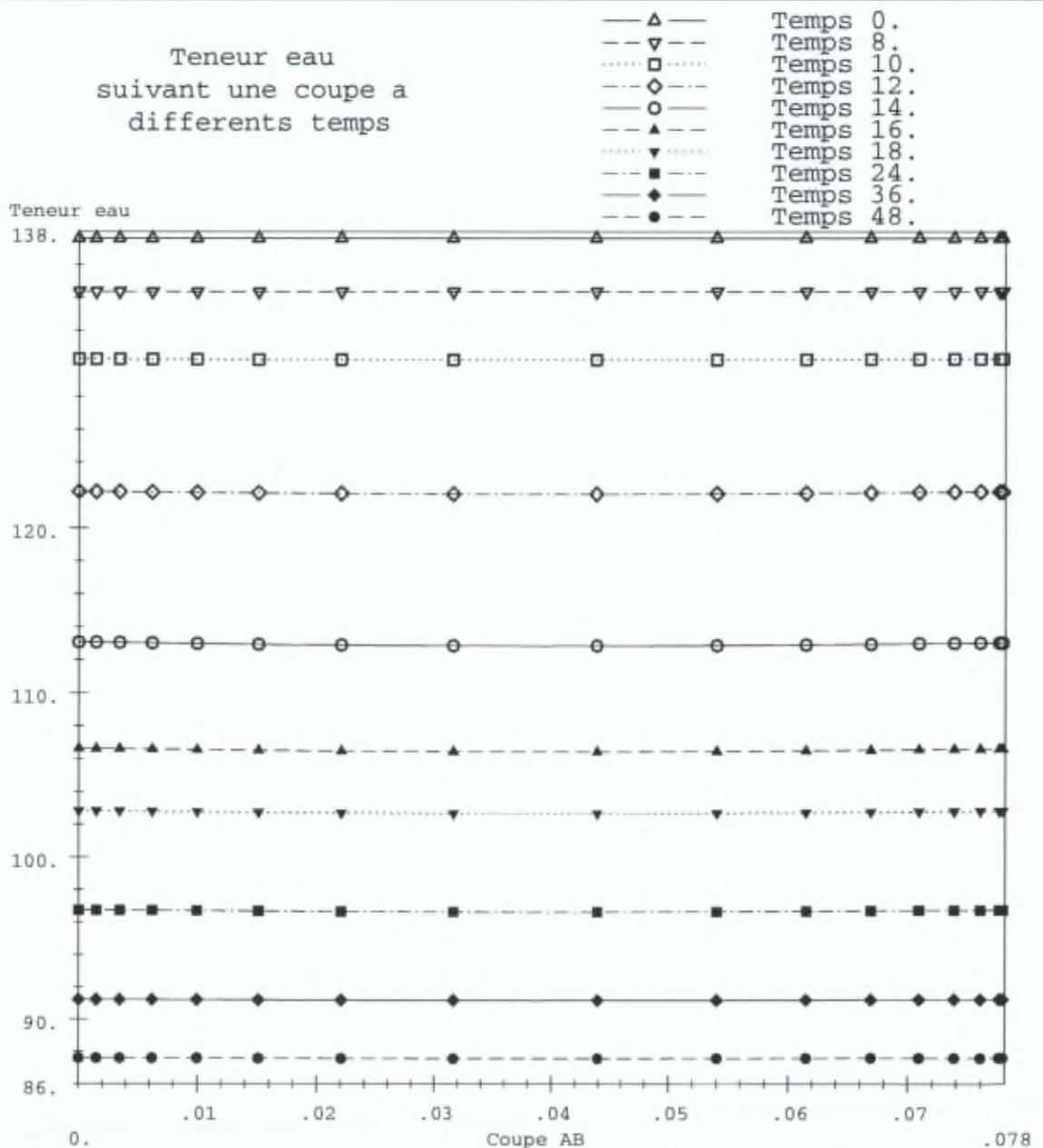
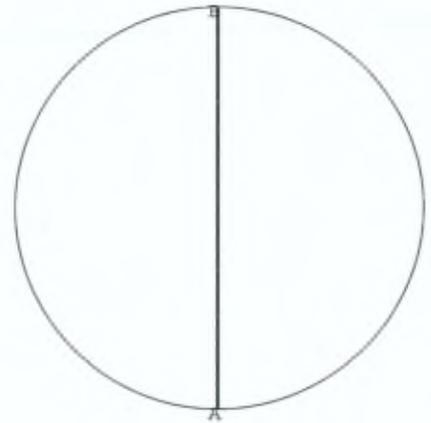


Figure C.5.9

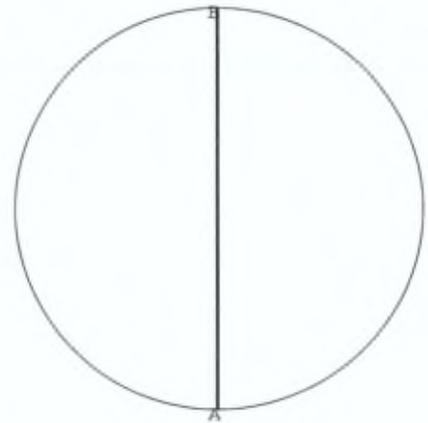
ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : cyl1b  
 Calcul : hexo2

Evolution de la teneur en eau  
 dans le cylindre

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—△— Temps 48.  
 - -▽- - Temps 68.  
 ····□···· Temps 88.  
 - -◇- - Temps 128.  
 —○— Temps 168.  
 - -▲- - Temps 208.  
 ····▼···· Temps 288.  
 - -■- - Temps 348.

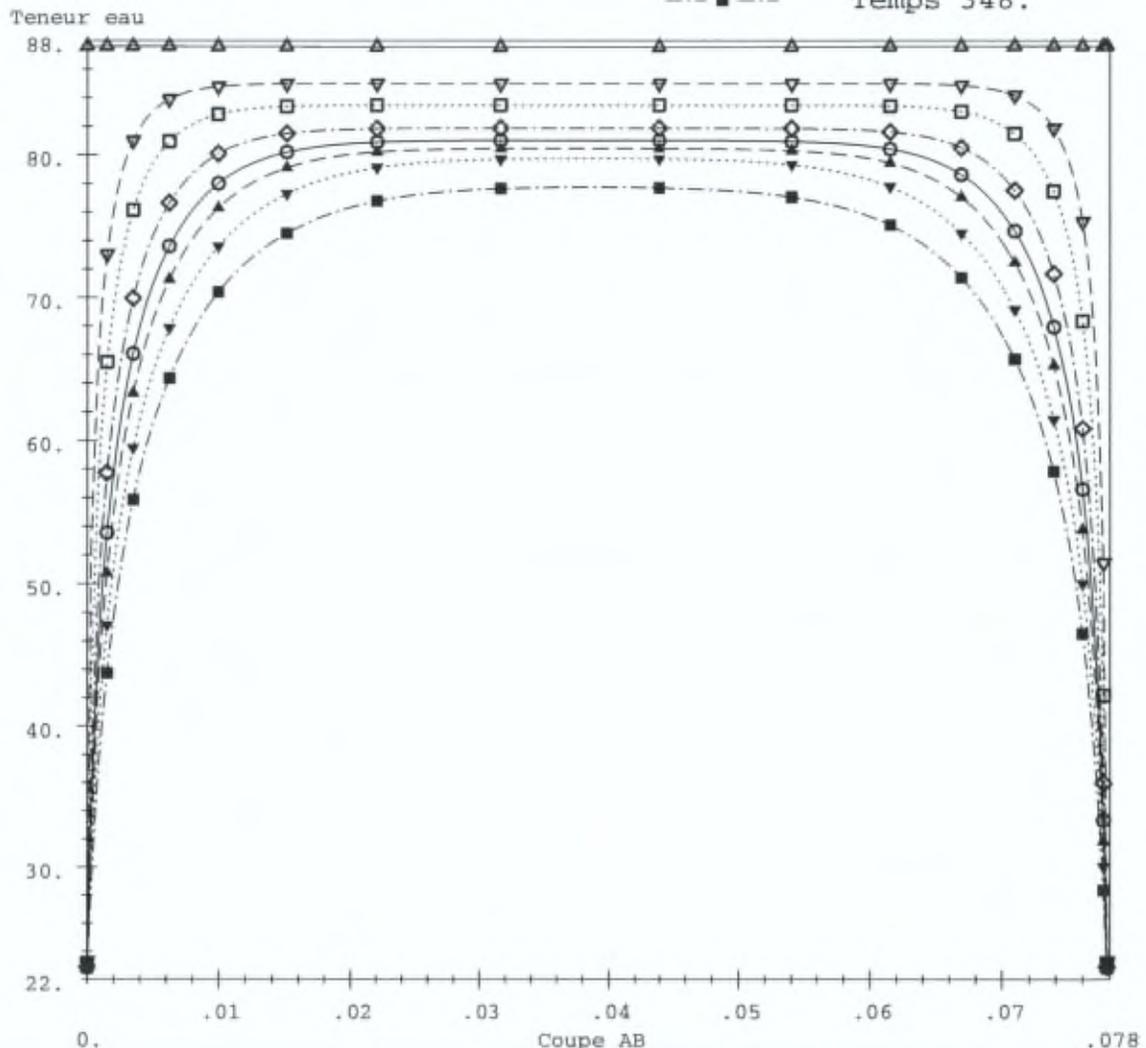


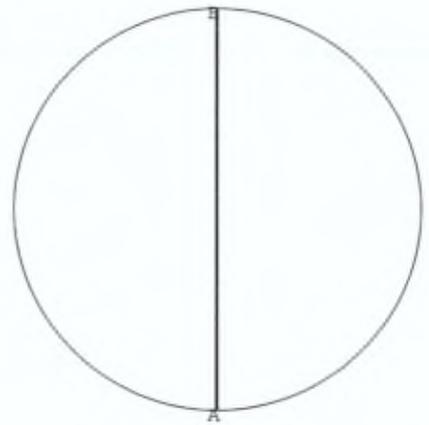
Figure C.5.10

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : cyl1b  
 Calcul : hexo3

Evolution de la teneur en eau  
 dans le cylindre

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 348.  
 - - ▼ - - Temps 2548.  
 ····· □ ····· Temps 6548.  
 - - ◆ - - Temps 10548.  
 —○— Temps 50548.  
 - - ▲ - - Temps 90548.  
 ····· ▼ ····· Temps 130548.  
 - - ■ - - Temps 190548.

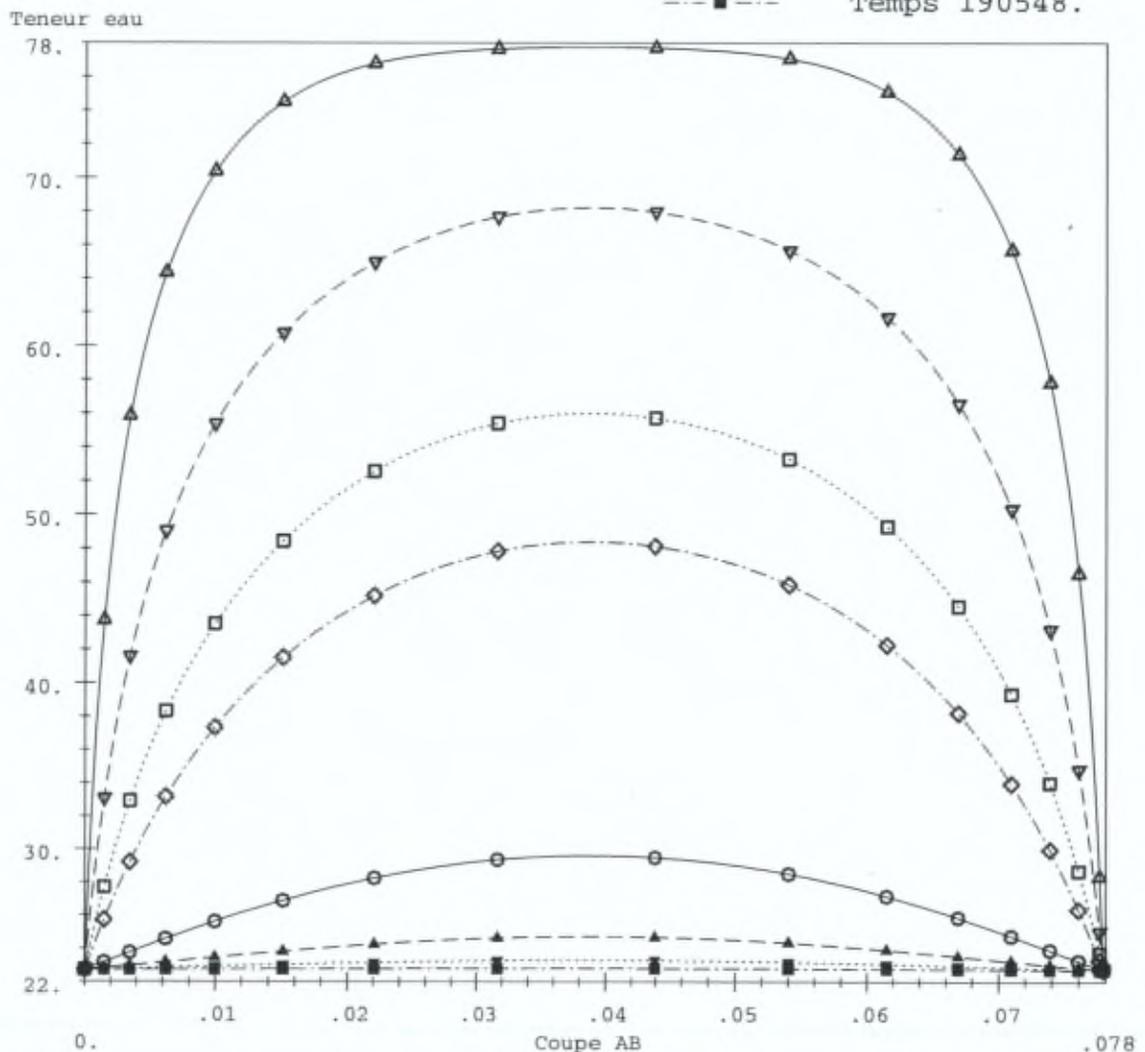


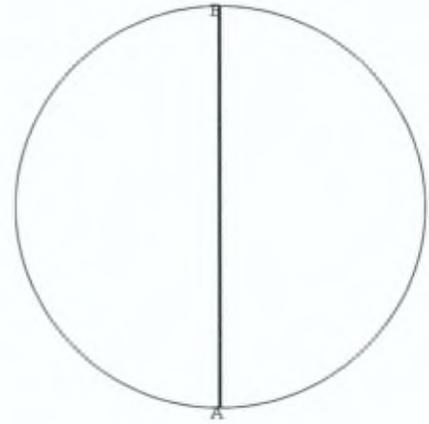
Figure C.5.11

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : cyllb  
 Calcul : hexo4

Evolution de la teneur en eau  
 dans le cylindre

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 48.  
 - - ▼ - - Temps 68.  
 ···· □ ···· Temps 88.  
 - - ◆ - - Temps 128.  
 —○— Temps 168.  
 - - ▲ - - Temps 208.  
 ···· ▼ ···· Temps 288.  
 - - ■ - - Temps 348.

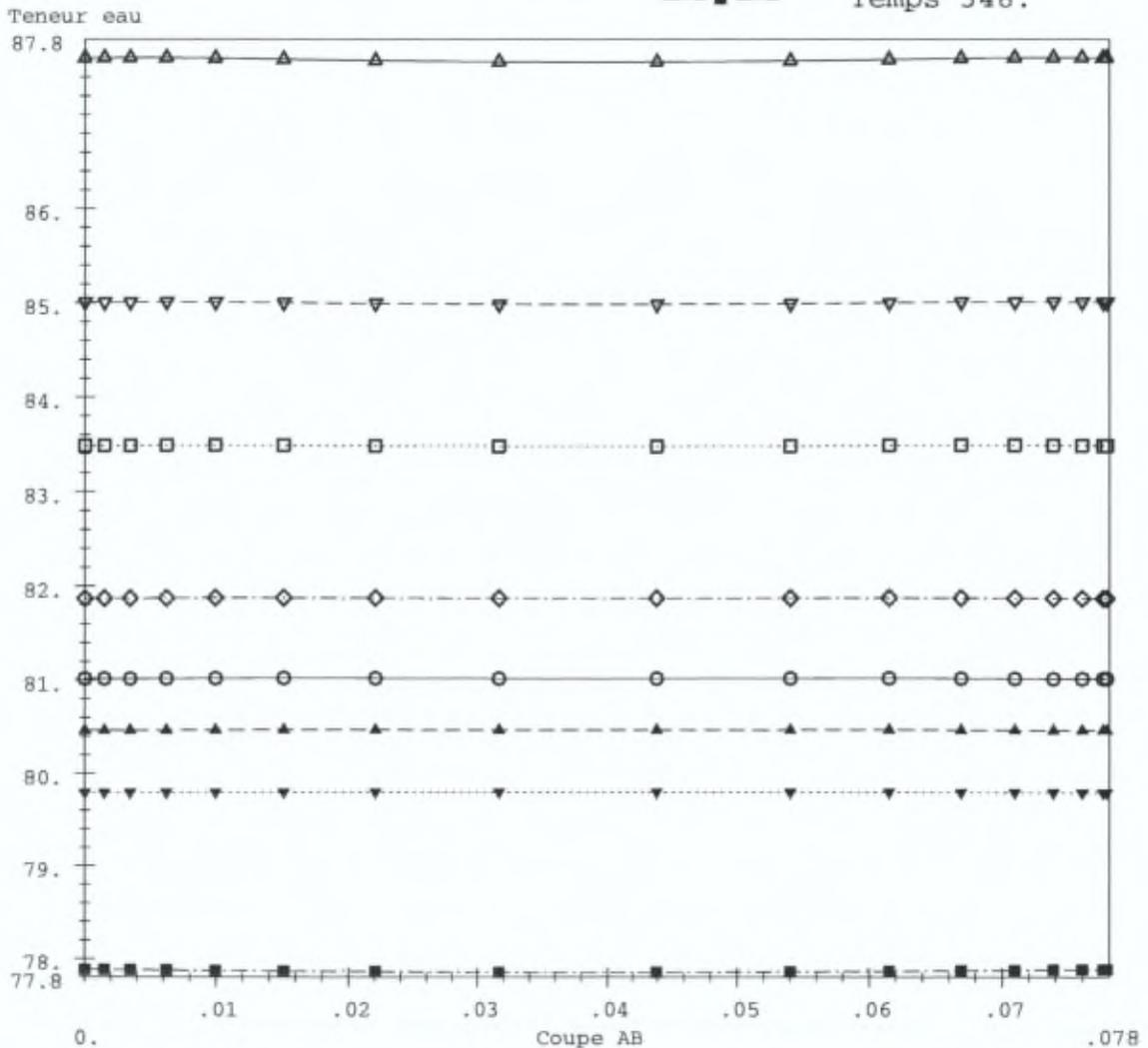


Figure C.5.12

### 5.4.2. Retrait endogène

On a vu que le retrait endogène  $\varepsilon_{sre}$  s'exprimait sous la forme (modèle 1) par:

$$\varepsilon_{sre}(x, y, t) = \beta \cdot \xi(x, y, t)$$

avec  $\beta$ , la valeur finale du retrait endogène ;  
 $\xi$ , le degré d'hydratation ;

ou suivant le modèle 2, par:

$$\Delta \varepsilon_{sre}(x, y, t + \Delta t) = \beta \cdot \left( \frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^t - \beta \cdot \left( \frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^{t+\Delta t}$$

Nous avons généré les valeurs de calcul de ces deux modèles pour les comparer aux mesures expérimentales effectuées sur une petite éprouvette à partir de un jour d'âge. Les figures C.5.13 et C.5.14 illustrent les résultats obtenus. Nous constatons comme annoncé précédemment qu'il y a peu de différence entre les deux modèles. Par conséquent, le modèle 2 sera utilisé pour simuler les déformations de retrait endogène du pont-bac. La constante  $(\beta/k \cdot c_0 \cdot \xi_{\max})$  qui a été calibrée dans ces calculs pour le béton analysé vaut 0,0000012.

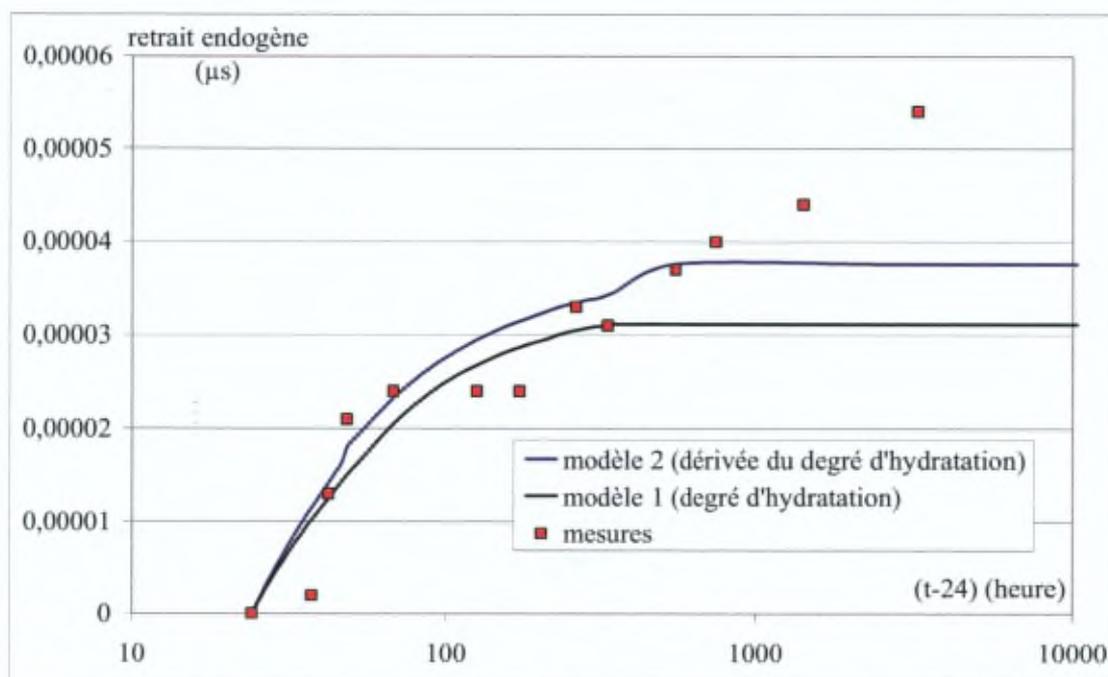


Figure C.5.13 Comparaison des mesures de retrait endogène avec les deux modèles dépendant du degré d'hydratation (en échelle logarithmique)

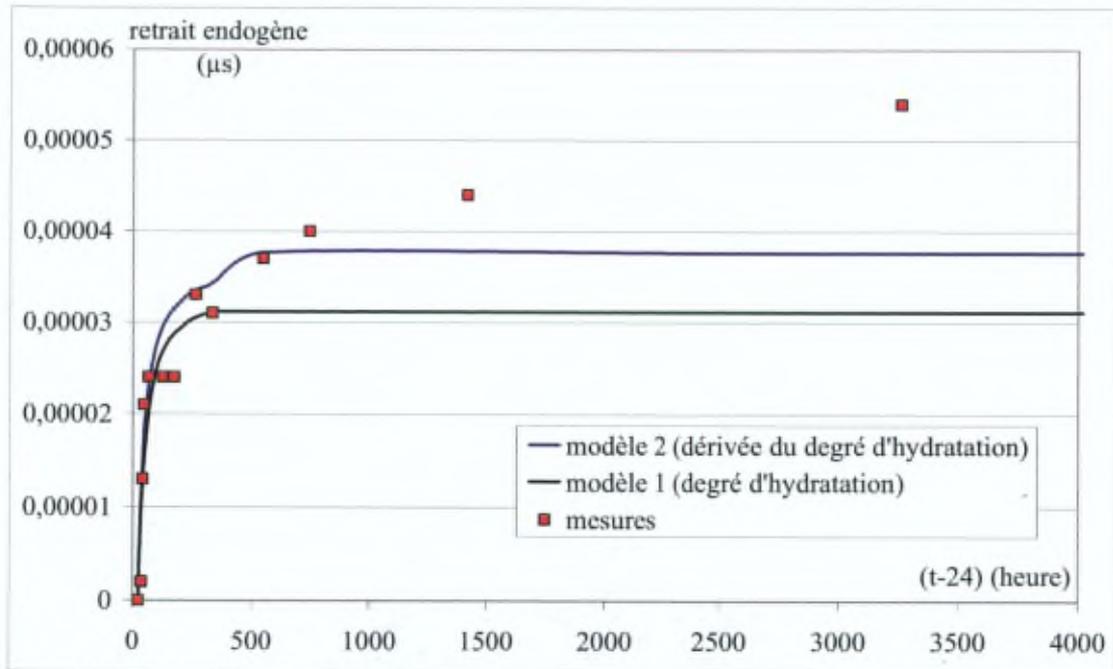


Figure C.5.14 Comparaison des mesures de retrait endogène avec les deux modèles dépendant du degré d'hydratation (en échelle linéaire)

#### 5.4.3. Retrait de dessiccation

La figure C.5.15 représente l'évolution du retrait de dessiccation en fonction de la perte en poids d'une petite éprouvette exposée au séchage à deux jours.

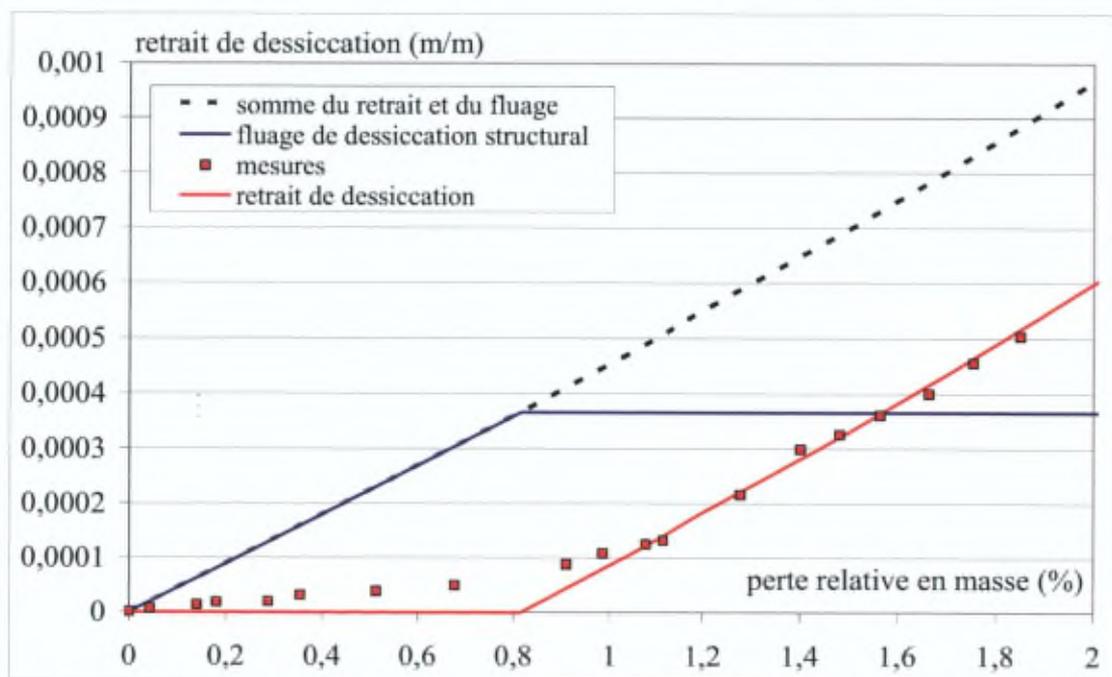


Figure C.5.15 Comparaison des mesures de retrait de dessiccation d'une éprouvette exposée au séchage à deux jours d'âge avec le modèle

Comme cela a été expliqué précédemment, ce graphique va nous permettre de déterminer la valeur seuil de la perte en masse  $(\Delta P/P)_0$  ainsi que la constante K qui correspond à la pente de la droite du retrait de dessiccation idéalisé. Pour cette éprouvette,  $(\Delta P/P)_0$  a été fixé à 0,8% (ce qui correspond à 62 jours après le début d'exposition au séchage). Après examen des différentes courbes expérimentales à notre disposition exprimant l'évolution du retrait de dessiccation en fonction de la perte en masse, nous avons constaté que ce seuil n'est pas unique pour le béton analysé. Toutefois, il semble ne varier qu'entre les bornes 0,5 et 0,8%. Dans les simulations du comportement du pont-bac, nous ferons une étude de sensibilité des résultats vis-à-vis d'une variation de ce seuil  $(\Delta P/P)_0$  entre 0,5 et 0,8%. Par ailleurs, sur ce graphique, on peut déterminer la pente de la droite K qui vaut 0,050. On obtient alors par calcul la valeur de  $k = K/\rho$  (avec  $\rho$ , la masse volumique du béton), soit 0,00002. La figure C.5.16 illustre l'évolution du retrait de dessiccation en fonction du temps pour une petite éprouvette exposée au séchage à deux jours.

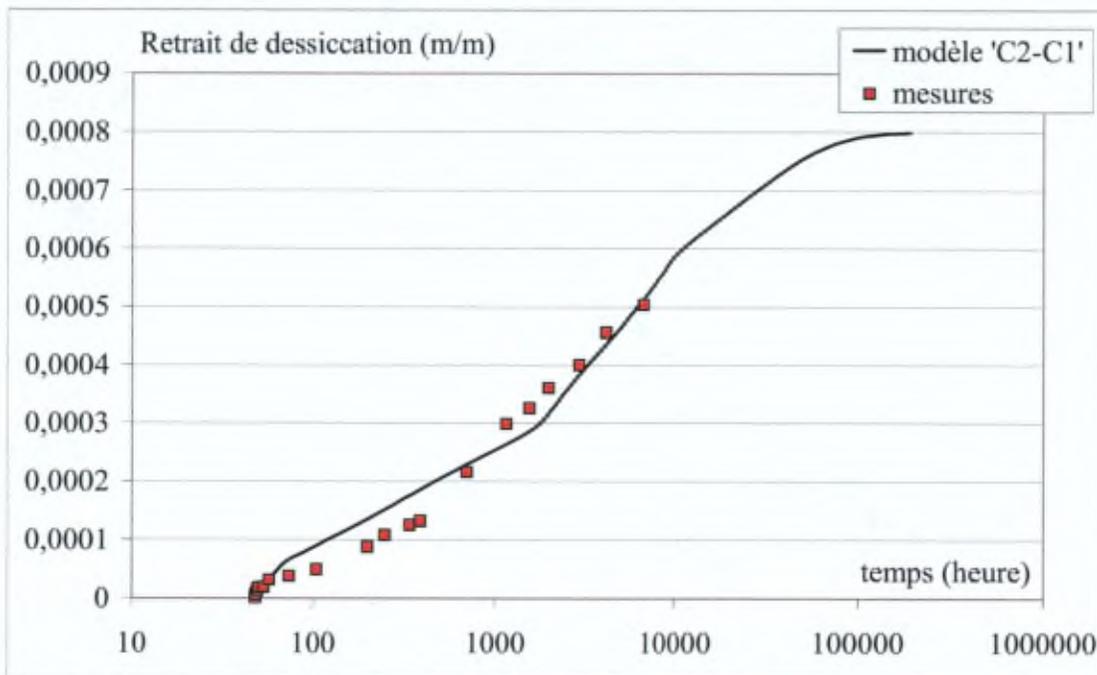


Figure C.5.16 Evolution du retrait de dessiccation d'une petite éprouvette exposée au séchage à deux jours (HR = 53%)

On avait vu que le retrait strictement dû au séchage est évalué par :

$$\varepsilon_{srd}(x, y, t) = k.(C_2(x, y, t) - C_1(x, y, t))$$

avec

$C_1(x, y, t)$ , la teneur en eau en  $(x, y)$  et à l'instant  $t$  due au séchage et à l'hydratation;

$C_2(x, y, t)$ , la teneur en eau en  $(x, y)$  et à l'instant  $t$  due uniquement à l'hydratation;

$k$ , le coefficient de contraction hydrique déterminé par  $k = K/\rho$ .

Pour la valeur de  $k$  déterminée précédemment, la correspondance entre les valeurs de calcul et les valeurs mesurées est tout à fait satisfaisante.

#### 5.4.4. Fluage fondamental

Dans cette partie, il s'agit tout d'abord de déterminer par la méthode des moindres carrés (avec une condition de non négativité sur les inconnues) les constantes  $C_\mu$  de la chaîne de Kelvin qui sont représentatives de la fonction de fluage fondamental du béton mis en charge à 28 jours. Dans une deuxième étape, nous vérifierons la bonne concordance entre les résultats obtenus pour d'autres âges au chargement en utilisant la fonction de vieillissement du CEB et les mesures effectuées sur de grandes éprouvettes qui sont à notre disposition. Dans notre base de données, la série d'essais effectuée sur des éprouvettes de diamètre 15cm et de hauteur 60 cm et qui a été présentée dans la première partie nous semble un bon choix de départ car :

- toutes les éprouvettes proviennent de la même gâchée et ont été mise en œuvre lors de la fabrication du pont-bac instrumenté;
- les mesures enregistrées couvrent une période de trois ans (ce qui correspond à la période maximale jugée fiable compte tenu des pertes d'étanchéité qui surviennent au cours du temps pour des éprouvettes scellées avec une double couche d'aluminium [Toutlemonde F., Le Maou F., 1999] ;
- nous disposons d'une palette d'âges au chargement qui s'étend sur une large gamme de l'axe des temps.

Ensuite, nous détaillerons le calcul de la fonction  $f(h)$  multiplicative de la fonction de fluage fondamental pour une éprouvette en train de sécher. Dans une dernière étape, nous vérifierons la bonne concordance du modèle obtenu avec les mesures effectuées sur une petite éprouvette chargée au jeune âge.

Pour la grande éprouvette chargée à 28 jours, il s'agit d'identifier les 8  $C_\mu$  qui vérifie l'équation suivante pour chaque instant  $t$  correspondant à la prise d'une mesure :

$$\sum_{\mu=1}^8 \frac{1}{C_\mu} \left[ 1 - e^{-\frac{t-28}{\tau_\mu}} \right] = J(t, t_0 = 28)$$

Nous obtenons les valeurs indiquées dans la figure C.5.17.

$\tau_\mu$ [jour]	$C_\mu$ [MPa]
0,0002	36710,72
0,002	970873,78
0,02	561797,75
0,2	636942,67
2	195694,71
20	108108,10
200	112612,61
2000	38744,67

Figure C.5.17 Valeurs des  $C_\mu$  pour  $t_0 = 28$  jours

La figure C.5.18 illustre les résultats obtenus pour les grandes éprouvettes chargées à 2, 7, 28 et 181 jours. La correspondance est satisfaisante dans l'ensemble sauf pour l'âge au chargement tardif où la fonction de vieillissement semble un peu trop sévère. Dans notre cas, c'est surtout pour des chargements au jeune âge qu'il importe d'avoir une bonne correspondance.

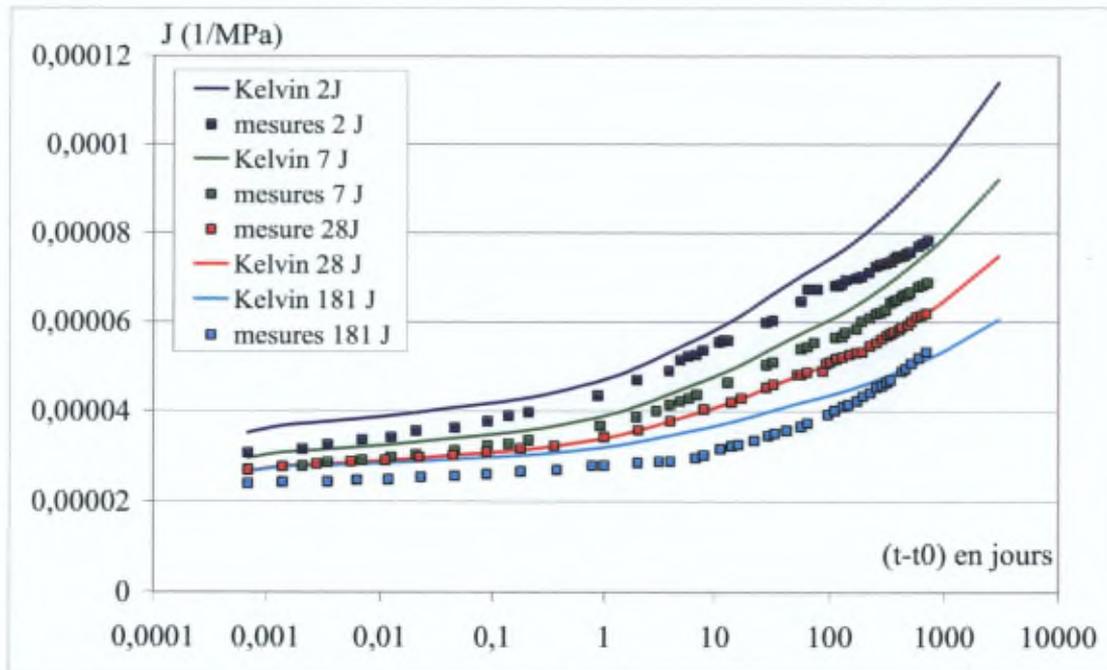


Figure C.5.18 Comparaison des fonctions de fluage fondamentales expérimentales de grandes éprouvettes avec les valeurs obtenues par une chaîne de Kelvin

Nous avons vu précédemment que l'humidité relative  $h$  et la teneur en eau  $C$  sont reliées par la courbe d'isotherme de sorption/désorption qui est quasi linéaire pour des humidités relatives supérieures à 50%. Par conséquent, les valeurs de  $C_{eq}$  correspondant à des humidités relatives différentes de 50% (nos conditions de laboratoire) peuvent être obtenues par une simple linéarisation de la courbe de désorption. Par exemple, pour une grande éprouvette exposée au séchage à un jour, l'extrapolation de la perte relative en masse à 30 ans montre qu'on atteint 2,1%. Connaissant la quantité d'eau potentiellement évaporable dans l'éprouvette ( $137,6 - 60 = 77,6$ ), on obtient  $C_{eq} = 27 \text{ l/m}^3$ . Il suffit alors d'écrire l'équation de la droite :

$$C_{eq}(HR) = 1,022 \cdot HR - 24,6$$

$$HR = \frac{C_{eq}(HR) + 24,6}{1,022}$$

Cette écriture suppose que l'on ait atteint l'hydratation complète du béton. Dans une situation intermédiaire, l'écriture de ces expressions pour différentes valeurs de HR (en%) permettent d'aboutir rapidement aux expressions générales suivantes :

$$HR = \frac{C_1 + 24,6 - (C_2 - 77,6)}{1,022}$$

$$h = 0,01 \cdot \frac{C_1 + 24,6 - (C_2 - 77,6)}{1,022} = \left[ 1 + \frac{0,01}{1,022} \cdot (C_1 - C_2) \right]$$

avec

$C_1(x,y,t)$ , la teneur en eau en  $(x,y)$  et à l'instant  $t$  due au séchage et à l'hydratation;

$C_2(x,y,t)$ , la teneur en eau en  $(x,y)$  et à l'instant  $t$  due uniquement à l'hydratation ;

$\theta = 1,022$  représente la pente de l'isotherme de désorption.

Nous avons appliqué cette méthodologie à une petite éprouvette exposée au séchage à deux jours pour laquelle nous obtenons une valeur de  $\theta = 1,297$ . En effet, au début de ce chapitre, l'extrapolation de la perte en masse à 30 ans de cette éprouvette conduisait à une perte relative de 2,8%. Nous avons retenu cette valeur pour la simulation de la fonction de fluage de cette petite éprouvette. Par contre, pour le pont-bac, la valeur de  $\theta$  obtenue sur la grande éprouvette nous semble plus représentative.

Sur la figure C.5.19, nous constatons la très bonne concordance entre les mesures de déformation de fluage fondamental d'une petite éprouvette chargée à deux jours sous un niveau de contrainte égal à 50% de  $f_{c,2}$  et les valeurs simulées avec la chaîne de Kelvin. A titre d'illustration, nous avons ajouté dans cette figure, les déformations de fluage obtenues par la chaîne et multipliées par la fonction  $f(h)$  exposée ci-dessus. Nous constatons qu'à 10000 jours, les déformations de fluage fondamental qui existeraient dans une éprouvette en train de sécher ( $HR = 50\%$ ) et chargées à deux jours sont significativement plus petites que celles qui se développent dans l'éprouvette entièrement scellée.

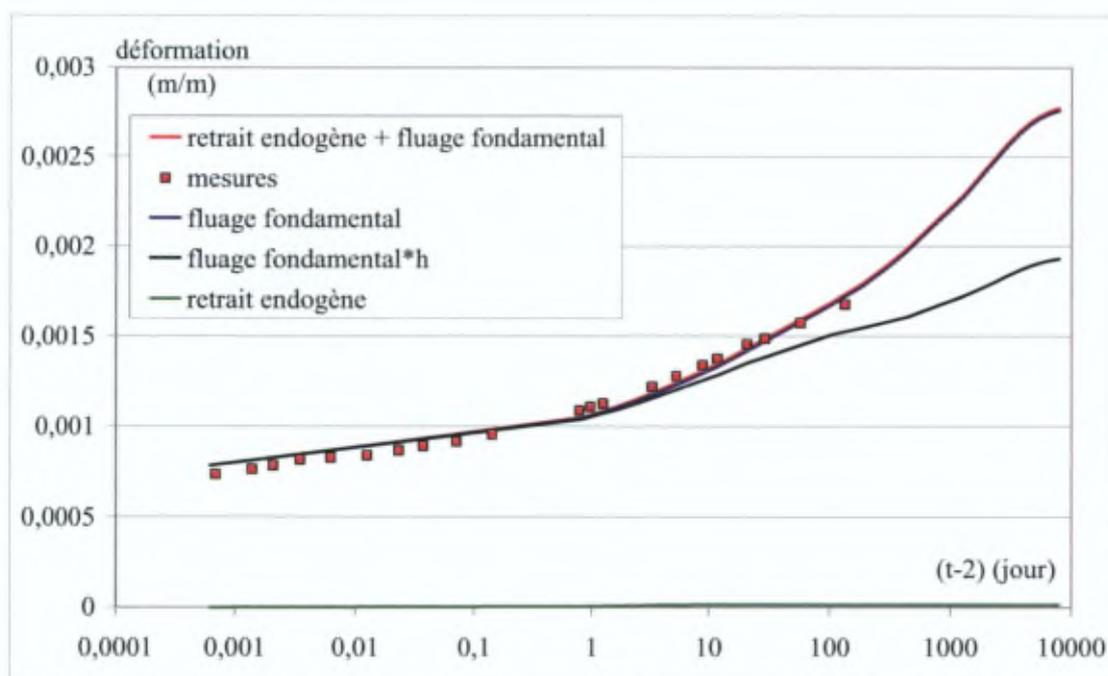


Figure C.5.19 Comparaison des déformations de fluage fondamental mesurées sur une éprouvette chargée à deux jours d'âge avec le modèle des chaînes de Kelvin

---

### 5.4.5. Fluage total

La dernière étape consiste à évaluer la déformation de fluage de dessiccation intrinsèque. Compte tenu de l'expression de  $h$  que nous avons détaillée au paragraphe précédent, l'expression générale présentée au chapitre 4

$$\Delta \varepsilon_{sfdi} = \lambda \cdot \sigma \cdot |\Delta h|$$

avec  $\lambda$ , un paramètre constant propre à la formulation de béton ;

$|\Delta h|$ , la valeur absolue de la variation d'humidité relative ;

et  $\sigma$ , la contrainte appliquée

peut s'écrire

$$\Delta \varepsilon_{sfdi}^p = \lambda \cdot \sigma^{p-1} \frac{0,01}{\theta} \left| C_2^p - C_1^p - C_2^{p-1} + C_1^{p-1} \right|$$

La figure C.5.20 illustre d'une part la déformation de fluage total d'une petite éprouvette chargée à deux jours à un niveau de contrainte égal à 50% de  $f_{c,2}$  et d'autre part, les différentes composantes du modèle qui ont été sommées, à savoir le retrait endogène, le retrait de dessiccation, le fluage de dessiccation structural, le fluage fondamental et le fluage de dessiccation intrinsèque, ce qui a permis de calibrer le paramètre  $\lambda$  à la valeur de 0,0001.

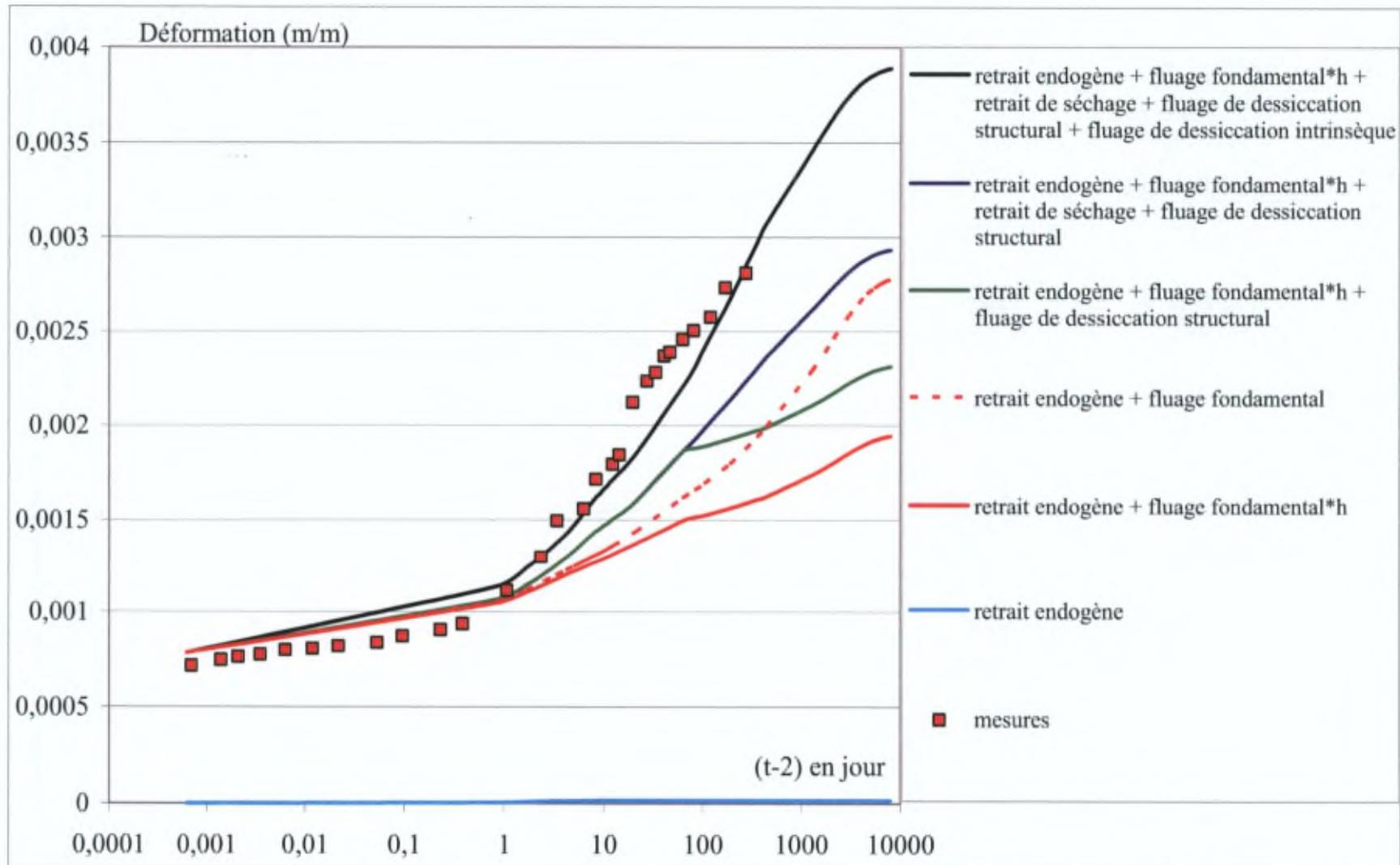


Figure C.5.20 Comparaison des déformations mesurées de fluage total et cumulées selon le modèle pour une éprouvette chargée à 2 jour

## 6. Calcul du comportement à long terme de structure basé sur le degré d'hydratation et la teneur en eau

### 6.1. Algorithme de résolution numérique

#### 6.1.1. Effets initiaux

A l'image de ce qui a été présenté dans les 1<sup>ère</sup> et 2<sup>ème</sup> parties de ce travail pour les méthodes basées sur le principe de superposition, l'analyse des contraintes dans la section est effectuée sur une aire transformée. Le béton de 1<sup>ère</sup> phase est choisi comme matériau de référence. L'aire des autres matériaux est transformée en une aire équivalente de béton via le coefficient d'équivalence  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{E_{mat}}{E_{c1}}$$

où  $E_{mat}$  = module d'élasticité du matériau ;

$E_{c1}$  = module d'élasticité du béton de première phase.

Soit une section sollicitée par un moment de flexion  $M_i$  et un effort normal  $N_i$  appliqué à une distance  $d$  par rapport à la fibre inférieure. L'axe  $y$  est supposé orienté positivement de bas en haut. La déformation instantanée  $\varepsilon_i$  en tout point de la section situé à une distance  $y$  par rapport à la fibre inférieure est:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{oi} + (y \cdot \kappa_i)$$

où  $\varepsilon_{oi}$  = déformation instantanée au niveau de la fibre inférieure;

$\kappa_i$  = courbure instantanée.

Si on suppose que le béton a un comportement élastique linéaire sous un chargement instantané, la contrainte  $\sigma_i$  à une distance  $y$  par rapport à la fibre inférieure est :

$$\sigma_i = E_{c1} \cdot \varepsilon_i = E_{c1} \cdot (\varepsilon_{oi} + (y \cdot \kappa_i))$$

Nous avons vu en détail au chapitre 10 de la 1<sup>ère</sup> partie que les relations entre les efforts  $N_i$ ,  $M_i$  et les déformations  $\varepsilon_{oi}$ ,  $\kappa_i$  peuvent être établies aisément à l'aide des conditions d'équivalence. Les expressions de la déformation de la fibre inférieure de la section et de la courbure en fonction de l'effort axial  $N_i$  appliqué et du moment de flexion  $M_i$  exprimé par rapport à la fibre inférieure de la section sont:

$$\varepsilon_{oi} = \frac{I \cdot N_i - B \cdot M_i}{E_{c1} \cdot (A \cdot I - B^2)}$$
$$\kappa_i = \frac{A \cdot M_i - B \cdot N_i}{E_{c1} \cdot (A \cdot I - B^2)}$$

A= aire de la section transformée

B= moment statique de la section transformée par rapport à la fibre inférieure de la section

I = moment d'inertie de la section transformée par rapport à la fibre inférieure de la section

Ainsi, à chaque instant  $t_i$  où sont appliqués un effort  $N_i$  et/ou un moment  $M_i$  à la section, les incréments instantanés de déformation et de courbure peuvent être calculés par une expression du type:

$$\begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_{oi} \\ \Delta \kappa \end{bmatrix} = \frac{1}{E_{c1} \cdot (AI - B^2)} \begin{bmatrix} I & -B \\ -B & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_i \\ M_i \end{bmatrix}$$

On a vu également que les propriétés géométriques de la section peuvent s'exprimer sous la forme:

$$A = \sum_{j=1}^n \frac{E_{cj}}{E_{c1}} \cdot A_{cj} + \sum_{k=1}^s \frac{E_{sk}}{E_{c1}} \cdot A_{sk} + \sum_{k=1}^p \frac{E_{pk}}{E_{c1}} \cdot A_{pk} + \frac{E_{ss}}{E_{c1}} \cdot A_{ss}$$

$$B = \sum_{j=1}^n \frac{E_{cj}}{E_{c1}} \cdot A_{cj} \cdot d_{cj} + \sum_{k=1}^s \frac{E_{sk}}{E_{c1}} \cdot A_{sk} \cdot d_{sk} + \sum_{k=1}^p \frac{E_{pk}}{E_{c1}} \cdot A_{pk} \cdot d_{pk} + \frac{E_{ss}}{E_{c1}} \cdot A_{ss} \cdot d_{ss}$$

$$I = \sum_{j=1}^n \left( \frac{E_{cj}}{E_{c1}} \cdot (I_{cgj} + A_{cj} \cdot d_{cj}^2) \right) + \sum_{k=1}^s \frac{E_{sk}}{E_{c1}} \cdot A_{sk} \cdot d_{sk}^2 + \sum_{k=1}^p \frac{E_{pk}}{E_{c1}} \cdot A_{pk} \cdot d_{pk}^2 + \frac{E_{ss}}{E_{c1}} \cdot (I_{ssg} + A_{ss} \cdot d_{ss}^2)$$

où

A= aire de la section transformée

B= moment statique de la section transformée par rapport à la fibre inférieure

I=moment d'inertie de la section transformée par rapport à la fibre inférieure

$A_{cj}$ = aire nette du béton de la  $j^{\text{ème}}$  phase (avec  $n$  = nombre de phases de béton)

$A_{sk}$ = aire du  $k^{\text{ème}}$  lit d'armatures passives (avec  $s$ = nombre de lits d'armatures)

$A_{pk}$ = aire du  $k^{\text{ème}}$  lit de torons (avec  $p$ = nombre de lits de torons)

$A_{ss}$ = aire totale des poutrelles en acier

$d_{cj}$ = distance entre le centre de gravité du béton net de la  $j^{\text{ème}}$  phase et la fibre inférieure de la section

$d_{sk}$ =distance entre le  $k^{\text{ème}}$  lit d'armatures et la fibre inférieure de la section

$d_{pk}$ =distance entre le  $k^{\text{ème}}$  lit de torons et la fibre inférieure de la section

$d_{ss}$ =distance entre le centre de gravité des poutrelles en acier et la fibre inférieure de la section

$I_{cgj}$ =moment d'inertie du béton net de la  $j^{\text{ème}}$  phase par rapport à son centre de gravité

$I_{ssg}$ =moment d'inertie des poutrelles en acier par rapport à leur centre de gravité

$E_{cj}$ = module d'élasticité du béton de la  $j^{\text{ème}}$  phase au temps  $t_i$

$E_{sk}$ = module d'élasticité du  $k^{\text{ème}}$  lit d'armatures passives

$E_{pk}$ = module d'élasticité du  $k^{\text{ème}}$  lit de torons

$E_{ss}$ = module d'élasticité des poutrelles en acier

Envisageons le cas général de sollicitations extérieures. Soient  $p$  lits de torons situés à une distance  $d_p$  par rapport à la fibre inférieure et  $P_k$ , l'effort de précontrainte appliqué dans le  $k^{\text{ième}}$  lit au temps  $t_i$ . Soient  $N_{si}$ , un effort normal extérieur appliqué à la section à une distance  $d_{ns}$  par rapport à la fibre inférieure et  $M_{si}$ , un moment de flexion extérieur appliqué à la section au temps  $t_i$ . L'effort total  $N_i$  et le moment de flexion total  $M_i$  qui sollicitent la section au temps  $t_i$  sont donnés par les expressions suivantes:

$$N_i = N_{si} + \sum_{k=1}^p P_k$$

$$M_i = M_{si} + N_{si} \cdot d_{ns} + \sum_{k=1}^p P_k \cdot d_{pk}$$

Après résolution du système, on peut calculer la contrainte dans la  $j^{\text{ème}}$  phase de béton à une distance  $y$  par rapport à la fibre inférieure :

$$\sigma_{\text{béton}j} = E_{cj} \cdot \varepsilon_i = E_{cj} \cdot (\varepsilon_{oi} + (y \cdot \kappa_i))$$

où  $E_{cj}$  = module d'élasticité de la  $j^{\text{ème}}$  phase de béton.

La contrainte dans le  $k^{\text{ième}}$  lit de torons à une distance  $d_{pk}$  par rapport à la fibre inférieure est:

$$\sigma_{pk} = E_{pk} \cdot \varepsilon_i - (P_k / A_{pk}) = E_{pk} \cdot (\varepsilon_{oi} + (y \cdot \kappa_i)) - (P_k / A_{pk})$$

où  $E_{pk}$  = module d'élasticité du  $k^{\text{ième}}$  lit de torons.

### 6.1.2. Effets différés

Dans une approche incrémentale, l'axe du temps doit être discrétisé entre chaque événement de charge extérieure appliquée à l'instant  $t_i$ . A l'image de ce qui a été fait pour les méthodes de calcul précédentes, les pas de temps  $\Delta t_p$  sont choisis de telle sorte qu'ils soient égaux dans une échelle logarithmique. Chaque événement de charge extérieure constitue une nouvelle origine pour la série de pas de temps.

$$\frac{t_p - t_i}{t_{p-1} - t_i} = 10^{1/n}$$

où  $\Delta t_p = t_p - t_{p-1}$

$n = 4$  (ce qui donne une précision tout-à-fait satisfaisante).

Etant donné la rapidité avec laquelle se développe le fluage juste après l'application d'une charge, le premier pas de temps est fixé à 0,1 jour.

On a vu que par l'utilisation de chaînes d'éléments Kelvin, on peut développer en série de Dirichlet toute fonction de fluage sous la forme :

$$J(t, t_i) = \sum_{\mu=1}^N \frac{1}{C_{\mu}(t_i)} \cdot (1 - e^{-(t-t_i)/\tau_{\mu}})$$

avec N, le nombre d'éléments de la chaîne ;

$t_i$  [d], l'âge du béton au moment du chargement ;

$C_{\mu}$  [MPa], la rigidité élémentaire du  $\mu^{\text{ème}}$  élément Kelvin ;

$\tau_{\mu}$  [d], le temps de retard qui équivaut à  $C_{\mu}/\eta_{\mu}$   
avec  $\eta_{\mu}$ , la viscosité élémentaire du  $\mu^{\text{ème}}$  élément Kelvin.

On a vu également que les  $\tau_{\mu}$  sont choisis à priori suivant l'expression suivante :

$$\tau_{\mu} = 10 \cdot \tau_{\mu-1} \text{ avec } \mu = 2, \dots, 8$$

avec la restriction que  $\tau_{\text{max}}$  doit être du même ordre de grandeur que le temps maximal utilisé dans la simulation (1000 jours dans notre simulation sachant que pour  $\mu=8$ ,  $\tau = 2000$  jours).  $\tau_1$  doit être d'un ordre de grandeur bien inférieur à celui du plus petit intervalle de temps à utiliser dans la simulation (2 heures soit 0,0833 jour dans notre simulation, ce qui correspond aux pas de temps choisis dans CESAR pour l'élévation de température au jeune âge). Nous l'avons fixé à :

$$\tau_1 = 0,0002 \text{ jour}$$

La substitution du noyau dégénéré  $J(t, t_i)$  dans l'équation intégrale

$$\varepsilon(t) = \int_0^t J(t, \tau) \cdot \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} d\tau$$

réduit le problème à résoudre à l'équation suivante :

$$\varepsilon(t) = \sum_{\mu=1}^N \varepsilon_{\mu}(t)$$

dans laquelle les  $\varepsilon_{\mu}$  sont des variables internes ou cachées.

On cherche alors à évaluer au temps  $t_p$  la valeur de  $\varepsilon(t_p)$  et de  $\sigma(t_p)$  connaissant  $\varepsilon(t_{p-1})$ ,  $\sigma(t_{p-1})$  et  $\varepsilon_{\mu}(t_{p-1})$ . Sur le pas de temps  $\Delta t_p$ , on fait l'hypothèse que :

$$C_{\mu} \approx \text{constante} = \frac{1}{2} \cdot [C_{\mu}(t_p) + C_{\mu}(t_{p-1})]$$

Les variables changent uniquement de valeur aux temps discrets  $t_0, \dots, t_{p-1}, t_p$ . Bažant montre que les  $\varepsilon_{\mu}$  peuvent se calculer de la manière suivante dans [Bažant, 1973 ; Bažant, 1974]:

$$\varepsilon_{\mu}^p = \varepsilon_{\mu}^{p-1} \cdot e^{-\frac{\Delta t_p}{\tau_{\mu}}} + \lambda_{\mu}(p) \frac{2}{C_{\mu}(t_p) + C_{\mu}(t_{p-1})} \cdot \Delta \sigma^p$$

avec

$$\lambda_{\mu}(p) = \frac{\tau_{\mu}}{\Delta t_p} \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t_p}{\tau_{\mu}}} \right) \text{ pour } \mu = 1, \dots, 8 ;$$

$$\Delta \sigma^p = \sigma^p - \sigma^{p-1} ;$$

Nous avons déterminé :

$$\text{pour } \mu = 1, \quad \frac{1}{C_1(t_p)} = \frac{1}{C_1(t_{28})} \cdot \left[ \exp \left[ 0,2 \left[ 1 - \left( \frac{28}{t_p - t_{\text{coulage}}} \right)^{0,5} \right] \right] \right]^{-0,5}$$

$$\text{pour } \mu = 2, \dots, N \quad \frac{1}{C_{\mu}(t_p)} = \frac{1}{C_{\mu}(t_{28})} \cdot \frac{0,1 + 28^{0,2}}{0,1 + (t_p - t_{\text{coulage}})^{0,2}} \cdot h(x, y, t_p)$$

où  $t_{\text{coulage}}$ , le temps correspondant au coulage de la phase de béton considérée,

$$h(x, y, t_p) = \left[ 1 + \frac{0,01}{\theta} \cdot (C_1(x, y, t_p) - C_2(x, y, t_p)) \right]$$

avec  $\theta$ , la pente de l'isotherme de désorption ;

$C_1$ , la teneur en eau avec prise en compte de l'hydratation et du séchage ;

$C_2$ , la teneur en eau avec prise en compte uniquement de l'hydratation.

Dans [Bažant, 1973], l'auteur attire l'attention sur le fait que  $\lambda_{\mu}(p)$  tend vers 1 quand

$\frac{\Delta t_p}{\tau_{\mu}} \rightarrow 0$  et  $\lambda_{\mu}(p)$  tend vers 0 quand  $\frac{\Delta t_p}{\tau_{\mu}} \rightarrow \infty$  ce qui implique les quelques

précautions à prendre au niveau numérique qui sont détaillées ci-après.

Notons  $\mu_p$  le  $p^{\text{ième}}$   $\mu$  compris entre 3 et 8 tel que  $\tau_{\mu_p} \leq \Delta t_p < \tau_{\mu_{p+1}}$  alors

$$\frac{1}{E_c^{*p}} = \frac{1}{\left( \frac{C_1(t_p) + C_1(t_{p-1})}{2} \right)} + \sum_{\mu=2}^{\mu_{p-1}} \frac{1}{\left( \frac{C_{\mu}(t_p) + C_{\mu}(t_{p-1})}{2} \right)} + \sum_{\mu=\mu_p}^8 \frac{(1 - \lambda_{\mu}(p))}{\left( \frac{C_{\mu}(t_p) + C_{\mu}(t_{p-1})}{2} \right)}$$

sauf si  $\frac{\Delta t_p}{\tau_{\mu}} \cong 0$  alors  $\lambda_{\mu} = 1$  quand  $\mu > \mu_{p+1}$  et donc

$$\frac{1}{E_c^{*p}} = \frac{1}{\left( \frac{C_1(t_p) + C_1(t_{p-1})}{2} \right)} + \sum_{\mu=2}^{\mu_{p-1}} \frac{1}{\left( \frac{C_{\mu}(t_p) + C_{\mu}(t_{p-1})}{2} \right)} + \sum_{\mu=\mu_p}^{\mu_{p+1}} \frac{(1 - \lambda_{\mu}(p))}{\left( \frac{C_{\mu}(t_p) + C_{\mu}(t_{p-1})}{2} \right)}$$

$$(\Delta \varepsilon^*)^p = \sum_{\mu=\mu_p}^8 \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t_p}{\tau_\mu}} \right) \cdot \varepsilon_\mu^{p-1}(x, y, t^{p-1})$$

On a vu que  $\varepsilon_\mu^{p-1} = \varepsilon_\mu^{p-2} \cdot e^{-\frac{\Delta t_{p-1}}{\tau_\mu}} + \lambda_\mu (p-1) \frac{2}{C_\mu(t_{p-1}) + C_\mu(t_{p-2})} \cdot \Delta \sigma^{p-1}$ , ce qui permet d'évaluer  $(\Delta \varepsilon^*)^p$  pour  $p \geq 2$  par l'expression suivante :

$$(\Delta \varepsilon^*)^p = \sum_{\mu=\mu_p}^8 \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t_p}{\tau_\mu}} \right) \left( \varepsilon_\mu^{p-2} \cdot e^{-\frac{\Delta t_{p-1}}{\tau_\mu}} + \lambda_\mu (p-1) \frac{2}{C_\mu(t_{p-1}) + C_\mu(t_{p-2})} \cdot \Delta \sigma_c^{p-1} \right)$$

et de calculer l'incrément de contrainte sur le pas  $\Delta t_p$  par :

$$\Delta \sigma_c^p = E_c^p \left[ \Delta \varepsilon^p - (\Delta \varepsilon^*)^p - (\Delta \varepsilon_s)^p \right]$$

avec  $(\Delta \varepsilon^*)^p$  l'incrément de déformation de fluage fondamental

$$\text{et } (\Delta \varepsilon_s)^p = (\Delta \varepsilon_{th})^p + (\Delta \varepsilon_{sre})^p + (\Delta \varepsilon_{srd})^p + (\Delta \varepsilon_{sfdi})^p + (\Delta \varepsilon_{sfdts})^p$$

$(\Delta \varepsilon_{th})^p$  l'incrément de déformation de retrait thermique ;

$(\Delta \varepsilon_{sre})^p$  l'incrément de déformation de retrait endogène ;

$(\Delta \varepsilon_{srd})^p$  l'incrément de déformation de retrait de dessiccation ;

$(\Delta \varepsilon_{sfdi})^p$  l'incrément de déformation de fluage de dessiccation intrinsèque ;

$(\Delta \varepsilon_{sfdts})^p$  l'incrément de déformation de fluage de dessiccation structural.

On retrouve la forme incrémentale pseudo-algébrique que nous avons utilisée lors de l'application du principe de superposition suivant la règle du trapèze dans les deux premières parties de ce travail. Le calcul de l'accroissement de contrainte  $\Delta \sigma^p$  dans le béton se ramène à la recherche d'une solution pseudo-élastique  $\Delta \varepsilon$  avec déformations initiales  $(\Delta \varepsilon^*)^p + (\Delta \varepsilon_s)^p$ .

Ensuite, les variables cachées peuvent être actualisées avant de passer au pas de temps suivant par l'équation déjà mentionnée plus haut :

$$\varepsilon_\mu^p = \varepsilon_\mu^{p-1} \cdot e^{-\frac{\Delta t_p}{\tau_\mu}} + \lambda_\mu (p) \frac{2}{C_\mu(p) + C_\mu(p-1)} \cdot \Delta \sigma^p$$

Compte tenu des précisions qui ont été données au chapitre 5 sur les différentes composantes de déformations différées, seules les expressions mathématiques de celles-ci sont détaillées ci-après.

L'incrément de déformation de retrait thermique est évalué localement par :

$$(\Delta \varepsilon_{th})_c^p = -\alpha \cdot (T^p - T^{p-1})$$

avec  $\alpha$ , une constante ;

$T^p$ , la température calculée dans le module TEXO au temps  $t_p$  et au point de coordonnées (x,y).

L'incrément de déformation de retrait endogène est évalué localement par :

$$(\Delta \varepsilon_{sre})_c^p = -\beta \cdot \frac{(C_2^p - C_2^{p-1})}{k \cdot c_0 \cdot \xi_{max}}$$

avec  $\beta$ , une constante ;

$C_2^p$ , la teneur en eau calculée en l'absence de séchage dans le module DTNL (HEXO) au temps  $t_p$  et au point de coordonnées (x,y) ;

$c_0$ , la quantité de ciment initiale du mélange prévue dans la formulation de béton;

$k$ , la quantité d'eau consommée par unité de ciment hydraté (constante propre au type de ciment) ;

$\xi_{max}$ , le degré d'hydratation maximal atteint par le BHP fonction du rapport E/C.

Pour l'incrément de déformation de retrait de dessiccation ainsi que l'incrément de déformation de fluage de dessiccation structural, une distinction existe suivant qu'il s'agit de la phase 1 de béton (dalle précontrainte) ou de la phase 2 de béton (membrure non précontrainte).

### Pour la phase 1

$$1) \text{ si } \left(\frac{\Delta P}{P}\right)^p \leq \left(\frac{\Delta P}{P}\right)^{prec}$$

avec  $\left(\frac{\Delta P}{P}\right)^p$  la perte en masse de la dalle au temps  $t_p$  et

$\left(\frac{\Delta P}{P}\right)^{prec}$  la perte en masse de la dalle au transfert de la précontrainte

alors si on tient compte des phases de réhumidification

$$(\Delta \varepsilon_{srd})_c^p = \kappa (C_2^p - C_1^p - C_2^{p-1} + C_1^{p-1})$$

$$(\Delta \varepsilon_{sfd})_c^p = 0$$

si on ne tient pas compte des phases de réhumidification

$$(\Delta \varepsilon_{srd})_c^p = \kappa (C_2^p - C_1^p - C_2^{p-1} + C_1^{p-1}) \text{ si } (C_2^p - C_1^p - C_2^{p-1} + C_1^{p-1}) > 0$$

$$(\Delta \varepsilon_{srd})_c^p = 0 \text{ si } (C_2^p - C_1^p - C_2^{p-1} + C_1^{p-1}) < 0$$

$$(\Delta \varepsilon_{sfd})_c^p = 0$$

avec  $\kappa$ , une constante ;

$C_1^p$ , la teneur en eau calculée en présence du séchage dans le module DTNL (HEXO) au temps  $t_p$  et au point de coordonnées (x,y) ;

$C_2^p$ , la teneur en eau calculée en l'absence de séchage dans le module DTNL (HEXO) au temps  $t_p$  et au point de coordonnées (x,y) ;

$$2) \text{ si } \left(\frac{\Delta P}{P}\right)^{prec} < \left(\frac{\Delta P}{P}\right)^p \leq \left(\frac{\Delta P}{P}\right)_0$$

avec  $\left(\frac{\Delta P}{P}\right)_0$  le seuil de perte en masse dans la dalle

alors

$$\left(\Delta \varepsilon_{srd}\right)_c^p = 0$$

$$\left(\Delta \varepsilon_{sfds}\right)_c^p = K.0,01.F\left(\sigma_c^{p-1}\right) \left[ \left(\frac{\Delta P}{P}\right)^p - \left(\frac{\Delta P}{P}\right)^{p-1} \right]$$

où  $K = \rho.\kappa$ , une constante et

avec si  $\sigma_c^{p-1} \leq 0 \rightarrow F\left(\sigma_c^{p-1}\right) = 0$  où  $\sigma_c^{p-1}$  est la contrainte dans le béton au temps  $t_{p-1}$

$$\text{si } 0 < \sigma_c^{p-1} \leq 15 \rightarrow F\left(\sigma_c^{p-1}\right) = \frac{\sigma_c^{p-1}}{15}$$

$$\text{si } \sigma_c^{p-1} > 15 \rightarrow F\left(\sigma_c^{p-1}\right) = 1$$

$$3) \text{ si } \left(\frac{\Delta P}{P}\right)^p > \left(\frac{\Delta P}{P}\right)_0$$

alors si on tient compte des phases de réhumidification

$$\left(\Delta \varepsilon_{srd}\right)_c^p = \kappa \left( C_2^p - C_1^p - C_2^{p-1} + C_1^{p-1} \right)$$

$$\left(\Delta \varepsilon_{sfds}\right)_c^p = 0$$

si on ne tient pas compte des phases de réhumidification

$$\left(\Delta \varepsilon_{srd}\right)_c^p = \kappa \left( C_2^p - C_1^p - C_2^{p-1} + C_1^{p-1} \right) \text{ si } \left( C_2^p - C_1^p - C_2^{p-1} + C_1^{p-1} \right) > 0$$

$$\left(\Delta \varepsilon_{srd}\right)_c^p = 0 \text{ si } \left( C_2^p - C_1^p - C_2^{p-1} + C_1^{p-1} \right) < 0$$

$$\left(\Delta \varepsilon_{sfds}\right)_c^p = 0$$

### **Pour la phase 2**

Si on tient compte des phases de réhumidification

$$\left(\Delta \varepsilon_{srd}\right)_c^p = \kappa \left( C_2^p - C_1^p - C_2^{p-1} + C_1^{p-1} \right)$$

$$\left(\Delta \varepsilon_{sfds}\right)_c^p = 0$$

Si on ne tient pas compte des phases de réhumidification

$$(\Delta \varepsilon_{srd})_c^p = \kappa (C_2^p - C_1^p - C_2^{p-1} + C_1^{p-1}) \text{ si } (C_2^p - C_1^p - C_2^{p-1} + C_1^{p-1}) > 0$$

$$(\Delta \varepsilon_{srd})_c^p = 0 \text{ si } (C_2^p - C_1^p - C_2^{p-1} + C_1^{p-1}) < 0$$

$$(\Delta \varepsilon_{sfd})_c^p = 0$$

avec  $\kappa$ , une constante ;

$C_1^p$ , la teneur en eau calculée en présence du séchage dans le module DTNL (HEXO) au temps  $t_p$  et au point de coordonnées  $(x,y)$  ;

$C_2^p$ , la teneur en eau calculée en l'absence de séchage dans le module DTNL (HEXO) au temps  $t_p$  et au point de coordonnées  $(x,y)$  ;

L'incrément de déformation de fluage de dessiccation intrinsèque est évalué localement par :

Si  $\sigma_c^{p-1} \geq 0$   $(\Delta \varepsilon_{sfd})_c^p = \lambda \cdot \sigma_c^{p-1} \cdot |h^p - h^{p-1}|$  ce qui se traduit par

$$(\Delta \varepsilon_{sfd})_c^p = \lambda \cdot \sigma_c^{p-1} \frac{0,01}{\theta} |C_2^p - C_1^p - C_2^{p-1} + C_1^{p-1}|$$

Si  $\sigma_c^{p-1} < 0$   $(\Delta \varepsilon_{sfd})_c^p = 0$

où  $\lambda$  et  $\theta$  sont des constantes ;

$\sigma_c^{p-1}$  la contrainte dans le béton au temps  $t_{p-1}$  considérée en compression si  $>0$ .

A l'image de ce qui a été fait dans le programme pas-à-pas (le raisonnement est tout à fait identique), suite à la présence des effets différés dans le béton et de la relaxation dans les torons, il faut calculer les efforts  $N_{ip}$  et  $M_{ip}$  à appliquer à la section pour restaurer l'équilibre. Les expressions générales des efforts  $N_{ip}$  et  $M_{ip}$  sont :

$$N_{ip} = \int_{A_c} E_c^{p,p} (\Delta \varepsilon'' + \Delta \varepsilon_s)_c^p dA_c + \int_{A_p} (\Delta \sigma_{pr}^p - \Delta \sigma_{pr}^{p-1}) dA_p$$

$$M_{ip} = \int_{A_c} E_c^{p,p} (\Delta \varepsilon'' + \Delta \varepsilon_s)_c^p y dA_c + \int_{A_p} (\Delta \sigma_{pr}^p - \Delta \sigma_{pr}^{p-1}) y dA_p$$

Suite à l'application de ces efforts sur la section non dissociée aura lieu une variation des déformations. Au niveau de la fibre inférieure de la section (choisie comme fibre de référence), la variation de déformation sera  $\Delta \varepsilon_0^p$  et la variation de courbure (identique pour toute la hauteur de la section) sera  $\Delta \kappa^p$ . Les expressions de  $\Delta \varepsilon_0^p$  et  $\Delta \kappa^p$  sont analogues à celles qui avaient été établies dans la première partie pour la méthode pas-à-pas.

A chaque pas de temps, on résout le système suivant:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_0^p \\ \Delta \kappa^p \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_{c1}'' (A'' I'' - B'')} \begin{bmatrix} I'' & -B'' \\ -B'' & A'' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_{lp} \\ M_{lp} \end{Bmatrix}$$

$$\text{avec } \Delta \varepsilon^p = \Delta \varepsilon_0^p + y \Delta \kappa^p$$

Le béton de 1<sup>ère</sup> phase étant considéré comme le béton de référence, les différents termes caractérisant les propriétés géométriques de la section sont rapportés au module  $E_{c1}''$ . En ce qui concerne les propriétés géométriques, les expressions sont:

$$A'' = \sum_{j=1}^n \frac{E_{cj}''}{E_{c1}''} \cdot A_{cj} + \sum_{k=1}^s \frac{E_{sk}''}{E_{c1}''} \cdot A_{sk} + \sum_{k=1}^p \frac{E_{pk}''}{E_{c1}''} \cdot A_{pk} + \frac{E_{ss}''}{E_{c1}''} \cdot A_{ss}$$

$$B'' = \sum_{j=1}^n \frac{E_{cj}''}{E_{c1}''} \cdot A_{cj} \cdot d_{cj} + \sum_{k=1}^s \frac{E_{sk}''}{E_{c1}''} \cdot A_{sk} \cdot d_{sk} + \sum_{k=1}^p \frac{E_{pk}''}{E_{c1}''} \cdot A_{pk} \cdot d_{pk} + \frac{E_{ss}''}{E_{c1}''} \cdot A_{ss} \cdot d_{ss}$$

$$I'' = \sum_{j=1}^n \left( \frac{E_{cj}''}{E_{c1}''} \cdot (I_{cgj} + A_{cj} \cdot d_{cj}^2) \right) + \sum_{k=1}^s \frac{E_{sk}''}{E_{c1}''} \cdot A_{sk} \cdot d_{sk}^2 + \sum_{k=1}^p \frac{E_{pk}''}{E_{c1}''} \cdot A_{pk} \cdot d_{pk}^2 + \frac{E_{ss}''}{E_{c1}''} \cdot (I_{ssg} + A_{ss} \cdot d_{ss}^2)$$

avec

$A''$  = aire de la section au pas p

$B''$  = moment statique par rapport à la fibre inférieure de la section au pas p

$I''$  = moment d'inertie par rapport à la fibre inférieure de la section au pas p

$E_{cj}''$  = module déformé du béton de la j<sup>ème</sup> phase au pas p

$E_{sk}''$  = module d'élasticité du k<sup>ème</sup> lit d'armatures passives

$E_{pk}''$  = module d'élasticité du k<sup>ème</sup> lit de torons

$E_{ss}''$  = module d'élasticité des poutrelles en acier

$A_{cj}$  = aire nette du béton de la j<sup>ème</sup> phase (avec n = nombre de phases de béton)

$A_{sk}$  = aire du k<sup>ème</sup> lit d'armatures passives (avec s = nombre de lits d'armatures)

$A_{pk}$  = aire du k<sup>ème</sup> lit de torons (avec p = nombre de lits de torons)

$A_{ss}$  = aire totale des poutrelles en acier

$d_{cj}$  = distance entre le centre de gravité du béton net de la j<sup>ème</sup> phase et la fibre inférieure de la section

$d_{sk}$  = distance entre le k<sup>ème</sup> lit d'armatures et la fibre inférieure de la section

$d_{pk}$  = distance entre le k<sup>ème</sup> lit de torons et la fibre inférieure de la section

$d_{ss}$  = distance entre le centre de gravité des poutrelles en acier et la fibre inférieure de la section

$I_{cgj}$  = moment d'inertie du béton net de la j<sup>ème</sup> phase par rapport à son centre de gravité

$I_{ssg}$  = moment d'inertie des poutrelles en acier par rapport à leur centre de gravité

et si nous notons  $\mu_p$  le  $p^{\text{ième}}$   $\mu$  compris entre 3 et 8 tel que  $\tau_{\mu_p} \leq \Delta t_p < \tau_{\mu_{p+1}}$  alors

$$\frac{1}{E_{cj}^*} = \frac{1}{\left(\frac{C_1(t_p) + C_1(t_{p-1})}{2}\right)} + \sum_{\mu=2}^{\mu_{p-1}} \frac{1}{\left(\frac{C_\mu(t_p) + C_\mu(t_{p-1})}{2}\right)} + \sum_{\mu=\mu_p}^8 \frac{(1 - \lambda_\mu(p))}{\left(\frac{C_\mu(t_p) + C_\mu(t_{p-1})}{2}\right)}$$

sauf si  $\frac{\Delta t_p}{\tau_\mu} \cong 0$  alors  $\lambda_\mu = 1$  quand  $\mu > \mu_{p+1}$  et donc

$$\frac{1}{E_{cj}^*} = \frac{1}{\left(\frac{C_1(t_p) + C_1(t_{p-1})}{2}\right)} + \sum_{\mu=2}^{\mu_{p-1}} \frac{1}{\left(\frac{C_\mu(t_p) + C_\mu(t_{p-1})}{2}\right)} + \sum_{\mu=\mu_p}^{\mu_{p+1}} \frac{(1 - \lambda_\mu(p))}{\left(\frac{C_\mu(t_p) + C_\mu(t_{p-1})}{2}\right)}$$

avec pour  $\mu = 1$ ,

$$\frac{1}{C_1(t_p)} = \frac{1}{C_1(t_{28})} \cdot \left[ \exp \left[ 0,2 \left[ 1 - \left( \frac{28}{t_p - t_{\text{coulage}}} \right)^{0,5} \right] \right] \right]^{-0,5}$$

pour  $\mu = 2, \dots, N$

$$\frac{1}{C_\mu(t_p)} = \frac{1}{C_\mu(t_{28})} \cdot \frac{0,1 + 28^{0,2}}{0,1 + (t_p - t_{\text{coulage}})^{0,2}}$$

où  $t_{\text{coulage}}$ , le temps correspondant au coulage de la phase  $j$  de béton considérée.

Pour le béton de la  $j^{\text{ème}}$  phase, l'incrément de contrainte  $\Delta\sigma_{cj}$  qui se produit durant un intervalle de temps  $(t_{p-1}, t_p)$  est:

$$\Delta\sigma_{cj}^p = E_{cj}^{*p} \left[ \Delta\varepsilon_0^p + y \cdot \Delta\kappa^p - (\Delta\varepsilon_c^*)^p - (\Delta\varepsilon_s)_c^p \right]$$

Pour le  $k^{\text{ième}}$  lit de torons, l'incrément de contrainte  $\Delta\sigma_{pk}$  qui se produit durant un intervalle de temps  $(t_{p-1}, t_p)$  est:

$$\Delta\sigma_{pk}^p = E_{pk} \cdot (\Delta\varepsilon_o^p + d_{pk} \cdot \Delta\kappa^p) - (\Delta\sigma_{pr}^p - \Delta\sigma_{pr}^{p-1})$$

Dans l'expression des efforts internes  $N_{ip}$  et  $M_{ip}$  au pas  $p$ ,

$$N_{ip} = \int_{A_c} E_c^{*p} (\Delta\varepsilon_c^* + \Delta\varepsilon_s)_c^p dA_c + \int_{A_p} (\Delta\sigma_{pr}^p - \Delta\sigma_{pr}^{p-1}) dA_p$$

$$M_{ip} = \int_{A_c} E_c^{*p} (\Delta\varepsilon_c^* + \Delta\varepsilon_s)_c^p y dA_c + \int_{A_p} (\Delta\sigma_{pr}^p - \Delta\sigma_{pr}^{p-1}) y dA_p$$

l'intégrale portant sur les torons peut être remplacée aisément par une somme sur chaque lit de torons ( $k$  étant le nombre total de lit de torons) de la manière suivante:

$$\int_{A_p} (\Delta\sigma_{pr}^p - \Delta\sigma_{pr}^{p-1}) dA_p = \sum_{\substack{\text{lit} \\ \text{torons}}} A_{pk} \cdot \chi_{r_k} \cdot (\Delta\sigma_{pr_k}^p - \Delta\sigma_{pr_k}^{p-1})$$

$$\int_{A_p} (\Delta\sigma_{pr}^p - \Delta\sigma_{pr}^{p-1}) y dA_p = \sum_{\substack{\text{lit} \\ \text{torons}}} A_{pk} \cdot d_{p_k} \cdot \chi_{r_k} \cdot (\Delta\sigma_{pr_k}^p - \Delta\sigma_{pr_k}^{p-1})$$

Par contre, l'intégration portant sur les différentes phases de béton doit se résoudre par une intégration numérique sur les éléments de béton de la section. La méthode de Simpson (ordre 3) a été implémentée dans le programme de calcul. Compte tenu de la manière dont la structure a été discrétisée, l'application de cette méthode s'est avérée tout à fait suffisante pour obtenir un degré de précision élevé dans l'évaluation des contraintes. Par raison de symétrie, seule la moitié de la structure a été modélisée. Celle-ci est divisée en éléments rectangulaires dont la densité la plus élevée se situe dans les zones proches des faces exposées au séchage et là où cela s'avère nécessaire pour assurer la continuité entre les éléments. Cette discrétisation est nettement plus grossière que celle qui a été générée dans CESAR-LCPC pour évaluer localement la teneur en eau et le degré d'hydratation (dont les graphiques seront présentés au chapitre suivant). Un petit programme de tri permet d'identifier les numéros des nœuds du maillage CESAR qui correspondent aux coordonnées des nœuds sommets des éléments rectangulaires définis dans le maillage du programme que nous avons développé. C'est l'ensemble des nœuds sommets des éléments rectangulaires qui interviennent par la suite dans le calcul des efforts internes  $N_{ip}$  et  $M_{ip}$ . La figure C.6.1 illustre la grille utilisée pour le calcul des déformations et des contraintes. Nous attirons l'attention du lecteur sur le point suivant : le dessin illustre le principe mais ne prétend pas reproduire fidèlement la géométrie qui a été utilisée compte tenu des déformations que subissent les dessins de ce type lors de passages multiples depuis Matlab vers les outils Windows et finalement leur incorporation dans un document Word.

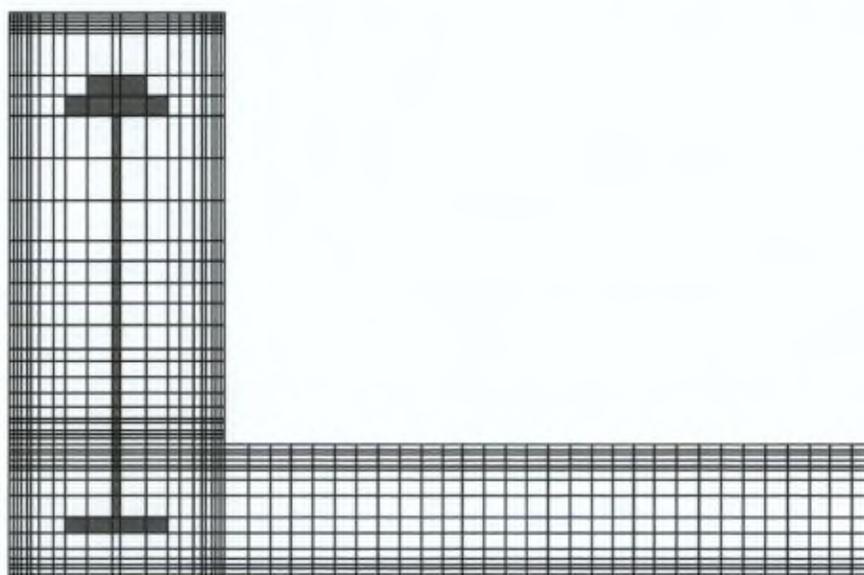


Figure C.6.1 Discretisation de la moitié de la structure par des éléments rectangulaires

L'intégrale portant sur le béton peut être éclatée en plusieurs termes dont les expressions de chacun d'entre eux sont explicitées ci-après.

$$\int_{A_c} E_c^{n,p} (\Delta \varepsilon'' + \Delta \varepsilon_s)_c^p dA_c = \int_{A_c} E_c^{n,p} \Delta \varepsilon''^p dA_c + \int_{A_c} E_c^{n,p} \Delta \varepsilon_s^p dA_c$$

Soient

$$f(x_i, y_i) = E_{\text{béton}}^{n,p} (x_i, y_i) \varepsilon_{\mu \text{ béton}}^{p-2} (x_i, y_i) e^{-\frac{\Delta t_{p-1}}{\tau \mu}} + E_{\text{béton}}^{n,p} (x_i, y_i) \lambda_{\mu}^{(p-1)} \frac{2}{C_{\mu}(x_i, y_i, t_{p-1}) + C_{\mu}(x_i, y_i, t_{p-2})} \Delta \sigma_{\text{béton}}^{p-1} (x_i, y_i)$$

$$c_i = \frac{x_i + x_{i+1}}{2} \text{ et } d_i = \frac{y_i + y_{i+1}}{2}$$

$$\begin{aligned} & \int_{A_c} E_c^{n,p} \Delta \varepsilon''^p dA_c \\ &= \sum_{\text{béton}} \sum_{\mu=1}^8 \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t_p}{\tau \mu}} \right)^{\text{nbre}} \frac{\text{div } x}{\sum (x_{i+1} - x_i)} \left[ \frac{\text{nbre}}{\sum (y_{i+1} - y_i)} \left[ \frac{1}{6} f(x_i, y_i) + \frac{2}{3} f(x_i, d_i) + \frac{1}{6} f(x_i, y_{i+1}) \right] \right. \\ & \quad \left. + \frac{2}{3} \frac{\text{div } y}{\sum} \left[ \frac{1}{6} f(c_i, y_i) + \frac{2}{3} f(c_i, d_i) + \frac{1}{6} f(c_i, y_{i+1}) \right] \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{6} \frac{\text{nbre}}{\sum (y_{i+1} - y_i)} \left[ \frac{1}{6} f(x_{i+1}, y_i) + \frac{2}{3} f(x_{i+1}, d_i) + \frac{1}{6} f(x_{i+1}, y_{i+1}) \right] \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_{A_c} E_c^{n,p} \Delta \varepsilon_s^p dA_c \\ &= \int_{A_c} E_c^{n,p} (\Delta \varepsilon_{th})_c^p dA_c + \int_{A_c} E_c^{n,p} (\Delta \varepsilon_{sre})_c^p dA_c + \int_{A_c} E_c^{n,p} (\Delta \varepsilon_{srd})_c^p dA_c + \int_{A_c} E_c^{n,p} (\Delta \varepsilon_{sfds})_c^p dA_c + \int_{A_c} E_c^{n,p} (\Delta \varepsilon_{sfds})_c^p dA_c \end{aligned}$$

$$\text{Posons } g(x_i, y_i) = C_2^p(x_i, y_i) - C_2^{p-1}(x_i, y_i)$$

$$\text{Posons } l(x_i, y_i) = C_2^p(x_i, y_i) - C_1^p(x_i, y_i) - C_2^{p-1}(x_i, y_i) + C_1^{p-1}(x_i, y_i)$$

Posons

$$m(x_i, y_i) = \sigma_{\text{béton}}^{p-1}(x_i, y_i) \cdot \frac{0,01}{\theta} \left[ C_2^p(x_i, y_i) - C_1^p(x_i, y_i) - C_2^{p-1}(x_i, y_i) + C_1^{p-1}(x_i, y_i) \right]$$

$$\begin{aligned}
& \int_{A_c} E_c^{n,p} (\Delta \varepsilon_{sre})_c^p dA_c \\
&= \sum_{\text{béton}} \beta \sum_{\text{div } x}^{nbre} (x_{i+1} - x_i) \left[ \frac{1}{6} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{''p} (x_i, y_i) g(x_i, y_i) + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{''p} (x_i, d_i) g(x_i, d_i) + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{''p} (x_i, y_{i+1}) g(x_i, y_{i+1}) \right] \right. \\
&+ \frac{2}{3} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{''p} (c_i, y_i) g(c_i, y_i) + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{''p} (c_i, d_i) g(c_i, d_i) + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{''p} (c_i, y_{i+1}) g(c_i, y_{i+1}) \right] \\
&\left. + \frac{1}{6} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{''p} (x_{i+1}, y_i) g(x_{i+1}, y_i) + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{''p} (x_{i+1}, d_i) g(x_{i+1}, d_i) + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{''p} (x_{i+1}, y_{i+1}) g(x_{i+1}, y_{i+1}) \right] \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_{A_c} E_c^{n,p} (\Delta \varepsilon_{srd})_c^p dA_c \\
&= \sum_{\text{béton}} \kappa \sum_{\text{div } x}^{nbre} (x_{i+1} - x_i) \left[ \frac{1}{6} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{''p} (x_i, y_i) l(x_i, y_i) + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{''p} (x_i, d_i) l(x_i, d_i) + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{''p} (x_i, y_{i+1}) l(x_i, y_{i+1}) \right] \right. \\
&+ \frac{2}{3} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{''p} (c_i, y_i) l(c_i, y_i) + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{''p} (c_i, d_i) l(c_i, d_i) + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{''p} (c_i, y_{i+1}) l(c_i, y_{i+1}) \right] \\
&\left. + \frac{1}{6} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{''p} (x_{i+1}, y_i) l(x_{i+1}, y_i) + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{''p} (x_{i+1}, d_i) l(x_{i+1}, d_i) + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{''p} (x_{i+1}, y_{i+1}) l(x_{i+1}, y_{i+1}) \right] \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_{A_c} E_c^{n,p} (\Delta \varepsilon_{sfd})_c^p dA_c \\
&= \sum_{\text{béton}} \lambda \sum_{\text{div } x}^{nbre} (x_{i+1} - x_i) \left[ \frac{1}{6} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{''p} (x_i, y_i) m(x_i, y_i) + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{''p} (x_i, d_i) m(x_i, d_i) + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{''p} (x_i, y_{i+1}) m(x_i, y_{i+1}) \right] \right. \\
&+ \frac{2}{3} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{''p} (c_i, y_i) m(c_i, y_i) + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{''p} (c_i, d_i) m(c_i, d_i) + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{''p} (c_i, y_{i+1}) m(c_i, y_{i+1}) \right] \\
&\left. + \frac{1}{6} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{''p} (x_{i+1}, y_i) m(x_{i+1}, y_i) + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{''p} (x_{i+1}, d_i) m(x_{i+1}, d_i) + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{''p} (x_{i+1}, y_{i+1}) m(x_{i+1}, y_{i+1}) \right] \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_{A_c} E_c^{\tau p} (\Delta \varepsilon_{sfds})_c^p dA_c \\
&= \sum_{\text{béton}} \sum_{\text{div } x}^{nbre} (x_{i+1} - x_i) \left[ \frac{1}{6} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{\tau\tau p} (x_i, y_i) \Delta \varepsilon_{sfds}^p (x_i, y_i) + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{\tau\tau p} (x_i, d_i) \Delta \varepsilon_{sfds}^p (x_i, d_i) + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{\tau\tau p} (x_i, y_{i+1}) \Delta \varepsilon_{sfds}^p (x_i, y_{i+1}) \right] \right. \\
&+ \frac{2}{3} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{\tau p} (c_i, y_i) \Delta \varepsilon_{sfds}^p (c_i, y_i) + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{\tau p} (c_i, d_i) \Delta \varepsilon_{sfds}^p (c_i, d_i) + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{\tau p} (c_i, y_{i+1}) \Delta \varepsilon_{sfds}^p (c_i, y_{i+1}) \right] \\
&\left. + \frac{1}{6} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{\tau p} (x_{i+1}, y_i) \Delta \varepsilon_{sfds}^p (x_{i+1}, y_i) + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{\tau p} (x_{i+1}, d_i) \Delta \varepsilon_{sfds}^p (x_{i+1}, d_i) + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{\tau p} (x_{i+1}, y_{i+1}) \Delta \varepsilon_{sfds}^p (x_{i+1}, y_{i+1}) \right] \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_{A_c} E_c^{\tau p} \Delta \varepsilon^{\tau p} y dA_c \\
&= \sum_{\text{béton}} \sum_{\mu=1}^8 \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t p}{\tau \mu}} \right) \sum_{\text{div } x}^{nbre} (x_{i+1} - x_i) \left[ \frac{1}{6} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} f(x_i, y_i) y_i + \frac{2}{3} f(x_i, d_i) d_i + \frac{1}{6} f(x_i, y_{i+1}) y_{i+1} \right] \right. \\
&+ \frac{2}{3} \sum_{\text{div } y}^{nbre} \left[ \frac{1}{6} f(c_i, y_i) y_i + \frac{2}{3} f(c_i, d_i) d_i + \frac{1}{6} f(c_i, y_{i+1}) y_{i+1} \right] \\
&\left. + \frac{1}{6} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} f(x_{i+1}, y_i) y_i + \frac{2}{3} f(x_{i+1}, d_i) d_i + \frac{1}{6} f(x_{i+1}, y_{i+1}) y_{i+1} \right] \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_{A_c} E_c^{\tau p} (\Delta \varepsilon_{sre})_c^p y dA_c \\
&= \sum_{\text{béton}} \sum_{\text{div } x}^{nbre} (x_{i+1} - x_i) \left[ \frac{1}{6} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{\tau\tau p} (x_i, y_i) g(x_i, y_i) y_i + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{\tau\tau p} (x_i, d_i) g(x_i, d_i) d_i + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{\tau\tau p} (x_i, y_{i+1}) g(x_i, y_{i+1}) y_{i+1} \right] \right. \\
&+ \frac{2}{3} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{\tau p} (c_i, y_i) g(c_i, y_i) y_i + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{\tau p} (c_i, d_i) g(c_i, d_i) d_i + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{\tau p} (c_i, y_{i+1}) g(c_i, y_{i+1}) y_{i+1} \right] \\
&\left. + \frac{1}{6} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{\tau p} (x_{i+1}, y_i) g(x_{i+1}, y_i) y_i + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{\tau p} (x_{i+1}, d_i) g(x_{i+1}, d_i) d_i + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{\tau p} (x_{i+1}, y_{i+1}) g(x_{i+1}, y_{i+1}) y_{i+1} \right] \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_{A_c} E_c^{n,p} (\Delta \varepsilon_{srd})_c^p y dA_c \\
&= \sum_{\text{béton}} \kappa \sum_{\text{div } x}^{nbre} (x_{i+1} - x_i) \left[ \frac{1}{6} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{n,p} (x_i, y_i) l(x_i, y_i) y_i + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{n,p} (x_i, d_i) l(x_i, d_i) d_i + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{n,p} (x_i, y_{i+1}) l(x_i, y_{i+1}) y_{i+1} \right] \right. \\
&+ \frac{2}{3} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{n,p} (c_i, y_i) l(c_i, y_i) y_i + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{n,p} (c_i, d_i) l(c_i, d_i) d_i + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{n,p} (c_i, y_{i+1}) l(c_i, y_{i+1}) y_{i+1} \right] \\
&+ \left. \frac{1}{6} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{n,p} (x_{i+1}, y_i) l(x_{i+1}, y_i) y_i + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{n,p} (x_{i+1}, d_i) l(x_{i+1}, d_i) d_i + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{n,p} (x_{i+1}, y_{i+1}) l(x_{i+1}, y_{i+1}) y_{i+1} \right] \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_{A_c} E_c^{n,p} (\Delta \varepsilon_{sfdi})_c^p y dA_c \\
&= \sum_{\text{béton}} \lambda \sum_{\text{div } x}^{nbre} (x_{i+1} - x_i) \left[ \frac{1}{6} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{n,p} (x_i, y_i) m(x_i, y_i) y_i + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{n,p} (x_i, d_i) m(x_i, d_i) d_i + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{n,p} (x_i, y_{i+1}) m(x_i, y_{i+1}) y_{i+1} \right] \right. \\
&+ \frac{2}{3} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{n,p} (c_i, y_i) m(c_i, y_i) y_i + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{n,p} (c_i, d_i) m(c_i, d_i) d_i + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{n,p} (c_i, y_{i+1}) m(c_i, y_{i+1}) y_{i+1} \right] \\
&+ \left. \frac{1}{6} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{n,p} (x_{i+1}, y_i) m(x_{i+1}, y_i) y_i + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{n,p} (x_{i+1}, d_i) m(x_{i+1}, d_i) d_i + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{n,p} (x_{i+1}, y_{i+1}) m(x_{i+1}, y_{i+1}) y_{i+1} \right] \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_{A_c} E_c^{n,p} (\Delta \varepsilon_{sfds})_c^p y dA_c \\
&= \sum_{\text{béton}} \sum_{\text{div } x}^{nbre} (x_{i+1} - x_i) \left[ \frac{1}{6} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{n,p} (x_i, y_i) \Delta \varepsilon_{sfds}^p (x_i, y_i) y_i + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{n,p} (x_i, d_i) \Delta \varepsilon_{sfds}^p (x_i, d_i) d_i + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{n,p} (x_i, y_{i+1}) \Delta \varepsilon_{sfds}^p (x_i, y_{i+1}) y_{i+1} \right] \right. \\
&+ \frac{2}{3} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{n,p} (c_i, y_i) \Delta \varepsilon_{sfds}^p (c_i, y_i) y_i + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{n,p} (c_i, d_i) \Delta \varepsilon_{sfds}^p (c_i, d_i) d_i + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{n,p} (c_i, y_{i+1}) \Delta \varepsilon_{sfds}^p (c_i, y_{i+1}) y_{i+1} \right] \\
&+ \left. \frac{1}{6} \sum_{\text{div } y}^{nbre} (y_{i+1} - y_i) \left[ \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{n,p} (x_{i+1}, y_i) \Delta \varepsilon_{sfds}^p (x_{i+1}, y_i) y_i + \frac{2}{3} E_{\text{béton}}^{n,p} (x_{i+1}, d_i) \Delta \varepsilon_{sfds}^p (x_{i+1}, d_i) d_i + \frac{1}{6} E_{\text{béton}}^{n,p} (x_{i+1}, y_{i+1}) \Delta \varepsilon_{sfds}^p (x_{i+1}, y_{i+1}) y_{i+1} \right] \right]
\end{aligned}$$

---

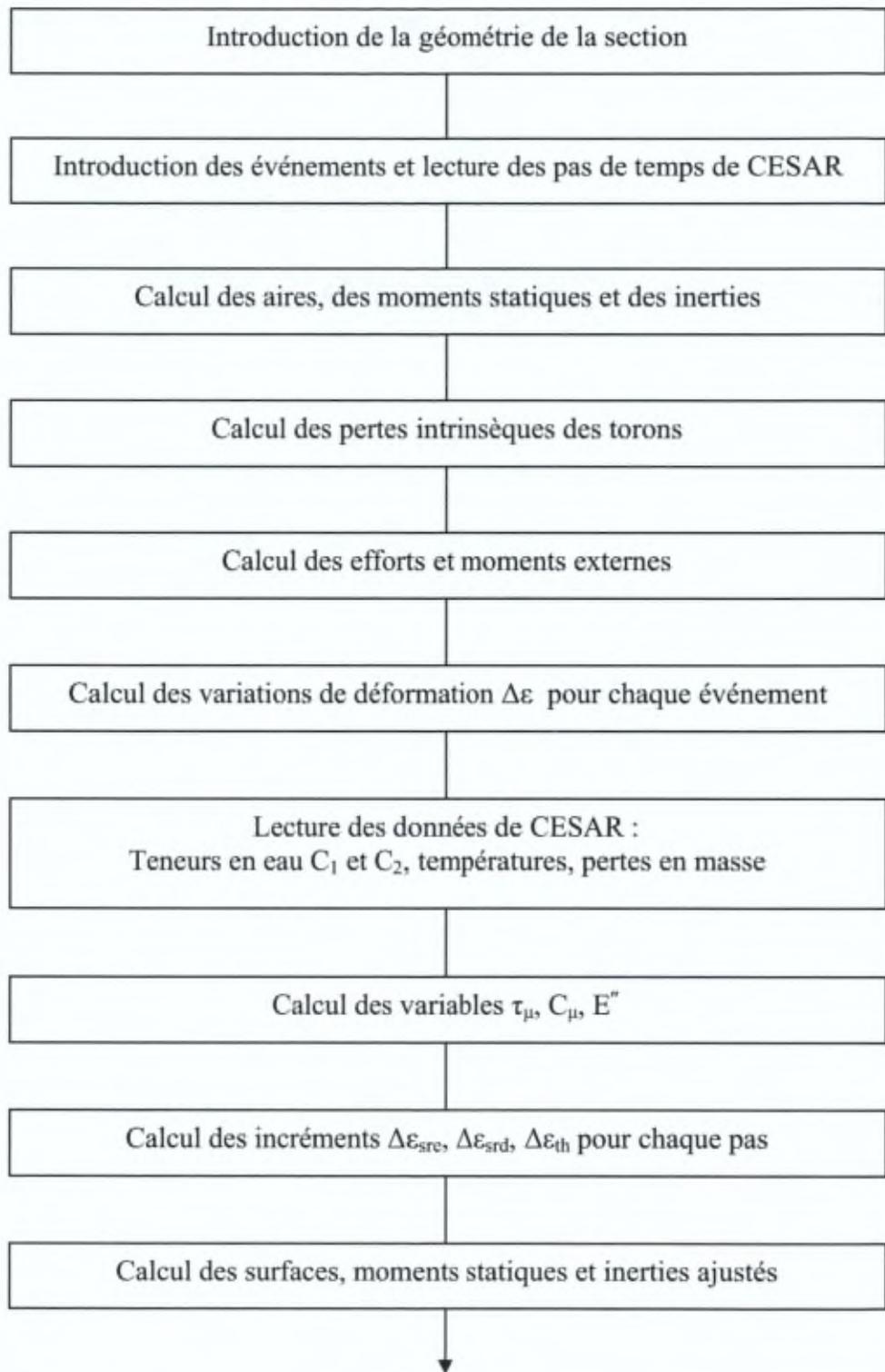
## 6.2. Organisation du programme de calcul

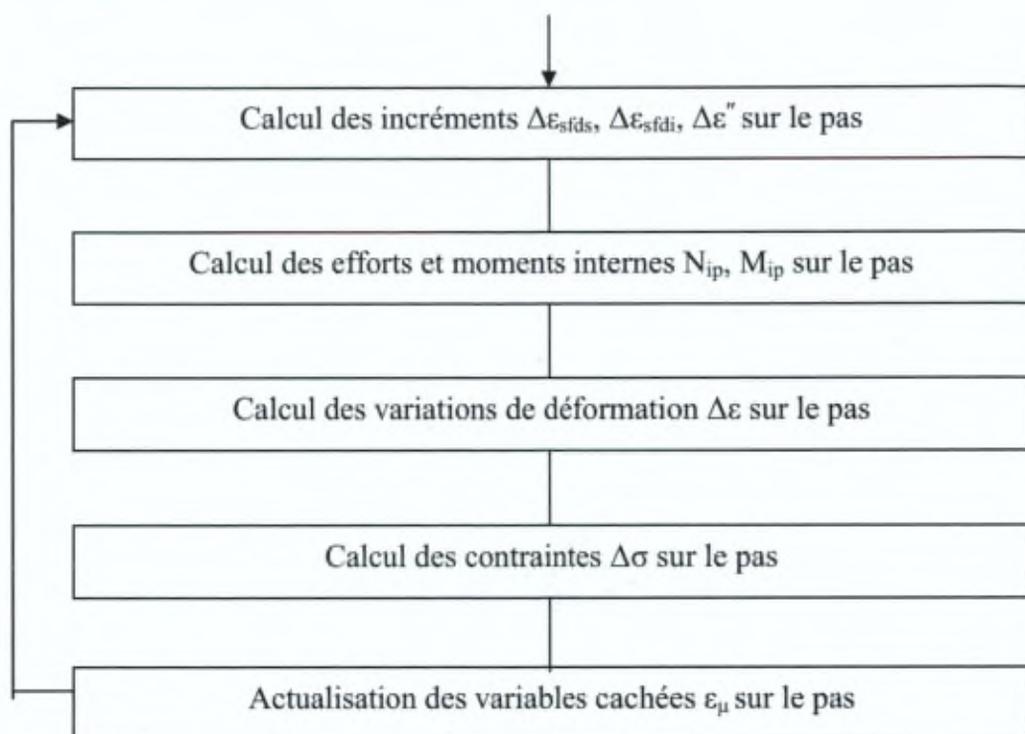
L'objectif visé par ce programme de calcul est d'évaluer l'évolution des déformations et des contraintes qui se produisent dans une section composite acier - béton construite par phases successives, préfléchie et précontrainte en fonction du temps. Ces déformations et ces contraintes proviennent d'une part, de l'application de sollicitations extérieures à la section en des instants connus a priori et d'autre part, des effets différés du béton et des câbles de précontrainte durant des intervalles de temps  $(t_{p-1}, t_p)$  entre les événements de sollicitations.

Ce programme d'analyse de section est applicable au cas le plus général de section composite c'est-à-dire à une section mixte acier-béton avec ou sans poutrelle en acier, construite ou non par phases, éventuellement renforcée par différents lits de torons et d'armatures. Au lieu d'implémenter toute la modélisation directement dans CESAR, nous avons préféré développer ce programme annexe. Ceci présente l'avantage de pouvoir changer très rapidement toutes les composantes du modèle et d'effectuer en un temps raisonnable des études de sensibilité. L'inconvénient réside au fait qu'une opération d'identification de numéros de nœuds générés par CESAR est nécessaire avant de reprendre les résultats calculés dans TEXO et DTNL (HEXO). Toutefois, une implémentation future dans CESAR est certainement à prévoir.

Toutes les caractéristiques géométriques de la section sont exprimées par rapport à la fibre inférieure de la section. Dans le cas d'une construction par phases de béton successives, cet axe de référence reste inchangé. A l'instant  $t_p$  où on coule l'élément de béton, le matériau commence seulement à prendre et sa rigidité est négligeable. On ne peut donc pas le considérer comme participant à la section résistante en  $t_p$ . En fait, il constitue uniquement une charge supplémentaire sur la section en cet instant. Pour l'intervalle de temps  $(t_p, t_{p+1})$  durant lequel se produit du fluage, du retrait et de la relaxation, si celui-ci est plus grand que le temps nécessaire au béton coulé en  $t_p$  pour atteindre une résistance suffisante et participer à la section résistante, le béton coulé en  $t_p$  sera considéré comme totalement participant à la section résistante durant tout l'intervalle  $(t_p, t_{p+1})$ .

Etant donné que l'évolution de la géométrie de la section est connue a priori ainsi que les charges et les instants où elles sont appliquées à la section, une partie des calculs peut être sous-traitée dans des routines et les résultats peuvent être stockés une fois pour toutes dans des matrices qui seront utilisées dans le programme principal. Les étapes de calcul sont résumées ci-après.





## 7. Modélisation du comportement du pont-bac instrumenté à partir du degré d'hydratation et de la teneur en eau

### 7.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter comment évoluent le degré d'hydratation et la teneur en eau locale sur base de simulations effectuées dans CESAR-LCPC dans les différentes phases de béton du pont-bac instrumenté. Ensuite, nous allons comparer les déformations mesurées sur le pont-bac avec les résultats obtenus par la méthode pas-à-pas, la méthode aux deux fonctions et la modélisation effectuée sur base de l'évolution du degré d'hydratation et de la teneur en eau qui a été explicitée aux chapitres précédents. Nous terminerons en commentant les évolutions obtenues en terme d'évolution des contraintes dans l'ouvrage.

### 7.2. Description des événements

La figure C.7.1 rappelle les événements considérés dans le calcul pour le pont-bac instrumenté et la figure C.7.2, les efforts et moments extérieurs appliqués qui correspondent à un demi-tablier.

Événement	Description	Temps (jour)
t <sub>1</sub>	Coulage du béton de 1 <sup>ère</sup> phase	0
t <sub>2</sub>	Relâchement de la préflexion et transfert de la précontrainte	2,6
t <sub>3</sub>	Coulage du béton de 2 <sup>ème</sup> phase	3,8
t <sub>4</sub>	Stockage dans l'usine	5,7
t <sub>5</sub>	Stockage à Petite Ile	10,75
t <sub>6</sub>	Mise sur appuis définitifs	44,75
t <sub>7</sub>	Placement des garde-corps	130
t <sub>8</sub>	Placement de la 1 <sup>ère</sup> partie du ballast	272
t <sub>9</sub>	Placement de la 2 <sup>ème</sup> partie du ballast	306

Figure C.7.1 Événements de l'histoire de construction du tablier

Événement	Description	Efforts et moments
t <sub>2</sub>	Effort de précontrainte	5742 kN
	Moment de préflexion	-3191,35 kNm
	Moment dû au masse de la dalle	1042,9 kNm
t <sub>3</sub>	Moment dû au masse des membrures	1090,1 kNm
t <sub>4</sub>	Moment dû au changement d'appuis	-1011,6 kNm
t <sub>5</sub>	Moment dû au changement d'appuis	-721,2 kNm
t <sub>6</sub>	Moment dû au changement définitif d'appuis	1732,8 kNm
t <sub>7</sub>	Moment dû aux garde-corps	124,45 kNm
t <sub>8</sub>	Moment dû à la 1 <sup>ère</sup> partie du ballast	1396,7 kNm
t <sub>9</sub>	Moment dû à la 2 <sup>ème</sup> partie du ballast	507,9 kNm

Figure C.7.2 Sollicitations appliquées au demi-tablier pour chaque événement

### 7.3. Description du phasage de construction

Avant de présenter les résultats des calculs effectués avec les modules TEXO et HEXO de CESAR-LCPC, nous synthétisons dans les figures ci-après l'historique des changements des conditions aux limites en terme d'échange de chaleur et d'humidité.

#### 7.3.1. Echanges de chaleur

##### PHASE 1

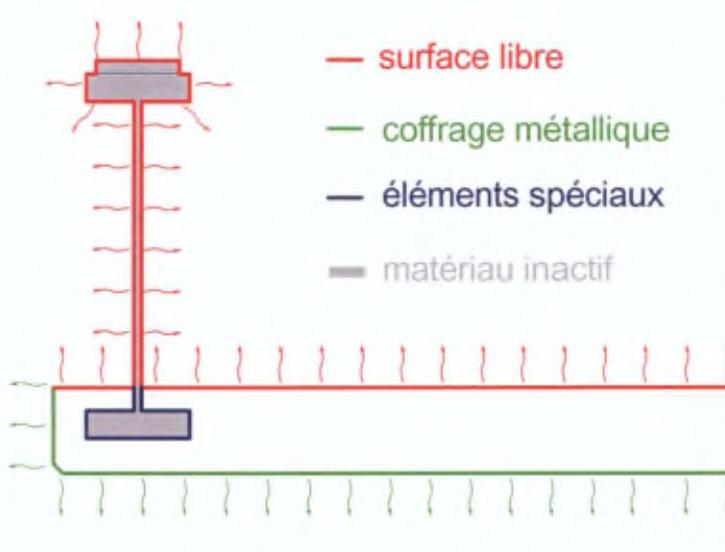


Figure C.7.3 Phase 1 entre  $t = 0$  et  $t = 62,4\text{h}$  (2,6d)

##### PHASE 2

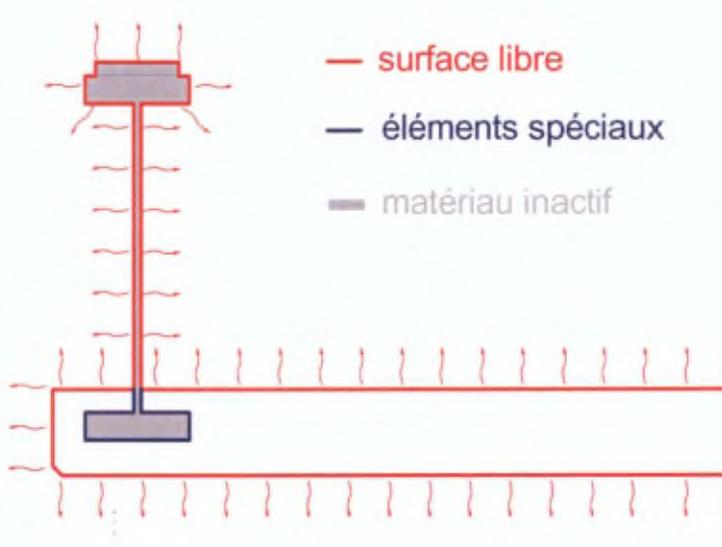


Figure C.7.4 Phase 2 entre  $t = 62,4\text{h}$  (2,6d) et  $t = 91,2\text{h}$  (3,8d)

### PHASE 3

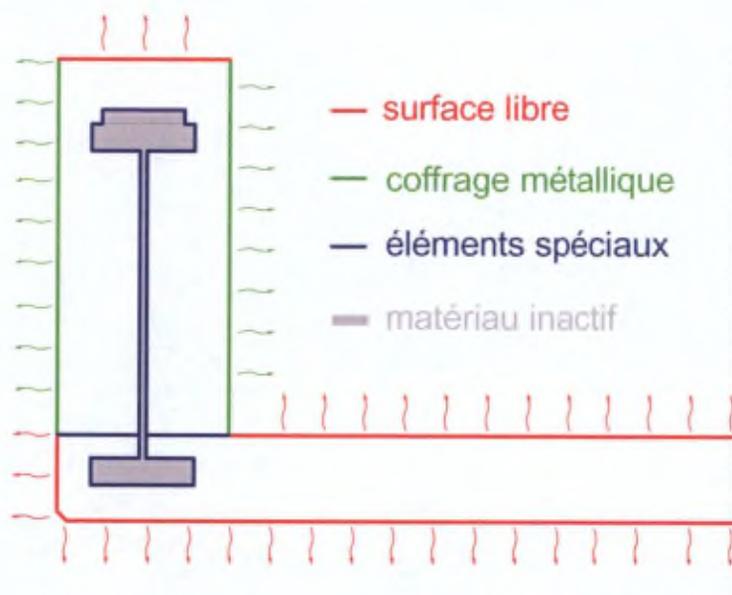


Figure C.7.5 Phase 3 entre  $t = 91,2\text{h}$  (3,8d) et  $t = 115,2\text{h}$  (4,8d)

### PHASE 4

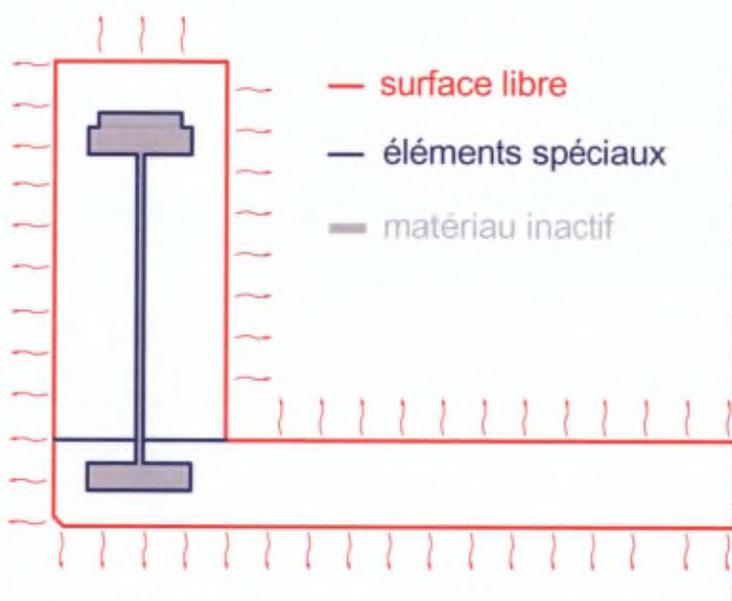


Figure C.7.6 Phase 4 entre  $t = 115,2\text{h}$  (4,8d) et  $t = 250\text{h}$  (10,41d)

Dans le module TEXO, les paramètres suivants ont été fixés :

- capacité calorifique du béton =  $2400 \text{ kJ/m}^3/\text{K}$  ;  
de l'acier =  $3500 \text{ kJ/m}^3/\text{K}$  ;
- conductivité du béton  $K_{xx} = K_{yy} = 11 \text{ kJ/h/m/K}$  (pièce très ferrillée) ;  
de l'acier  $K_{xx} = K_{yy} = 150 \text{ kJ/h/m/K}$
- coefficient d'échange  $\lambda = 19,62 \text{ kJ/h/m}^2/\text{K}$  (coffrage métallique) ;  
 $21,60 \text{ kJ/h/m}^2/\text{K}$  (surface libre ventilée).

### 7.3.2. Echanges d'humidité

#### PHASE 1

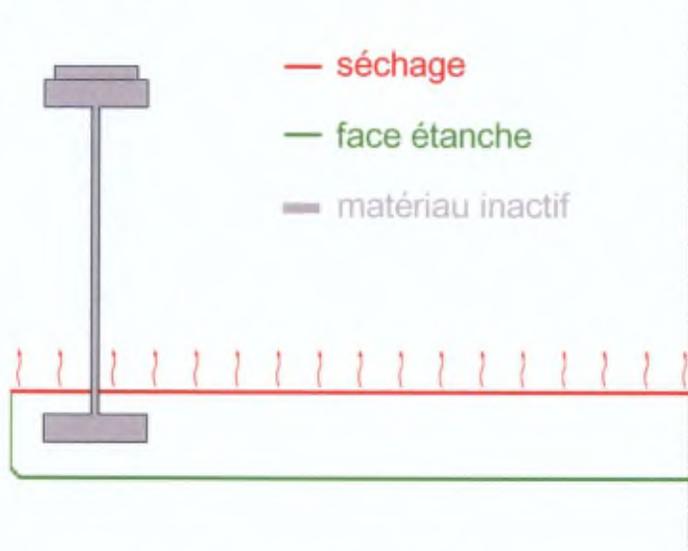


Figure C.7.7 Phase 1 entre  $t = 0h$  et  $t = 62,4h$  (2,6d)

#### PHASE 2

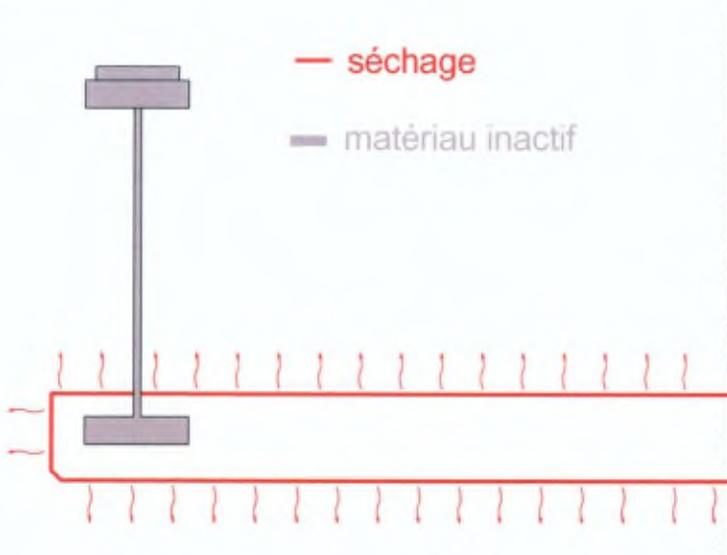


Figure C.7.8 Phase 2 entre  $t = 62,4h$  (2,6d) et  $t = 91,2h$  (3,8d)

### PHASE 3

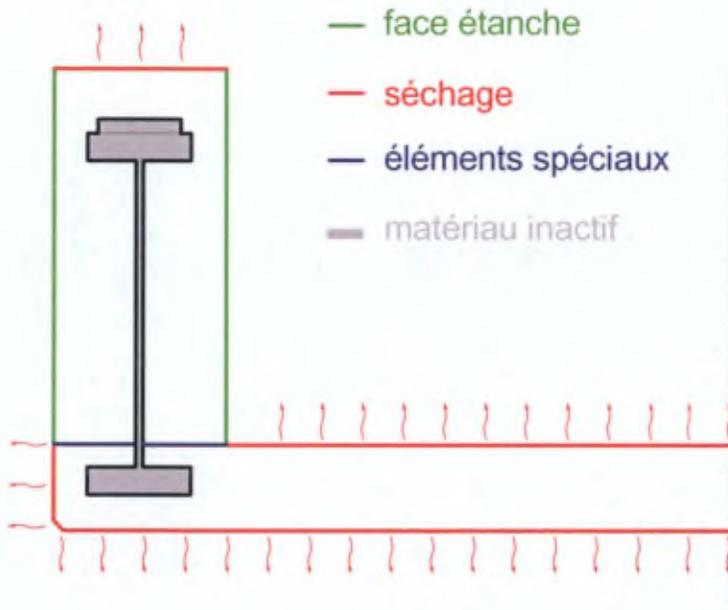


Figure C.7.9 Phase 3 entre  $t = 91,2\text{h}$  (3,8d) et  $t = 115,2\text{h}$  (4,8d)

### PHASE 4

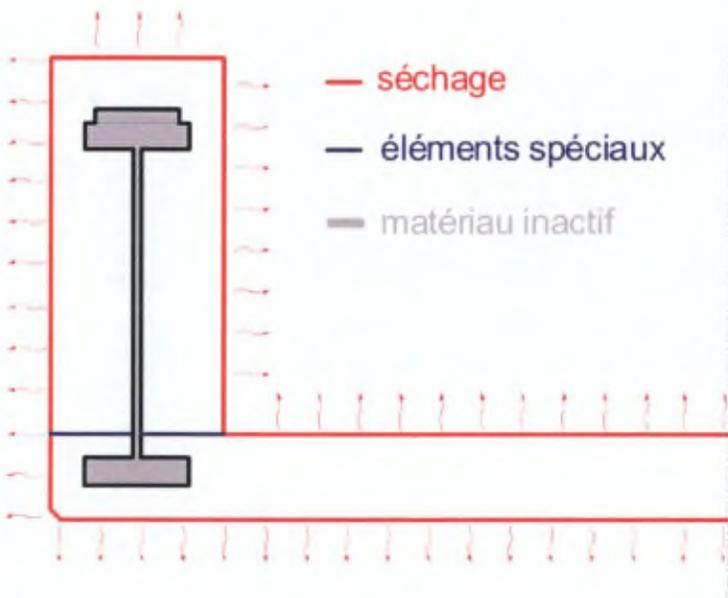


Figure C.7.10 Phase 4 entre  $t = 115,2\text{h}$  (4,8d) et  $t = 250\text{h}$  (10,41d, ce qui correspond à la fin de la prise en compte de l'évolution du degré d'hydratation)

## PHASE 5

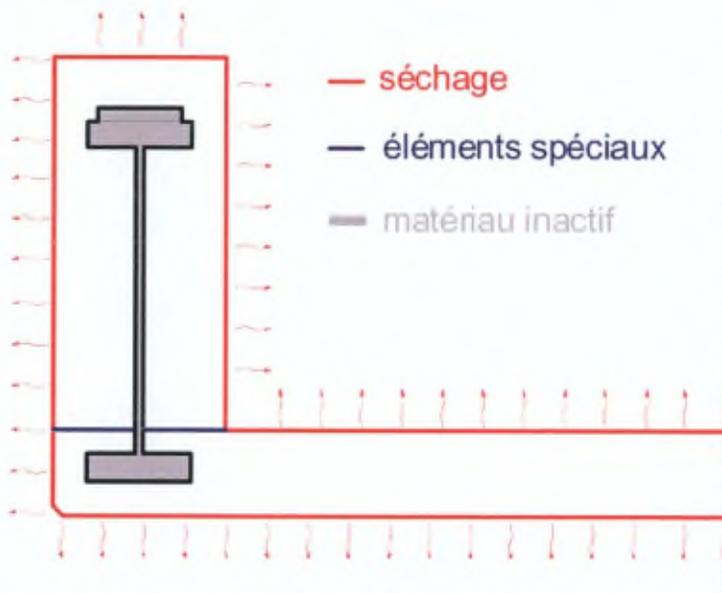


Figure C.7.11 Phase 5 entre  $t = 250\text{h}$  (10,41d) et  $t = 1080\text{h}$  (45d)

## PHASE 6

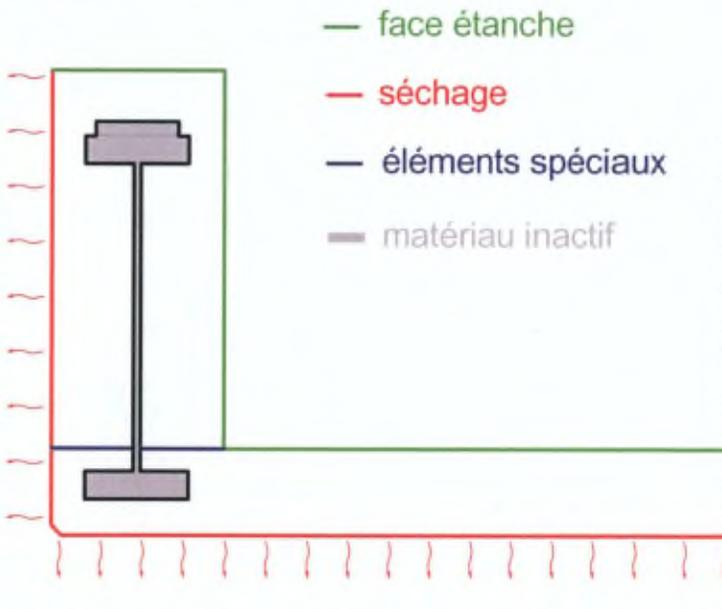


Figure C.7.12 Phase 6 entre  $t = 1080\text{h}$  (45d) et  $t = 24000\text{h}$  (1000d)

Dans le module HEXO, les paramètres suivants ont été fixés :

$C_{\text{eq}} = 27$  (pour  $\text{HR}_{\text{ext}} = 50\%$ ) en litre/m<sup>3</sup>;

47 (pour  $\text{HR}_{\text{ext}} = 70\%$ ) en litre/m<sup>3</sup>;

$C_{\text{ini}} = 137,6$  litres/m<sup>3</sup>

Le coefficient d'échange  $\lambda = 0$  pour une face étanche ;

6.E-09 pour une surface exposée en atmosphère ventilée.

---

Nous avons maintenant à notre disposition tous les paramètres nécessaires pour lancer les calculs dans les modules TEXO et DTNL (HEXO) de CESAR. Dans une première étape, la section d'un demi-tablier a été discrétisée avec des éléments triangulaires pour un nombre total de nœuds égal à 43957. Sur les contours, des groupes d'éléments d'échange ont été définis tels que cela a été illustré dans les figures C.7.3 à C.7.12. Plusieurs calculs ont été effectués avec reprise pour simuler toutes les étapes où ont lieu des changements des conditions aux limites en terme d'échange de chaleur et d'humidité. Le maillage est représenté à la Figure C.7.13.

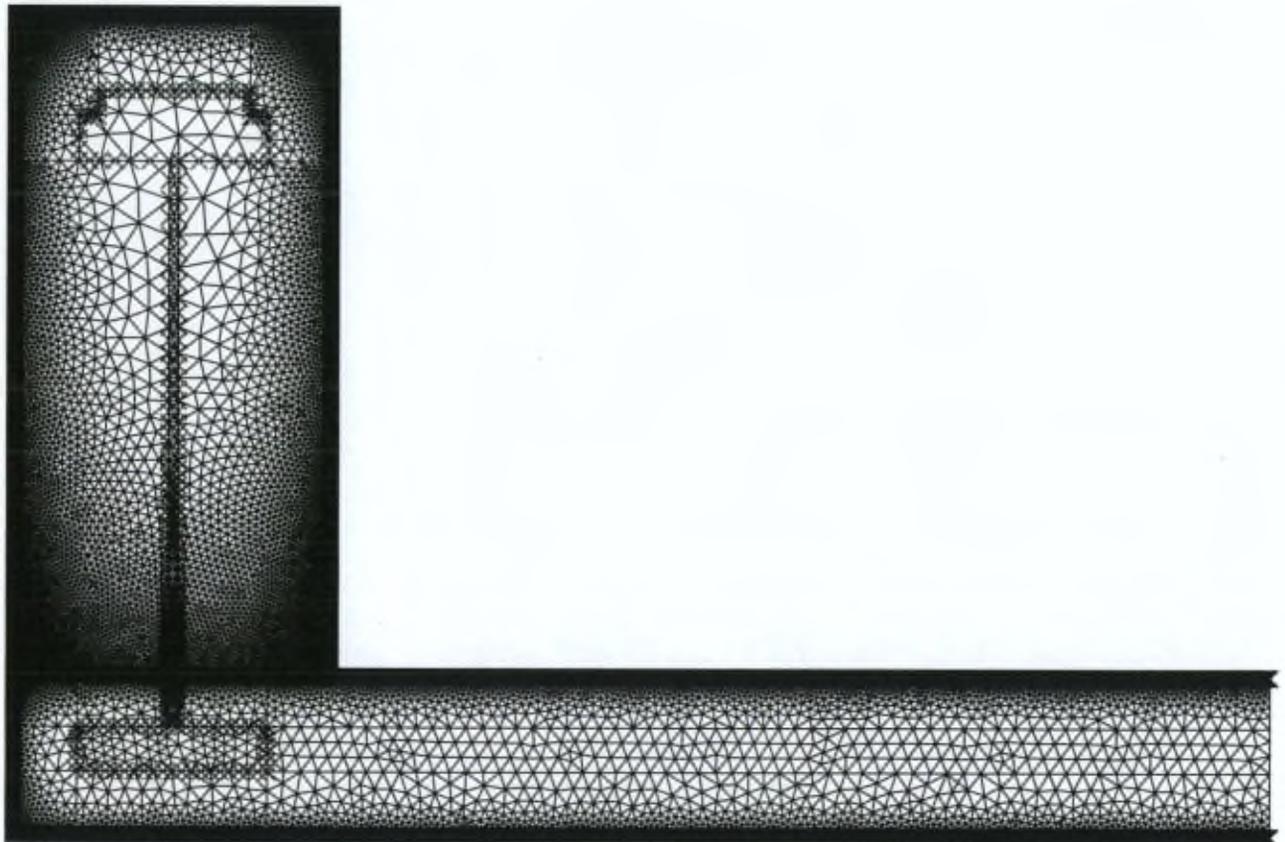
Nous allons passer en revue les évolutions de la température, du degré d'hydratation et de la teneur en eau, successivement dans la dalle, dans la membrure et à l'interface entre la dalle et la membrure. L'évolution de la température dans la dalle est représentée dans les figures C.7.14 à C.7.19, où les temps sont indiqués en heures. Après 16 heures, on constate à la figure C.7.15 qu'on atteint quasiment 51°C au coeur de la dalle. L'évolution du degré d'hydratation dans la dalle est représentée dans les figures C.7.20 à C.7.25. Sur la figure C.7.20, le degré d'hydratation est proche de 0,1 pour le pas de temps qui correspond à 8 heures après le coulage du béton. Nous avons donc fixé à 8 heures le seuil à partir duquel le matériau est apte à générer des contraintes dans le calcul du comportement du tablier en terme de déformation et contrainte. Comme le montre la figure C.7.21, le degré d'hydratation évolue très vite durant les deux premiers jours qui suivent le coulage. En  $t = 62,4$  heures, il vaut déjà 0,96. Les figures C.7.22 à C.7.25 montrent qu'une très faible différence existe entre le degré d'hydratation au coeur de la dalle et celui en peau. Après 250 heures, le degré d'hydratation vaut de manière uniforme dans la dalle 0,991. L'évolution de la teneur en eau dans la dalle est donnée aux figures C.7.26 à C.7.32 (pour  $C_{eq} = 47 \text{ l/m}^3$  soit  $HR_{ext} = 70\%$  ce qui correspond à une combinaison d'hydratation et de séchage), de C.7.33 à C.7.39 (pour  $C_{eq} = 27 \text{ l/m}^3$  soit  $HR_{ext} = 50\%$ ) et de C.7.40 à C.7.45 (en l'absence d'échange hydrique soit uniquement de l'hydratation). Dans le graphique C.7.26, la teneur en eau de la zone située près de la face supérieure de la dalle diminue très rapidement dès les premiers pas de temps après l'exposition au séchage, le premier pas correspondant à 8 heures après le coulage. Avant 8 heures, nous ne considérons pas que la face supérieure de la dalle sèche car le modèle de diffusion n'est pas valide pour un matériau qui est encore mou. Sur le graphique C.7.27, la face inférieure de la dalle commence à être exposée au séchage. Sur le graphique C.7.31, en  $t = 250$  heures, la teneur en eau au coeur de la dalle est d'environ  $85 \text{ l/m}^3$ . On remarque également sur ce graphique qu'entre  $t = 250$  heures et  $t = 1080$  heures, la teneur en eau au centre ne change pas. Les variations n'affectent qu'une épaisseur d'au plus 5 cm. Le graphique C.7.32 nous semble particulièrement intéressant car il correspond à la période où la face supérieure de la dalle est imperméabilisée à partir de  $t = 1080$  heures. On constate ainsi que suite à la condition d'échange nul d'humidité entre la dalle et l'extérieur qui est imposée sur la face supérieure de la dalle à partir de  $t = 1080$  heures, des redistributions importantes de teneur en eau ont lieu dans la zone proche de la face supérieure de la dalle. Au cours du temps, la teneur en eau en peau tend à réaugmenter progressivement alors qu'elle diminue dans la zone voisine. Les figures C.7.33 à C.7.39 illustrent l'évolution de la teneur en eau dans la dalle pour un  $HR_{ext}$  de 50%. Dans cette séquence, les gradients hydriques sont bien entendu accentués. Toutefois, à la figure C.7.38, on constate que les variations de teneur en eau n'affectent qu'une épaisseur d'au plus 5 cm entre  $t = 250 \text{ h}$  et  $t = 1080 \text{ h}$ .

Les graphiques C.7.40 à C.7.45 représentent l'évolution de la teneur en eau due uniquement à la consommation d'eau par l'hydratation du ciment. Nous avons vu au graphique C.7.21 que le degré d'hydratation évolue très vite durant les deux premiers jours. On constate sur la figure C.7.42 qu'à partir de  $t = 62,4$  heures, la teneur en eau n'évolue plus beaucoup.

Les figures C.7.46 à C.7.48 présentent l'évolution de la température dans la membrure à partir de l'instant du coulage du béton de deuxième phase soit en  $t = 91,2$  heures. A la figure C.7.47, on observe que l'on atteint (comme cela avait été le cas aussi dans la dalle) une température d'environ  $51^{\circ}\text{C}$  au coeur de la membrure 15 heures après le coulage du béton. Par ailleurs, les éléments spéciaux qui ont été introduits dans le maillage à l'interface acier béton permettent d'assurer la continuité au niveau de la température entre le béton et la poutrelle en acier, ce qui ne sera évidemment pas le cas pour le degré d'hydratation qui est présenté aux figures C.7.49 à C.7.51. L'évolution de la teneur en eau dans la membrure est donnée aux figures C.7.52 à C.7.57 (pour  $C_{\text{eq}}=47 \text{ l/m}^3$  soit  $\text{HR}_{\text{ext}}=70\%$  ce qui correspond à une combinaison d'hydratation et de séchage), de C.7.58 à C.7.63 (pour  $C_{\text{eq}}=27 \text{ l/m}^3$  soit  $\text{HR}_{\text{ext}}=50\%$ ) et de C.7.64 à C.7.66 (en l'absence d'échange hydrique soit uniquement de l'hydratation). La figure C.7.56 montre la poursuite du séchage qui a lieu sur la face gauche de la membrure alors qu'à la figure C.7.57, des redistributions de teneur en eau ont lieu dans la partie droite de la membrure suite à l'imperméabilisation en  $t = 1080$  heures de la face droite. Sur le graphique C.7.66, en  $t = 250$  heures, la teneur en eau dans la membrure est d'environ  $86 \text{ l/m}^3$ .

Enfin, la zone d'interface entre les deux phases de béton et qui est illustrée aux figures C.7.67 à C.7.71 (pour  $\text{HR}_{\text{ext}}=70\%$ ) et aux figures C.7.72 à C.7.76 (pour  $\text{HR}_{\text{ext}}=50\%$ ) mérite quelques commentaires. Ainsi, pour  $\text{HR}_{\text{ext}}=70\%$ , en  $t = 91,2$  heures, la teneur en eau dans le béton de deuxième phase est de  $137,6 \text{ l/m}^3$  alors qu'elle n'est plus que de  $47 \text{ l/m}^3$  en peau du béton de première phase (puisque cette face a été exposée au séchage entre  $t = 8$  heures et  $t = 91,2$  heures). Des éléments spéciaux ont été introduits dans le maillage pour assurer la continuité des teneurs en eau à cet interface. Au cours du temps, il va donc y avoir progressivement un transfert d'eau depuis le béton de deuxième phase vers le béton de première phase. Le graphique C.7.70 est particulièrement explicite à propos de ce transfert. Sur la figure C.7.71, après 10000 heures, les teneurs en eau sont redevenues pratiquement égales dans cette zone d'interface (la coupe AB concerne 10cm soit 0,1m sur l'abscisse du graphique CESAR-LCPC).

2.  
1.5  
1.  
.5  
0.  
-.5



0.      X1 = 0.      .5      X2 = 1.99      1.      Y1 = 0.      1.5      Y2 = 1.29      2.

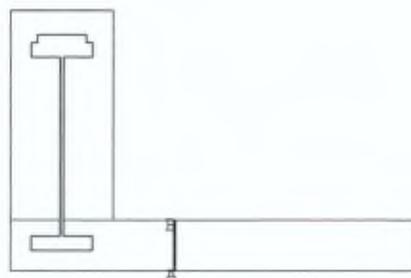
Figure C.7.13

ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : bon0  
 Calcul : tepl

Evolution de la temperature  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Temperature



Temperature  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 0.  
 - - ▼ - - Temps 2.  
 ···· □ ···· Temps 4.  
 - - ◆ - - Temps 6.  
 —○— Temps 8.

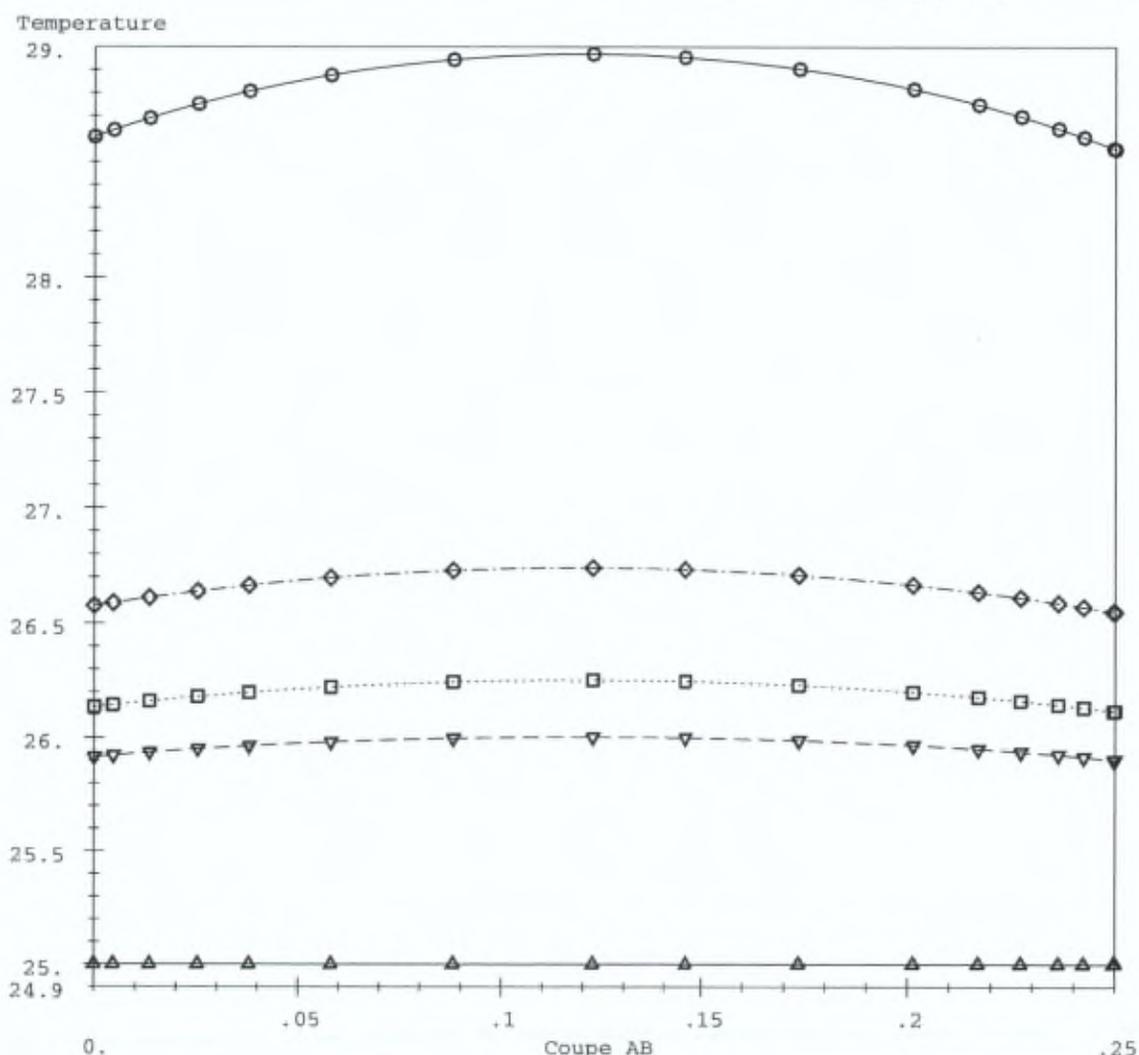


Figure C.7.14

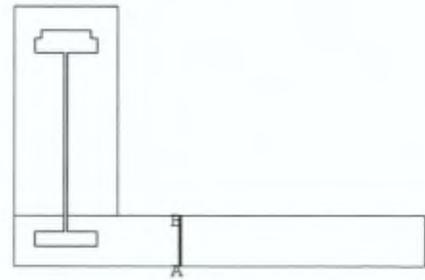
ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : bon0  
 Calcul : tep2

Evolution de la temperature  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Temperature



Temperature  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 8.  
 - - ▽ - - Temps 12.  
 ···· □ ···· Temps 16.  
 - - ◇ - - Temps 20.  
 —○— Temps 27.  
 - - ▲ - - Temps 31.6  
 ···· ▼ ···· Temps 43.  
 - - ■ - - Temps 62.4

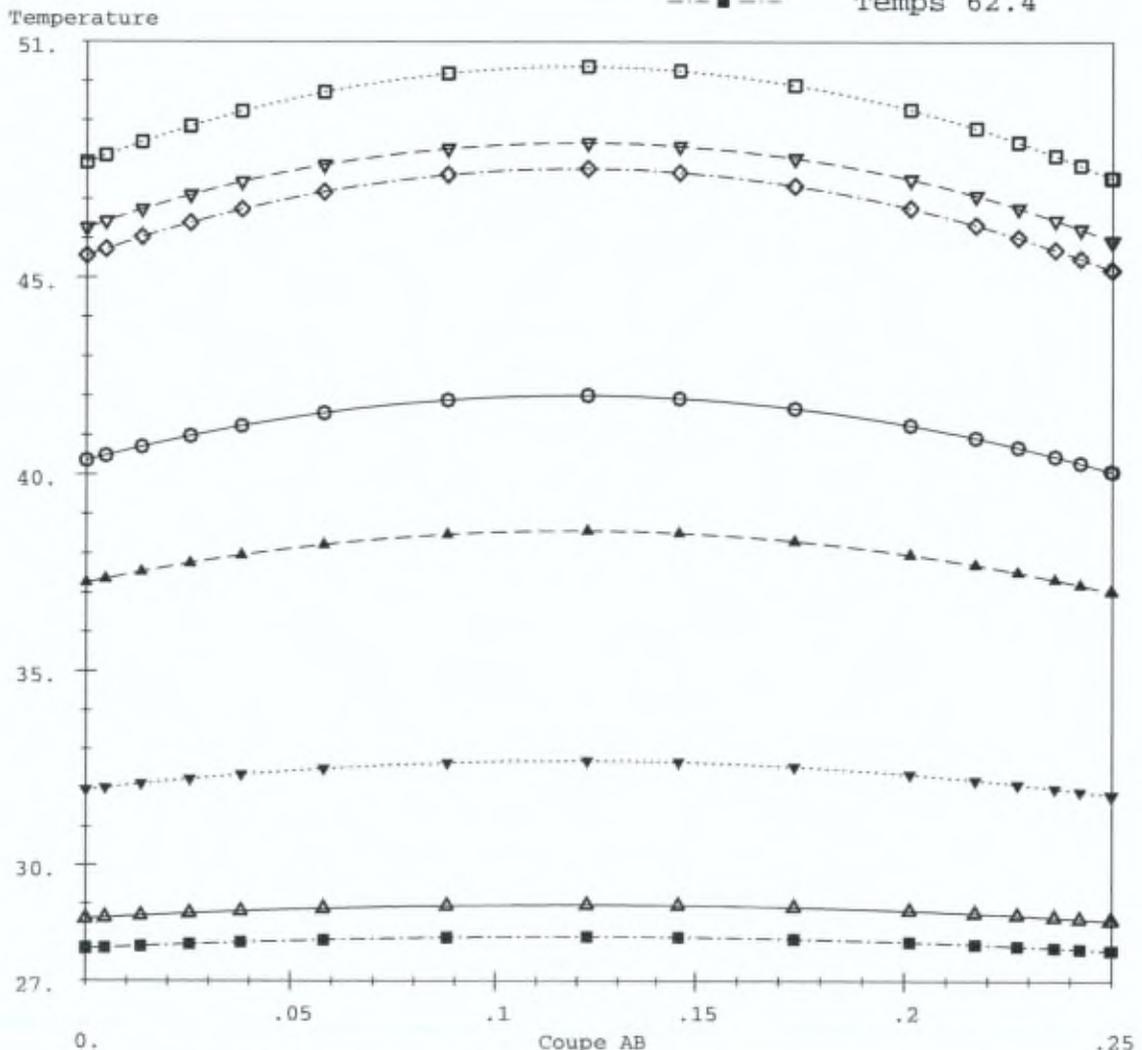


Figure C.7.15

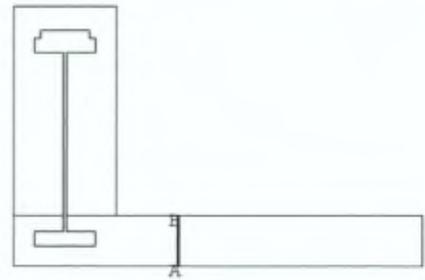
ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : bon0  
 Calcul : tep3

Evolution de la temperature  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Temperature



Temperature  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 62.4  
 - - ▼ - - Temps 72.  
 - - □ - - Temps 77.5  
 - - ◇ - - Temps 91.2

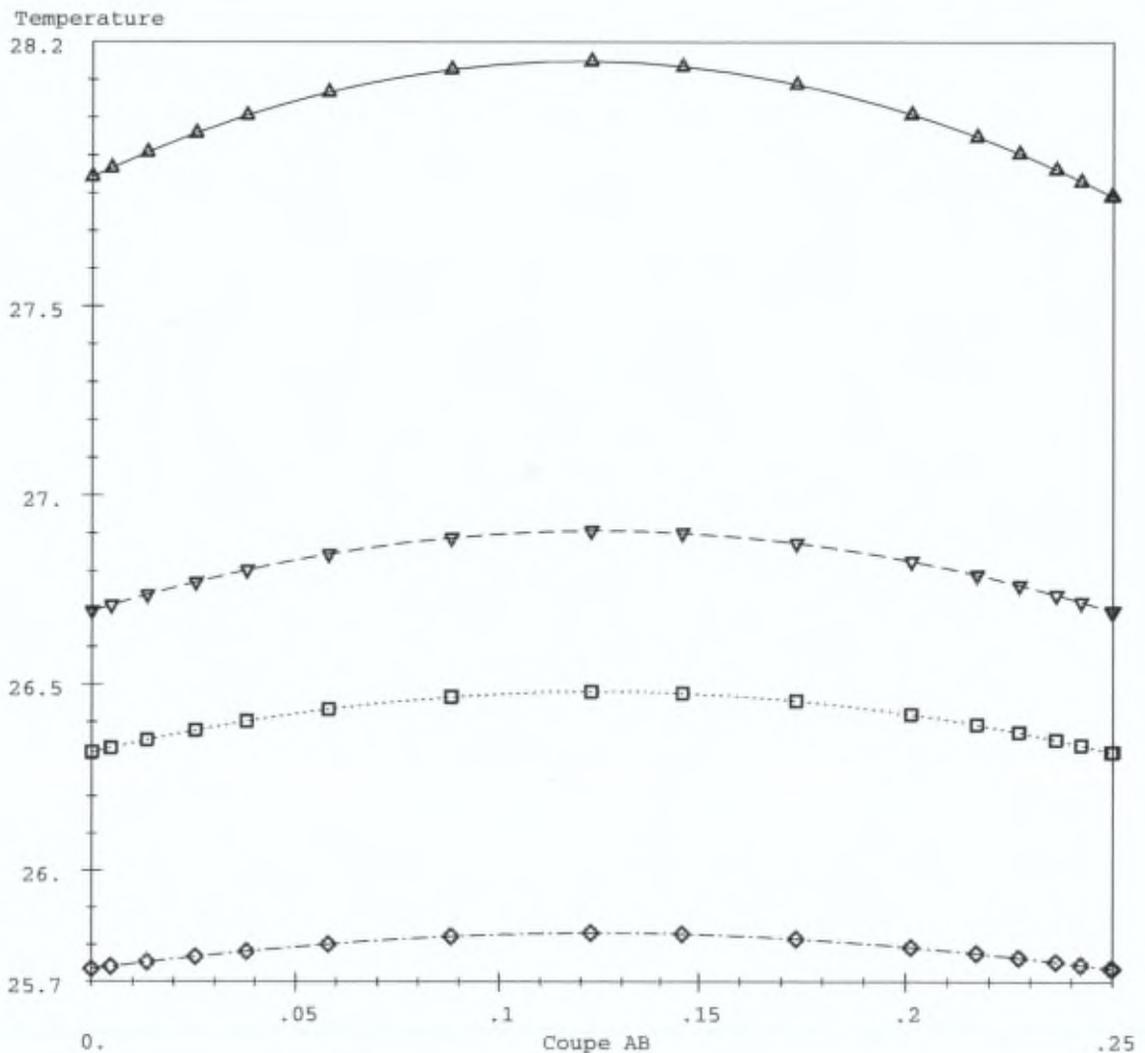


Figure C.7.16

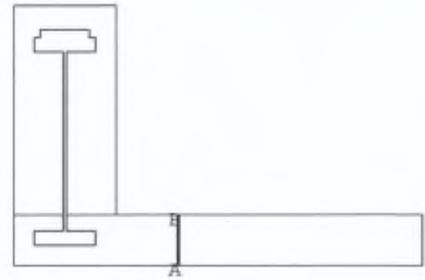
ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : bon0  
 Calcul : tep4

Evolution de la temperature  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Temperature



Temperature  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 91.2  
 - - ▼ - - Temps 95.  
 ···□··· Temps 98.8

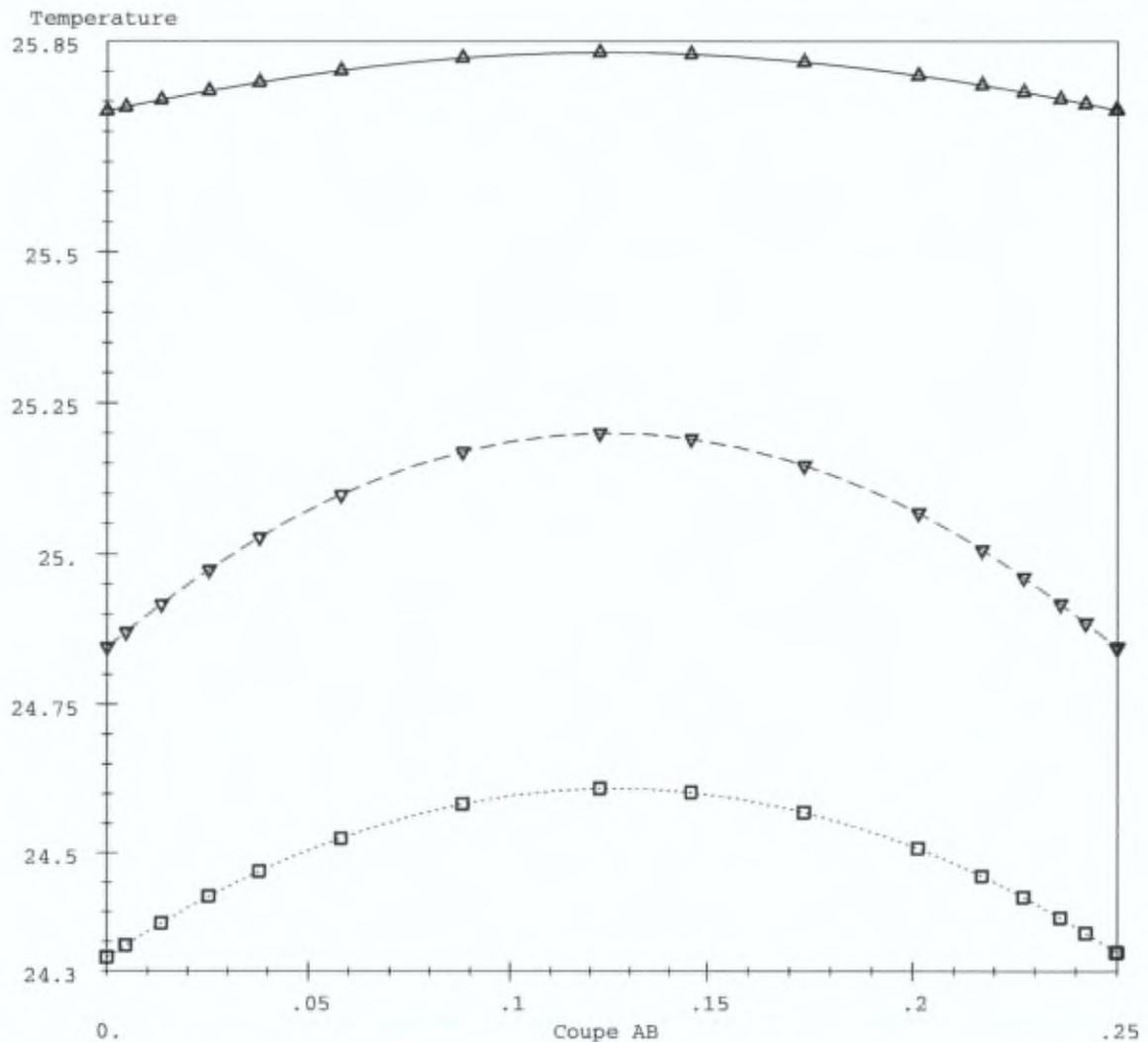


Figure C.7.17

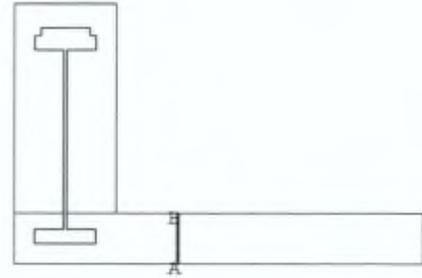
ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : bon0  
 Calcul : tep5

Evolution de la temperature  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Temperature



Temperature  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 98.8  
 - - ▼ - - Temps 106.4  
 .....□..... Temps 115.2

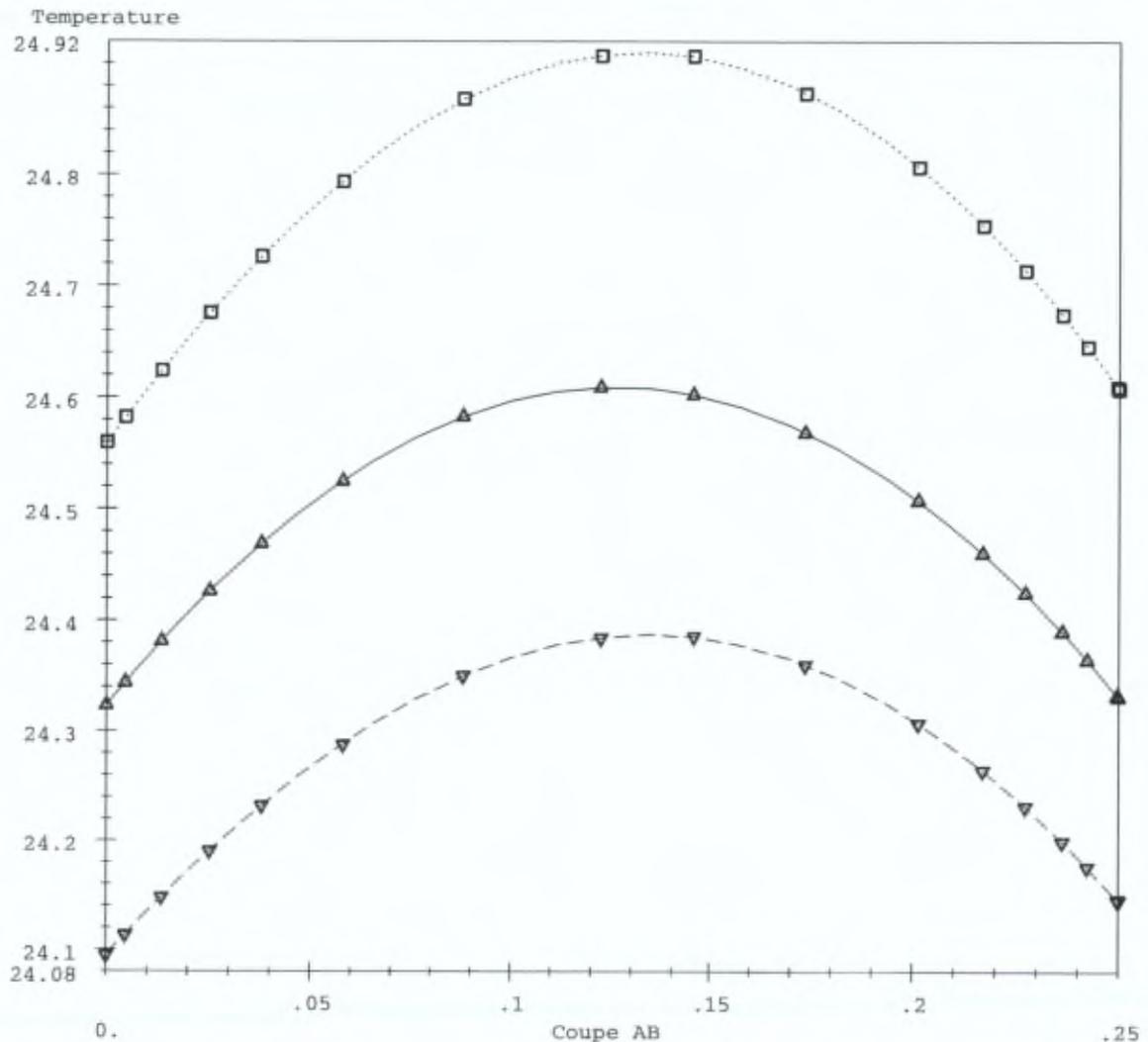


Figure C.7.18

ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : bon0  
 Calcul : tep6

Evolution de la temperature  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Temperature

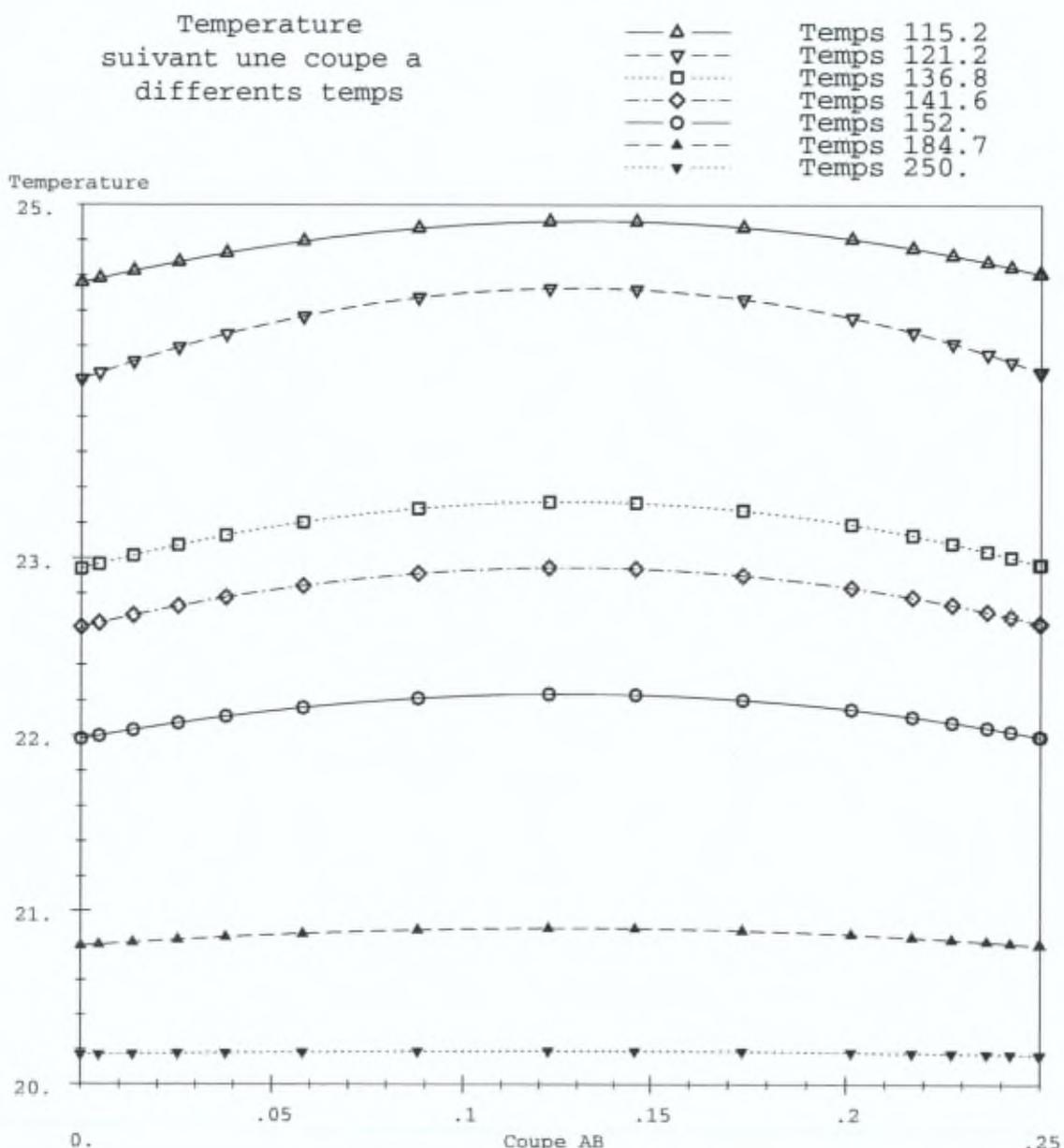
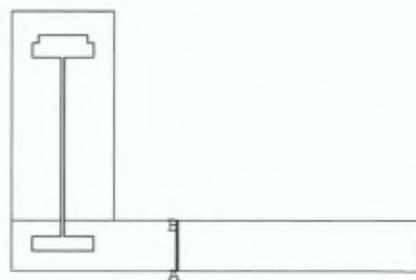


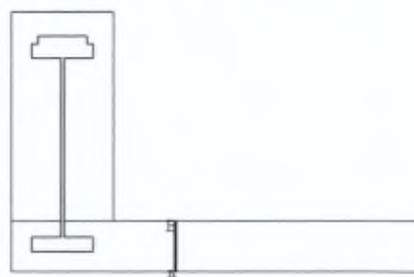
Figure C.7.19

ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : bon0  
 Calcul : tepl

Evolution du degre d'hydratation  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Degre d hydratation



Degre d hydratation  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 0.  
 - - ▼ - - Temps 2.  
 ····· □ ····· Temps 4.  
 - - ◆ - - Temps 6.  
 —○— Temps 8.

Degre d hydratation

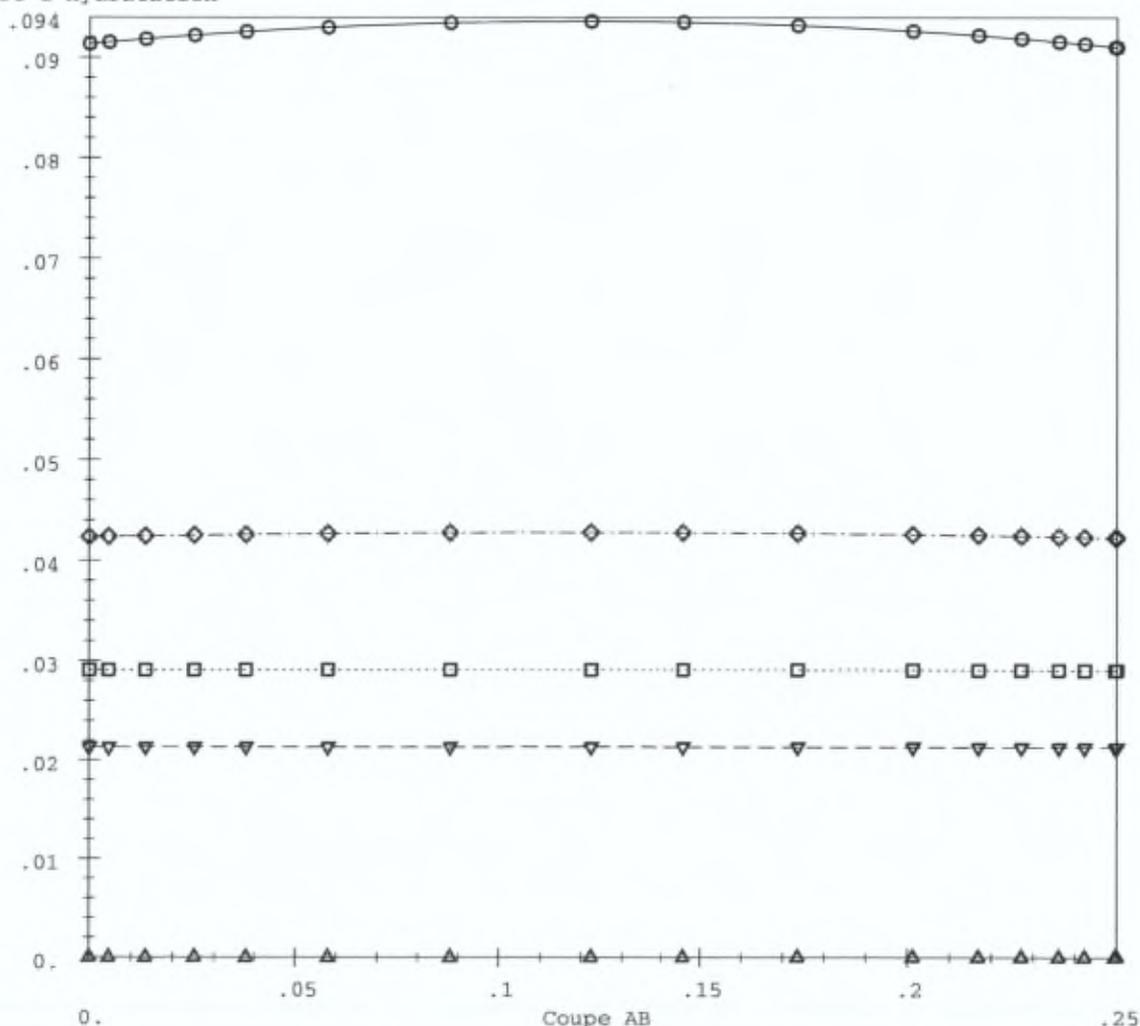


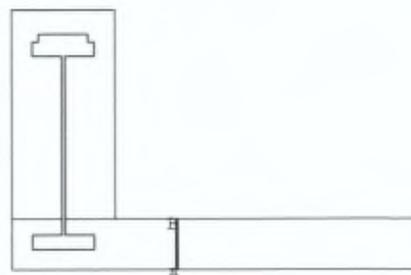
Figure C.7.20

ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : bon0  
 Calcul : tep2

Evolution du degre d'hydratation  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Degre d hydratation



Degre d hydratation  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 8.  
 - - - ▼ - - - Temps 12.  
 ····· □ ····· Temps 16.  
 - - - ◇ - - - Temps 20.  
 —○— Temps 27.  
 - - - ▲ - - - Temps 31.6  
 ····· ▼ ····· Temps 43.  
 - - - ■ - - - Temps 62.4

Degre d hydratation

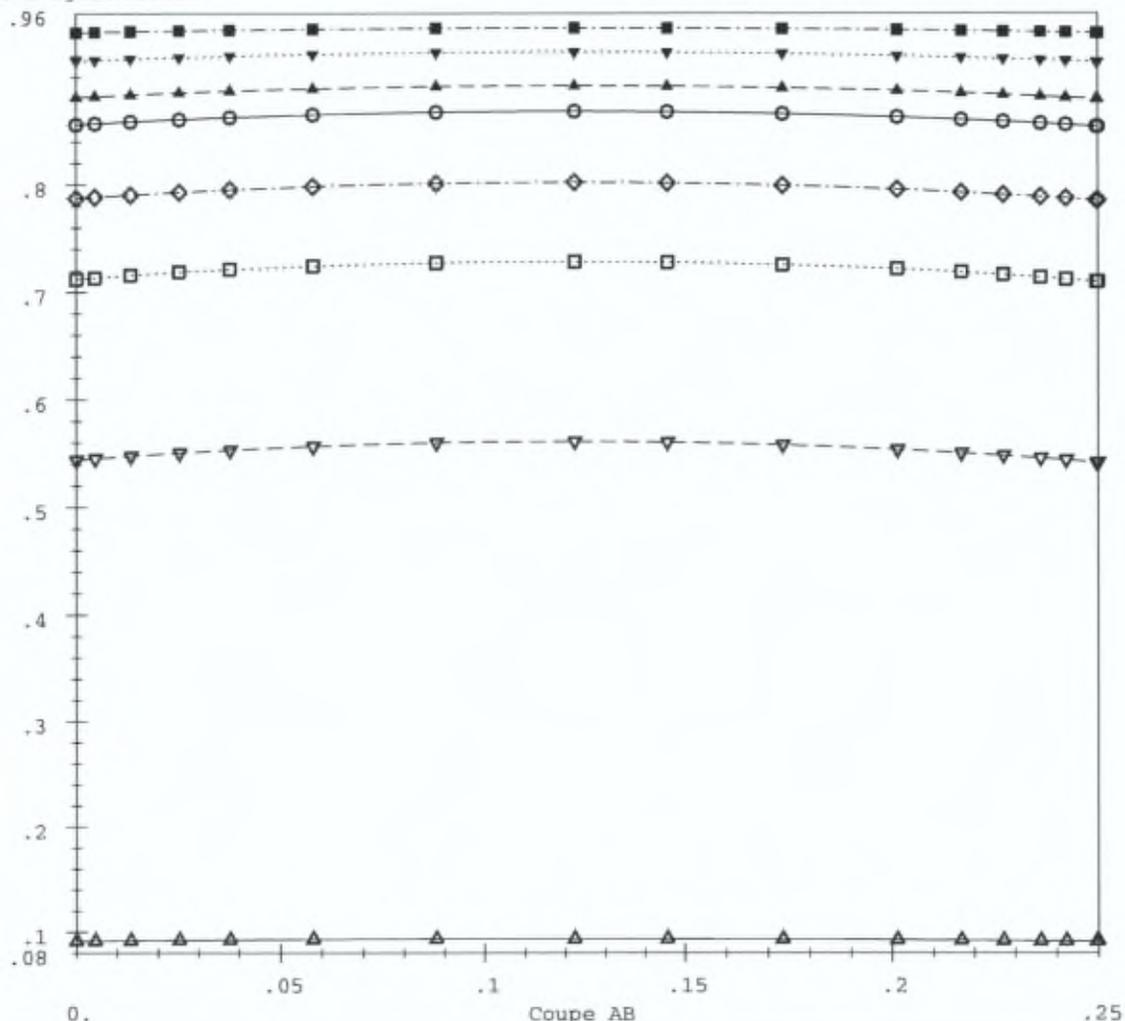


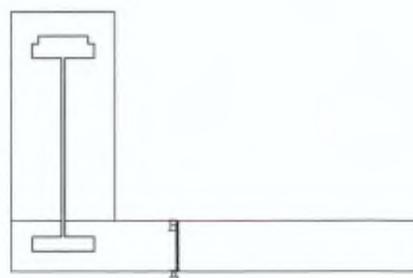
Figure C.7.21

ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : bon0  
 Calcul : tep3

Evolution du degre d'hydratation  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Degre d hydratation



Degre d hydratation  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 62.4  
 - - ▼ - - Temps 72.  
 ···· □ ···· Temps 77.5  
 - - ◆ - - Temps 91.2

Degre d hydratation

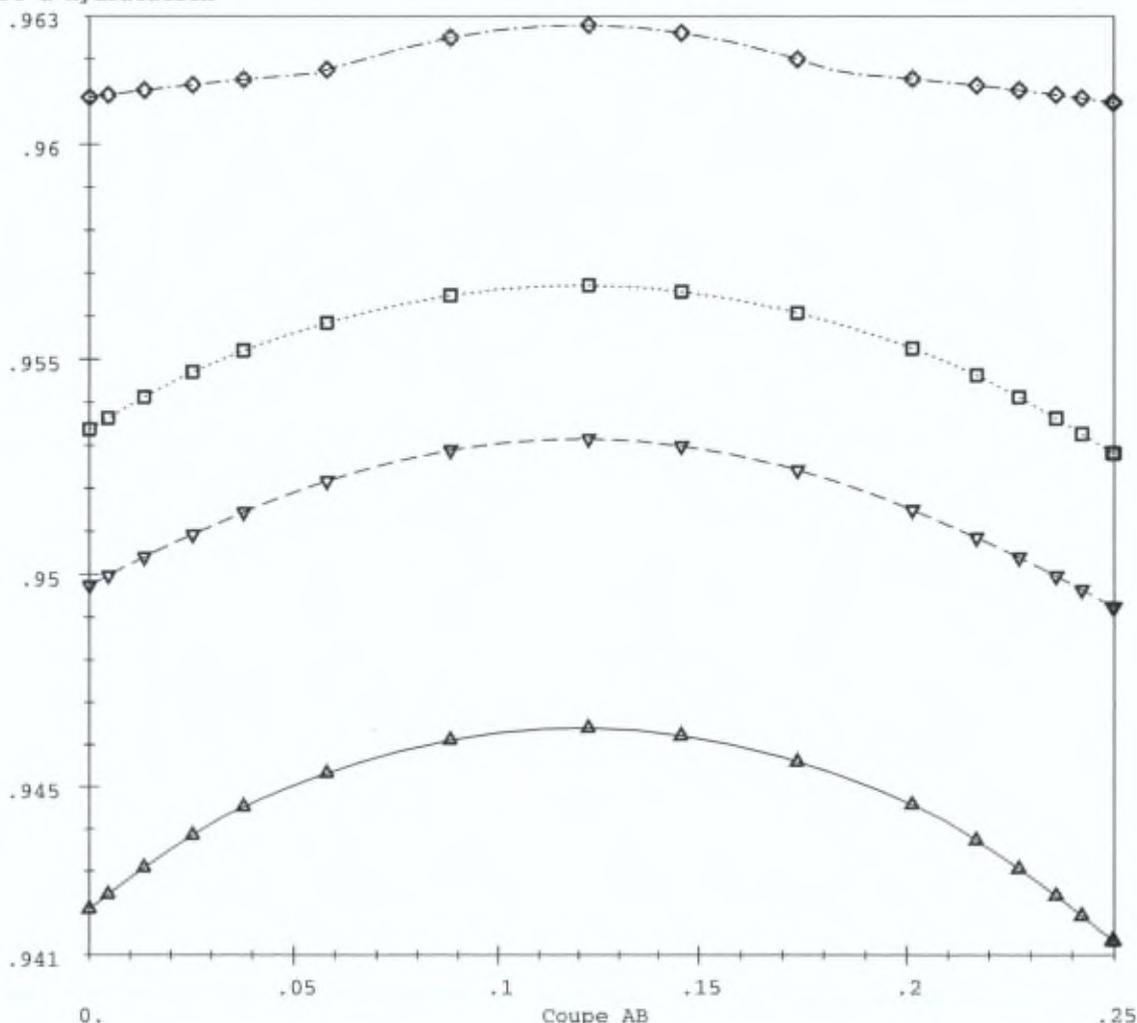


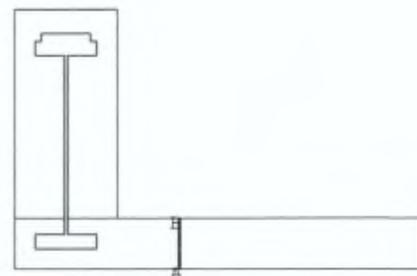
Figure C.7.22

ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : bon0  
 Calcul : tep4

Evolution du degre d'hydratation  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Degre d hydratation



Degre d hydratation  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 91.2  
 - - ▼ - - Temps 93.6  
 ···· □ ···· Temps 95.  
 - - ◆ - - Temps 98.8

Degre d hydratation

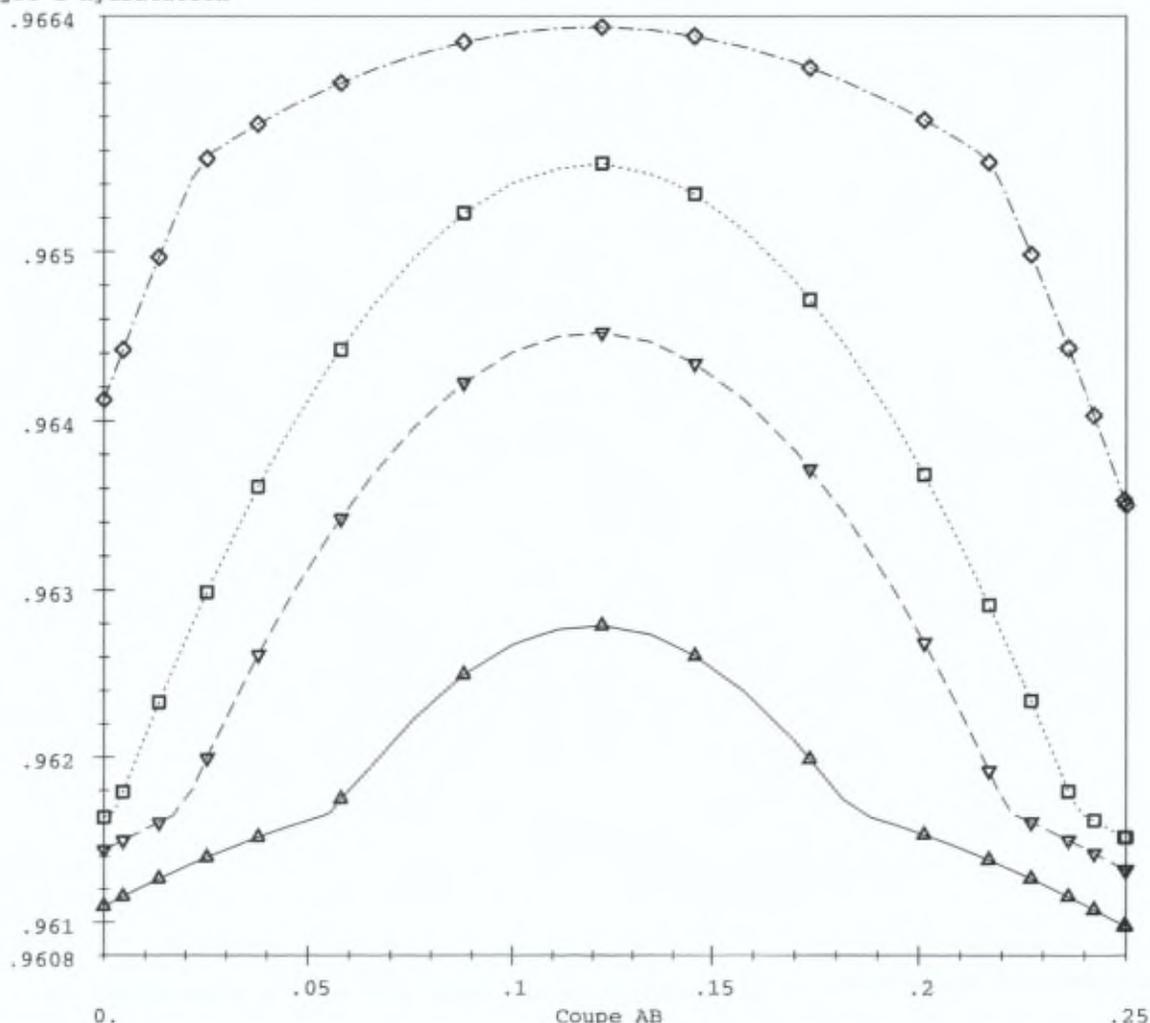


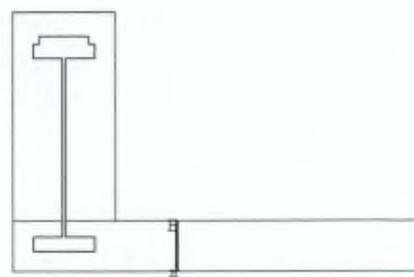
Figure C.7.23

ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : bon0  
 Calcul : tep5

Evolution du degre d'hydratation  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Degre d hydratation



Degre d hydratation  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 98.8  
 - - ▼ - - Temps 106.4  
 .....□..... Temps 115.2

Degre d hydratation

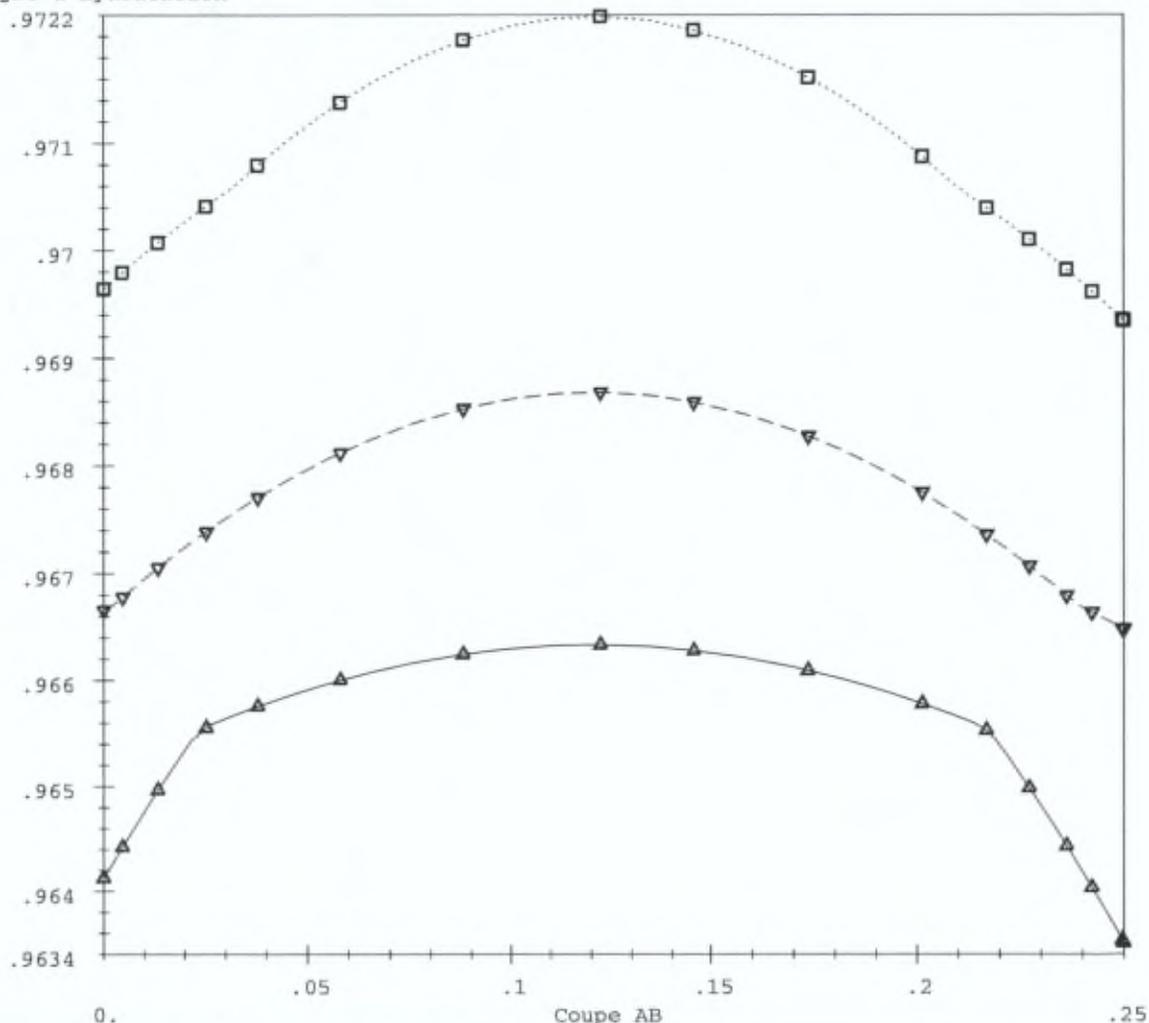


Figure C.7.24

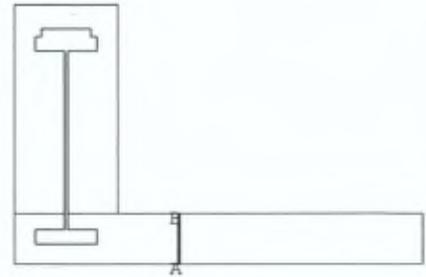
ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : bon0  
 Calcul : tep6

Evolution du degre d'hydratation  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Degre d hydratation



Degre d hydratation  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 115.2  
 - - ▽ - - Temps 121.2  
 ···· □ ···· Temps 136.8  
 - - ◇ - - Temps 141.6  
 —○— Temps 152.  
 - - ▲ - - Temps 184.7  
 ···· ▽ ···· Temps 250.

Degre d hydratation

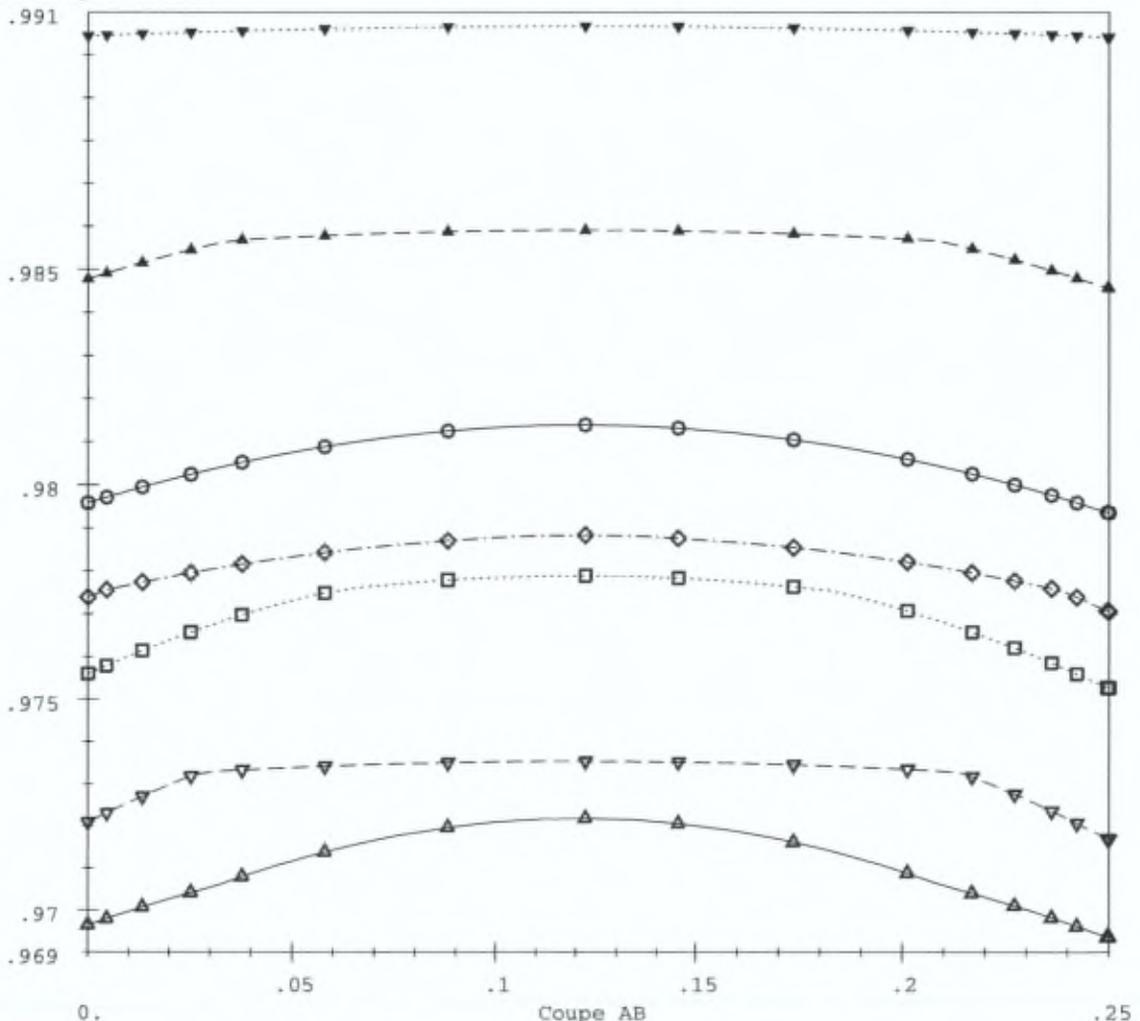


Figure C.7.25

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : hut2

Evolution de la teneur en eau  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau

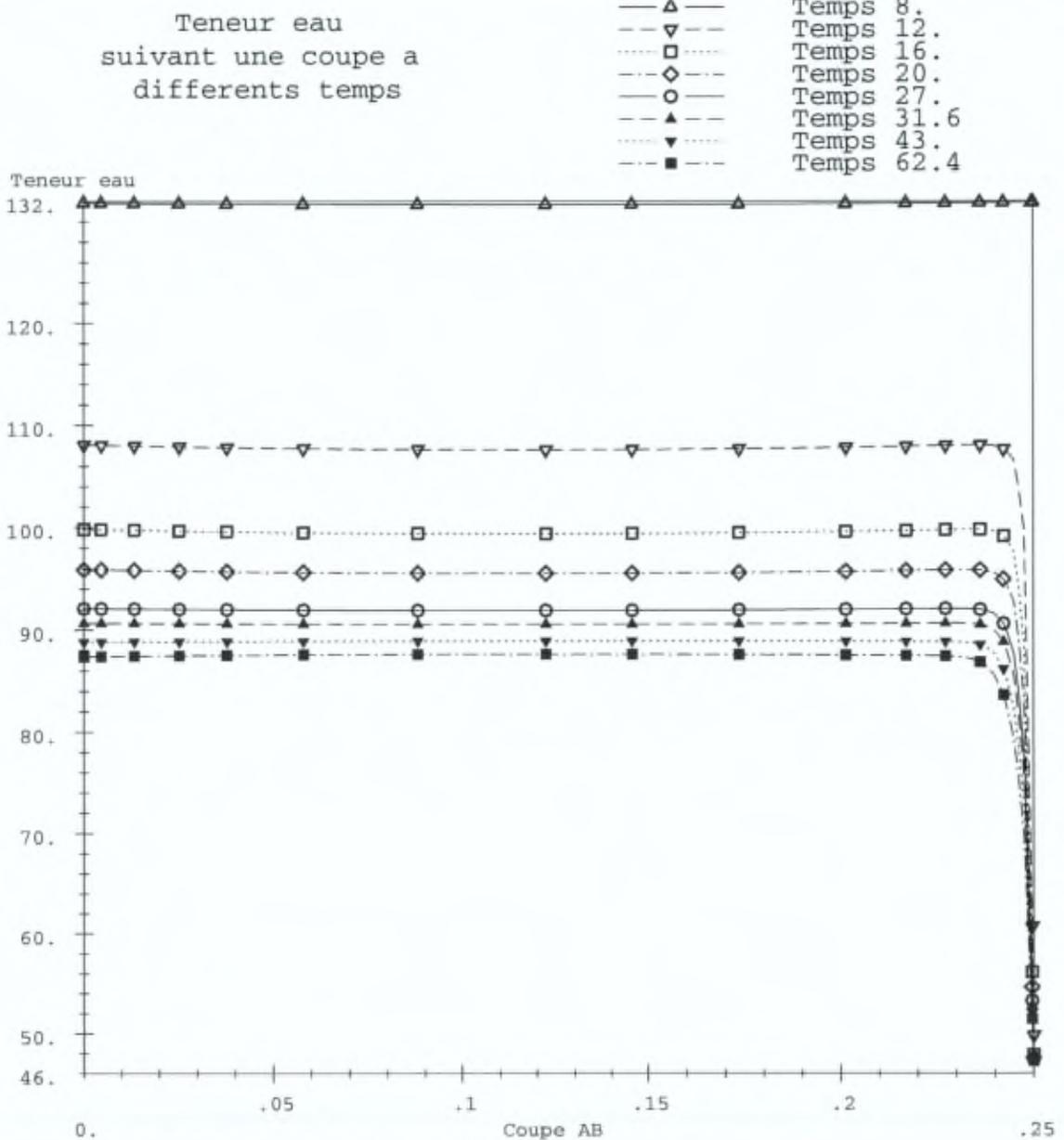
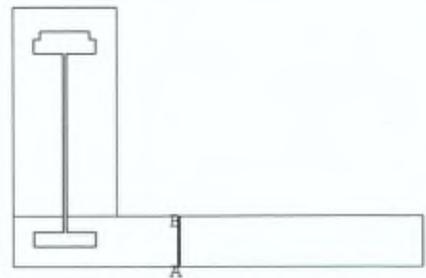


Figure C.7.26

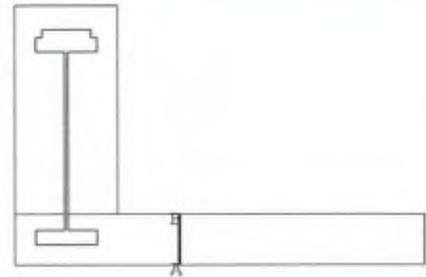
ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : hut3

Evolution de la teneur en eau  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 62.4  
 - -▼- - Temps 72.  
 - -□- - Temps 77.5  
 - -◇- - Temps 91.2

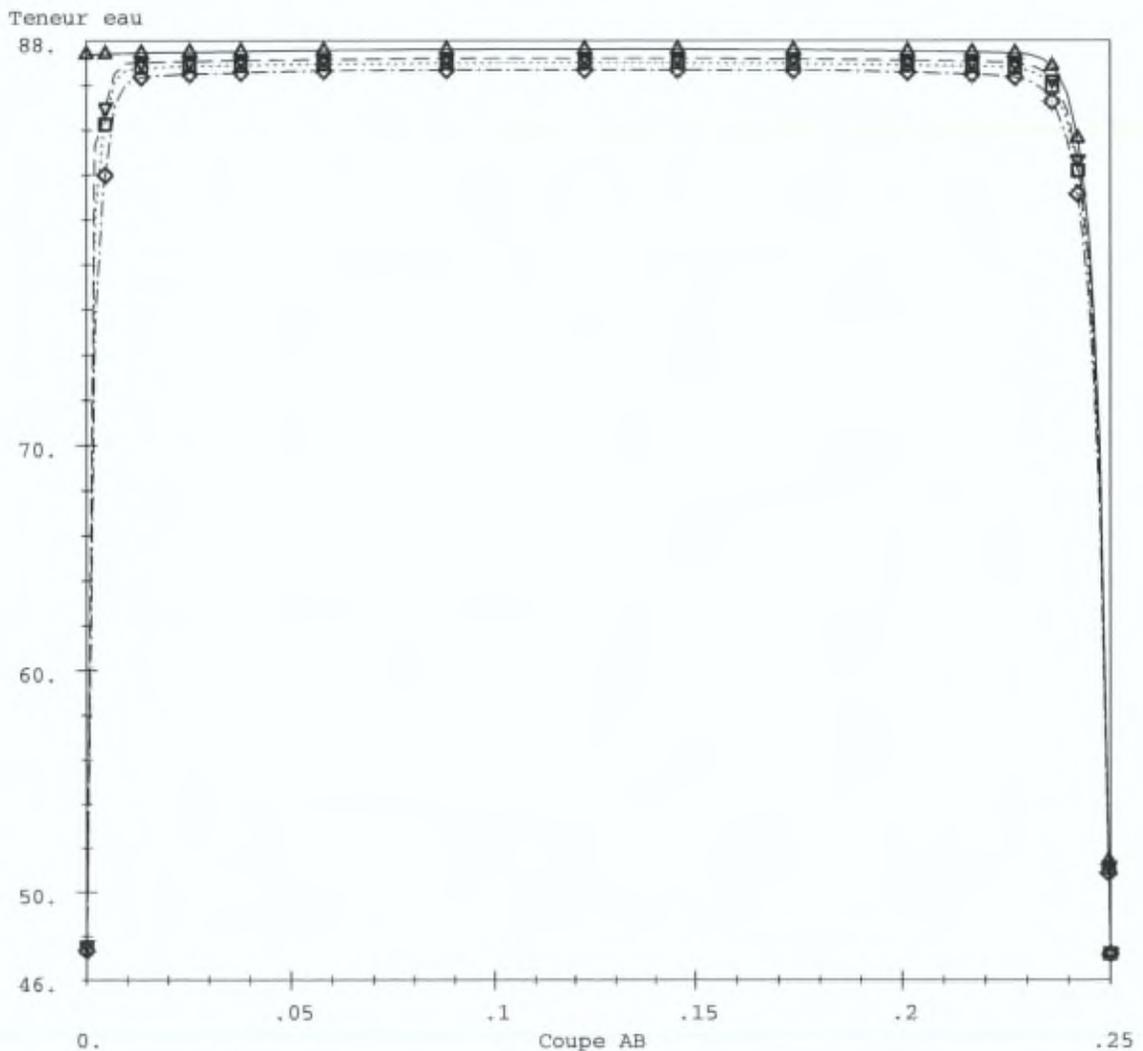


Figure C.7.27

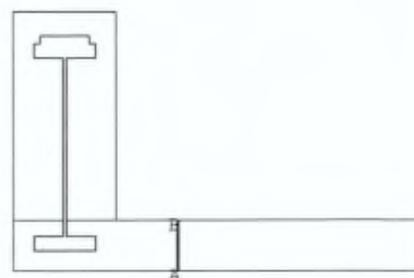
ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : hut4

Evolution de la teneur en eau  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 91.2  
 - - ▼ - - Temps 95.  
 ···· □ ···· Temps 98.8

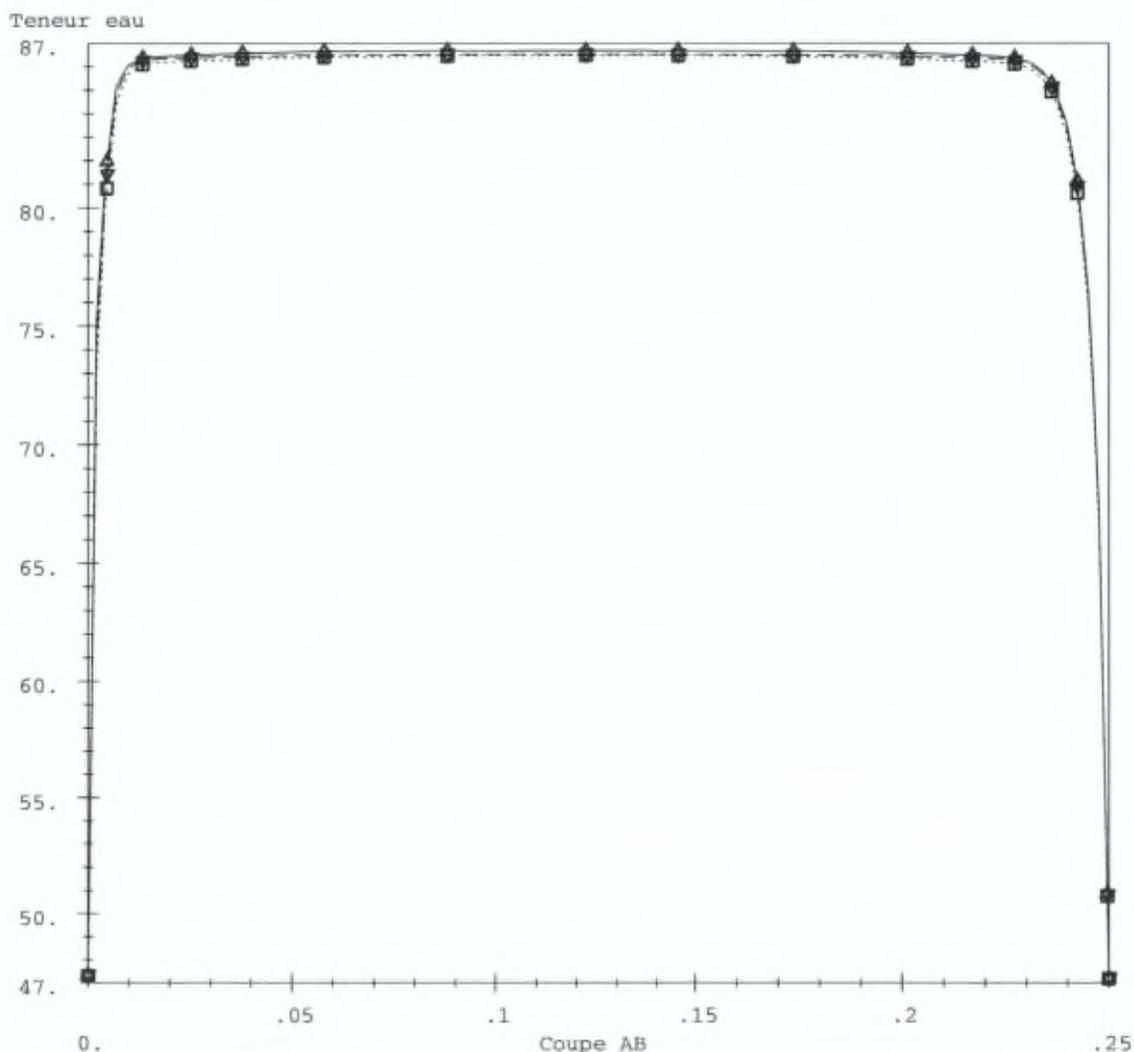


Figure C.7.28

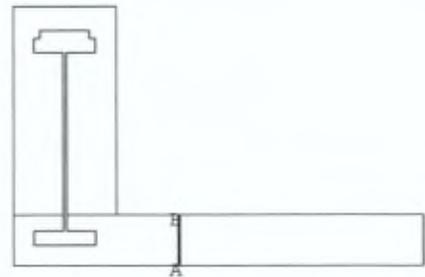
ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : hut5

Evolution de la teneur en eau  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 98.8  
 - - ▼ - - Temps 106.4  
 ..... □ ..... Temps 115.2

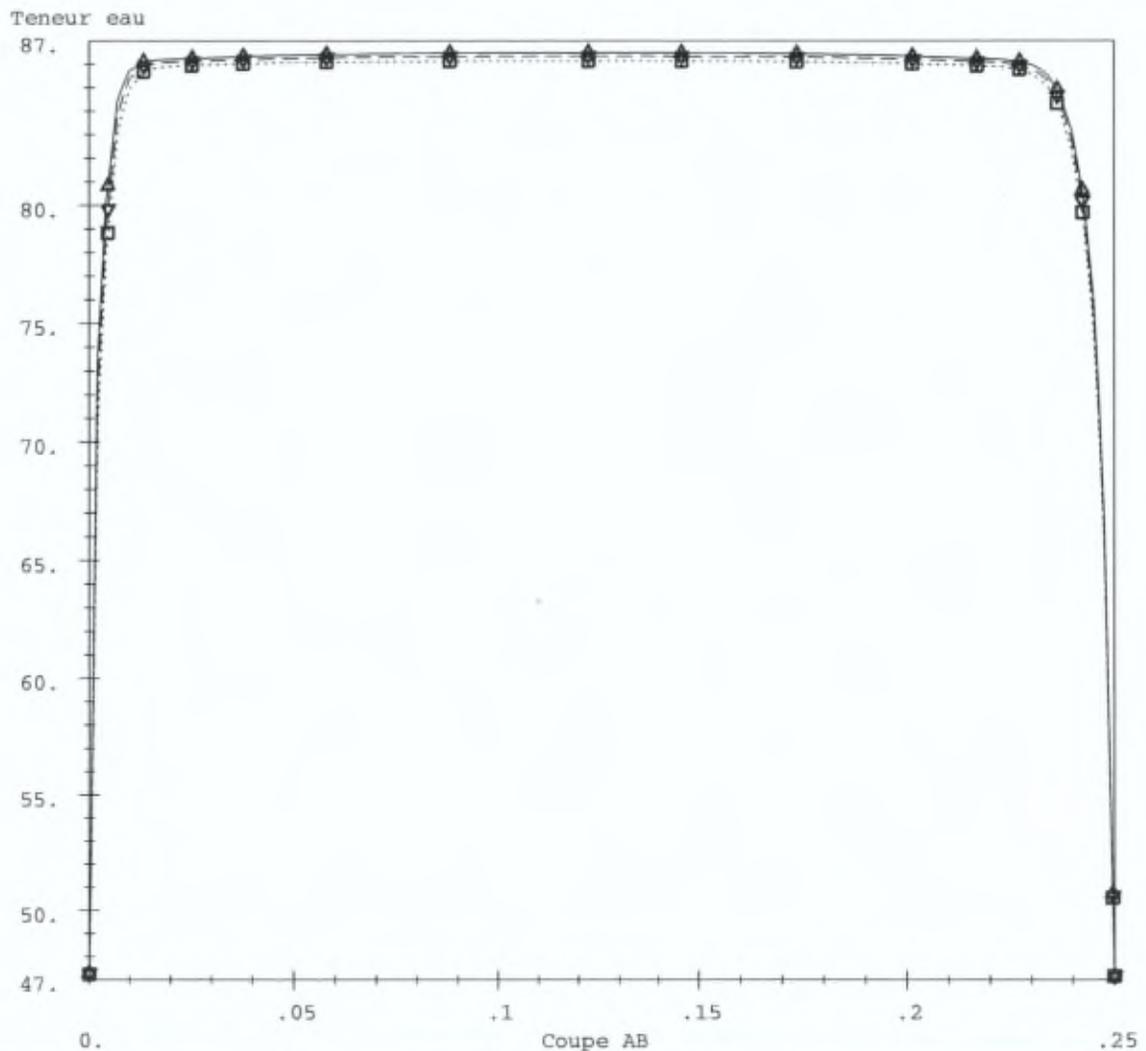


Figure C.7.29

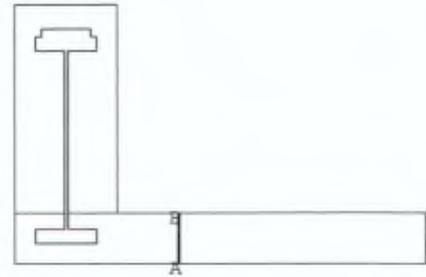
ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : hut6

Evolution de la teneur en eau  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲—	Temps 115.2
--▼--	Temps 121.2
...□...	Temps 136.8
---◇---	Temps 141.6
—○—	Temps 152.
--▲--	Temps 184.7
...▼...	Temps 250.

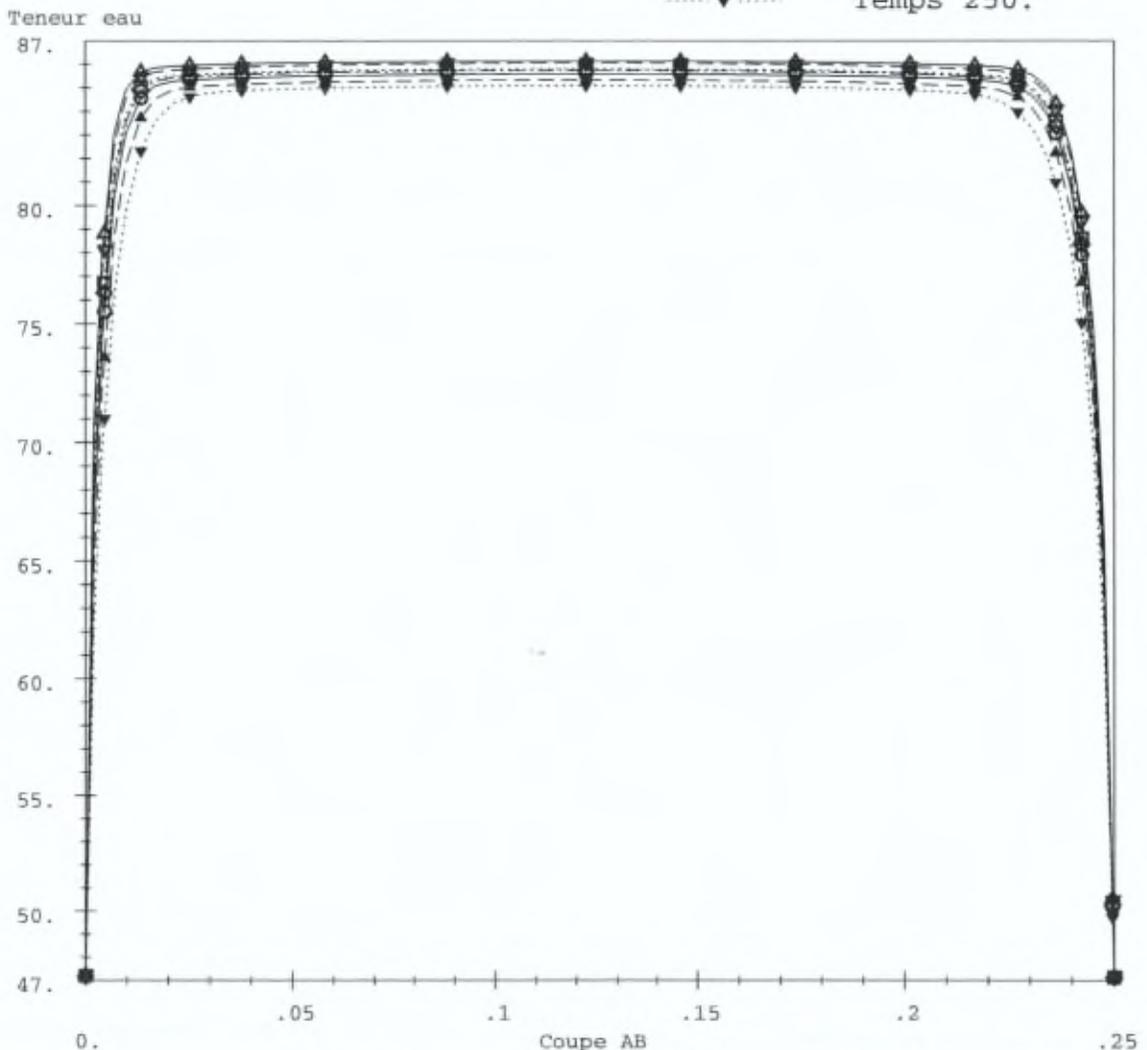


Figure C.7.30

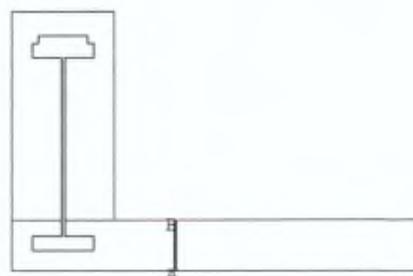
ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : hut7

Evolution de la teneur en eau  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

- ▲— Temps 250.
- - ▽ - - Temps 270.
- ...□... Temps 288.2
- -◇- - Temps 333.9
- Temps 448.6
- -▲- - Temps 736.8
- ...▽... Temps 1080.

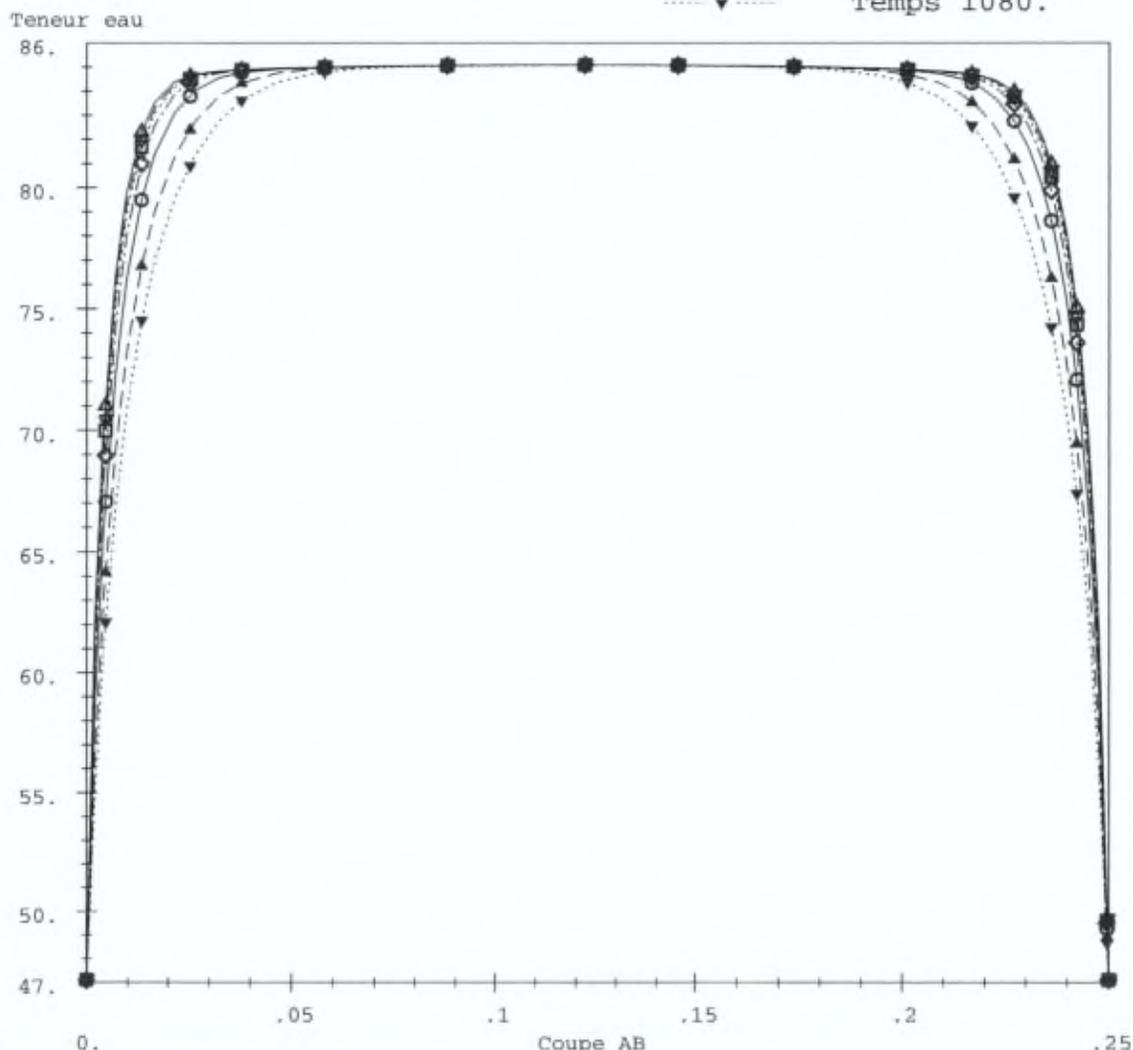


Figure C.7.31

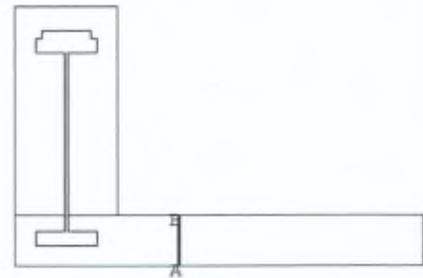
ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : hut8

Evolution de la teneur en eau  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

- ▲— Temps 1080.
- ▽- Temps 1455.
- ...□... Temps 2981.
- ◇- Temps 5027.4
- Temps 7292.4
- ▲- Temps 9749.4
- ...▼... Temps 14938.4
- Temps 19377.4
- ◆— Temps 24005.4

Teneur eau

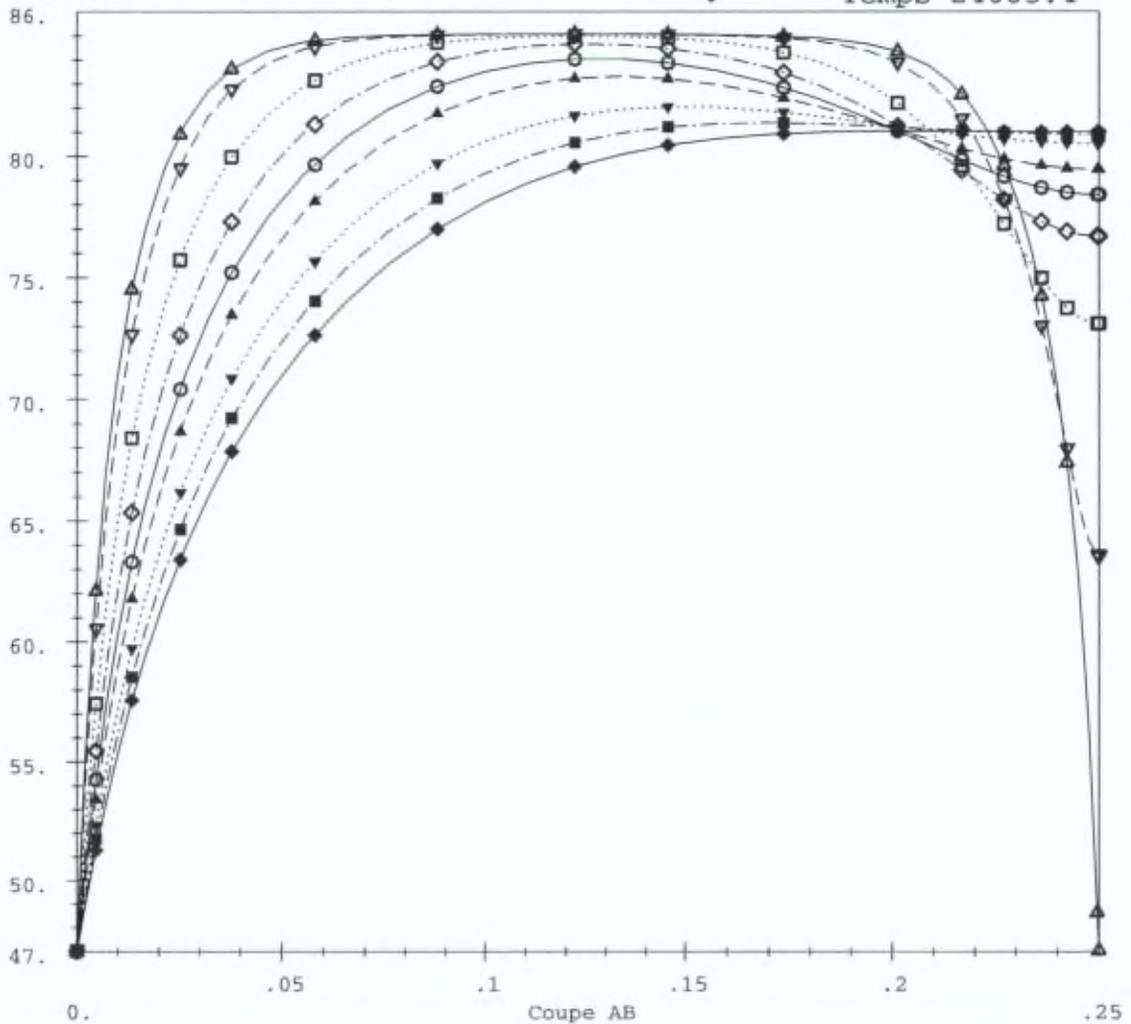


Figure C.7.32

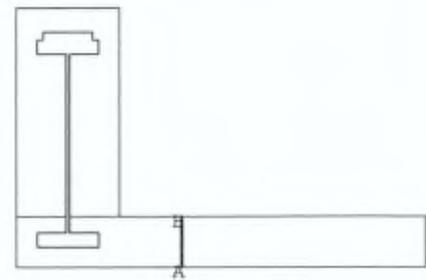
ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : sech2

Evolution de la teneur en eau  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 8.  
 - - ▼ - - Temps 12.  
 ····· □ ····· Temps 16.  
 - - ◆ - - Temps 20.  
 — ○ — Temps 27.  
 - - ▲ - - Temps 31.6  
 ····· ▼ ····· Temps 43.  
 - - ■ - - Temps 62.4

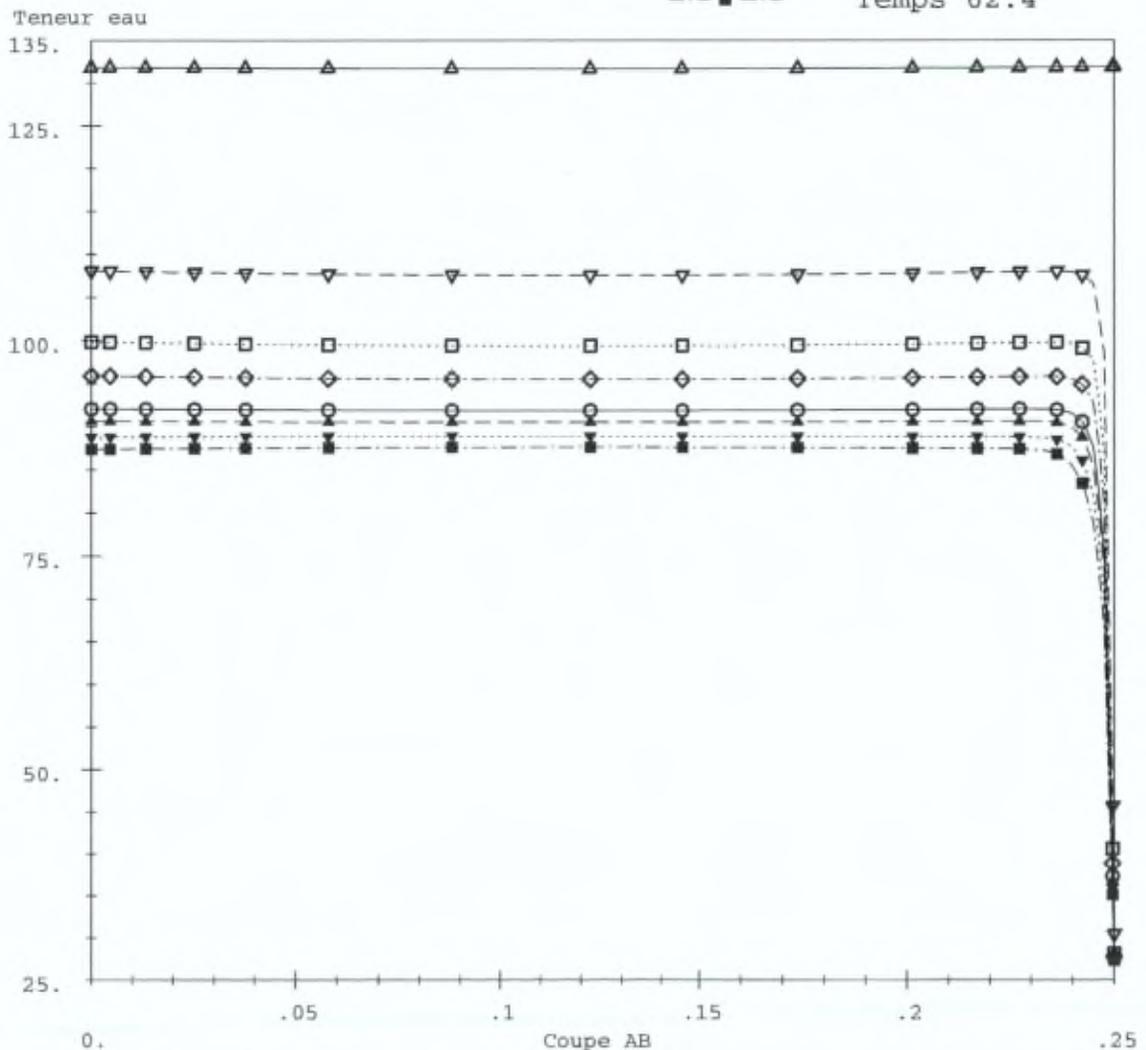


Figure C.7.33

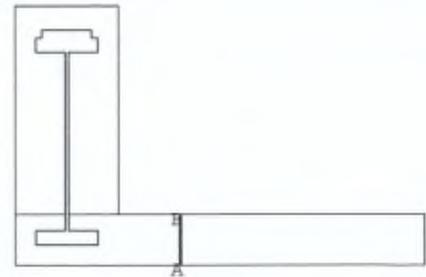
ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : sech3

Evolution de la teneur en eau  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 62.4  
 - - ▼ - - Temps 72.  
 - - - □ - - - Temps 77.5  
 - - - ◆ - - - Temps 91.2

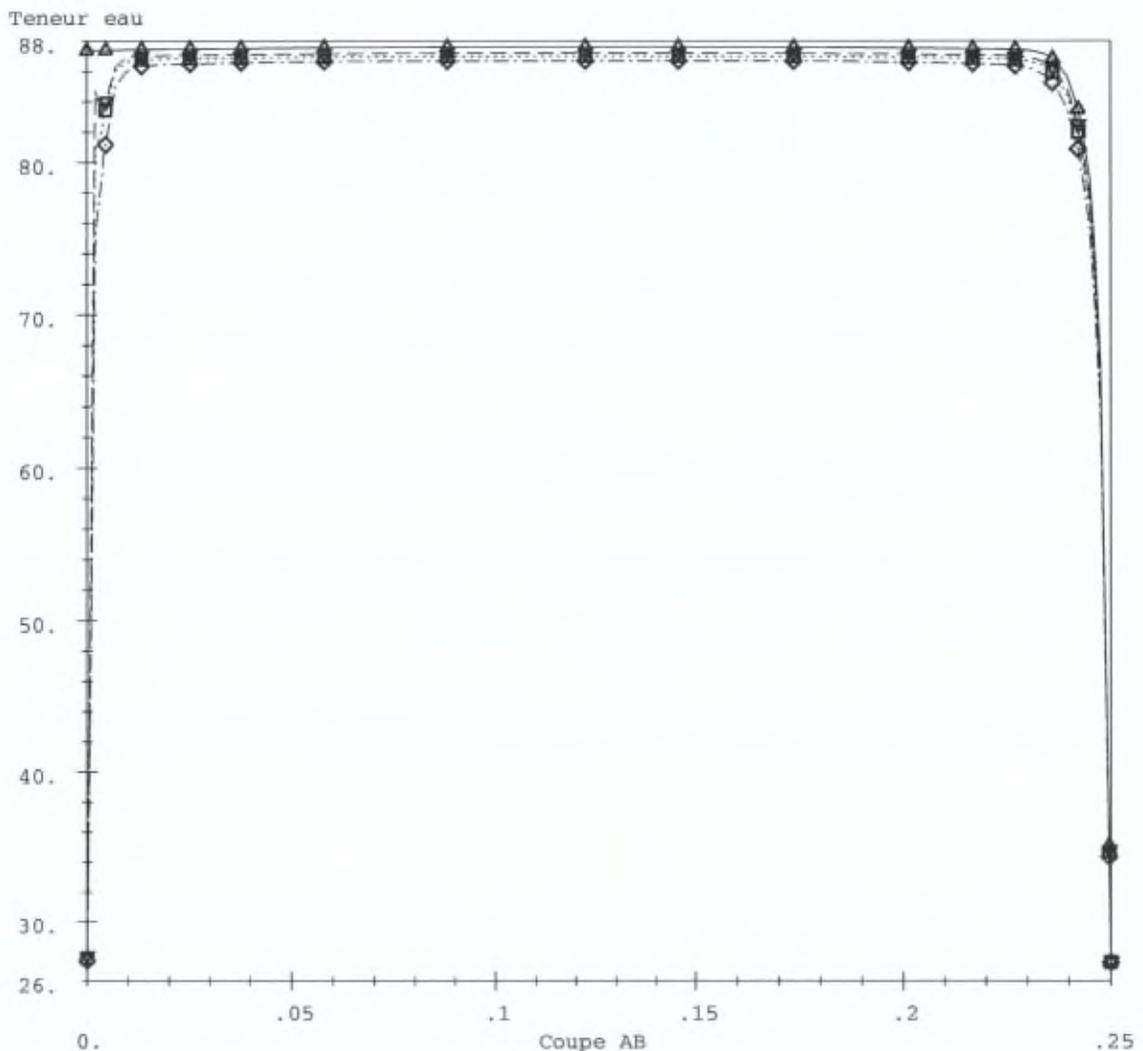


Figure C.7.34

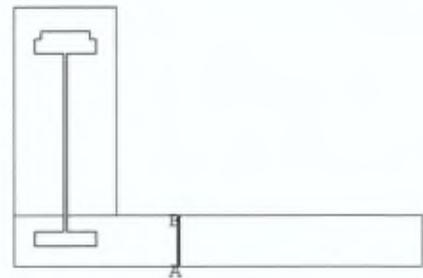
ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : sech4

Evolution de la teneur en eau  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 91.2  
 - - ▼ - - Temps 95.  
 ..... □ ..... Temps 98.8

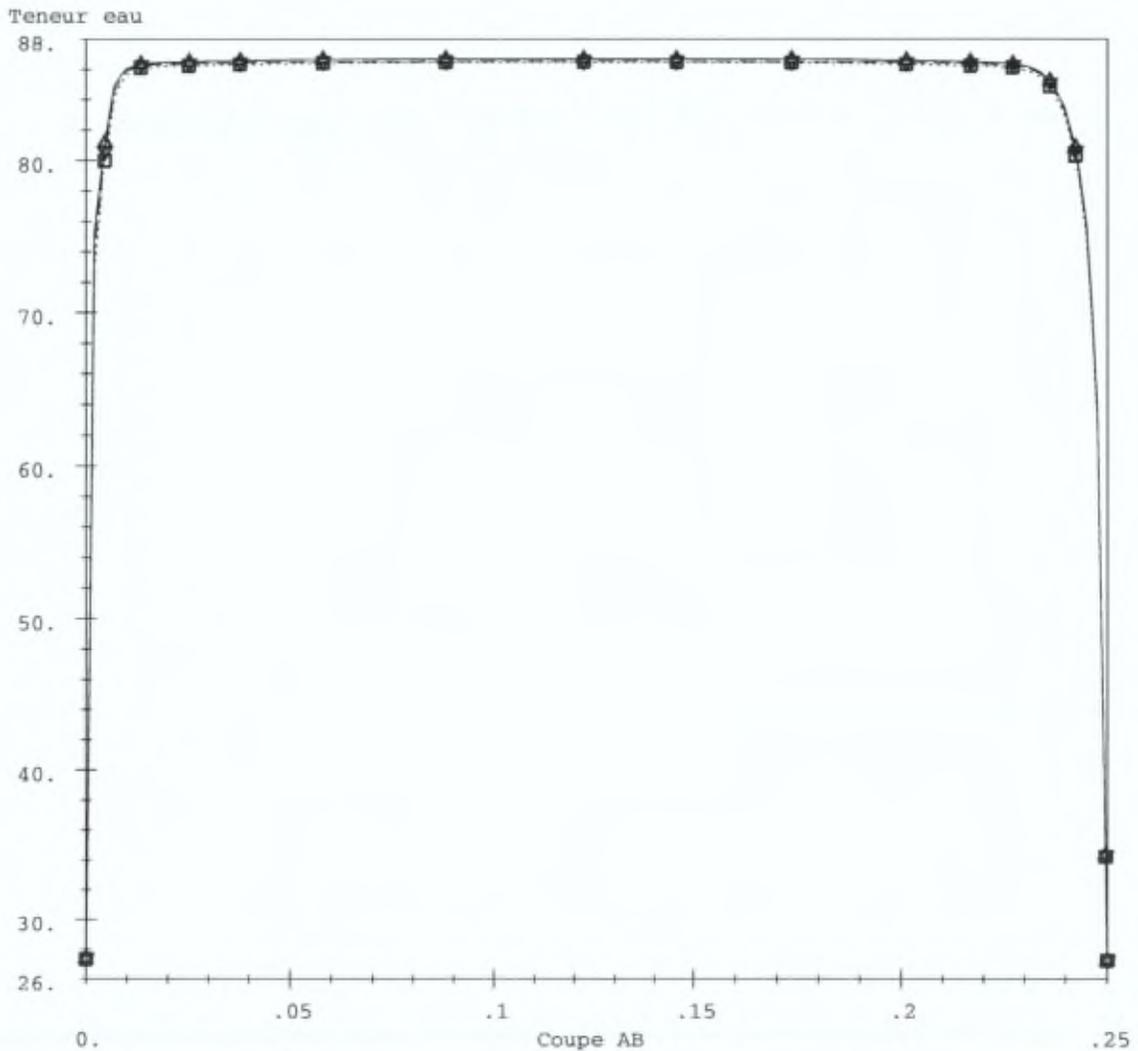


Figure C.7.35

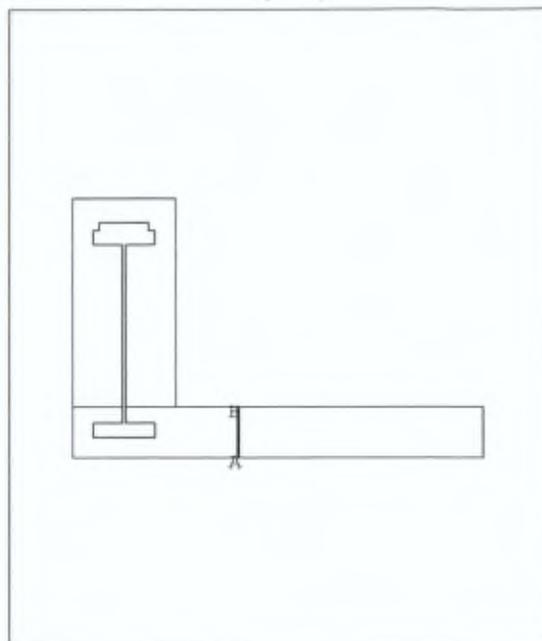
ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : sech5

Evolution de la teneur en eau  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 98.8  
 - - ▽ - - Temps 106.4  
 ..... □ ..... Temps 115.2

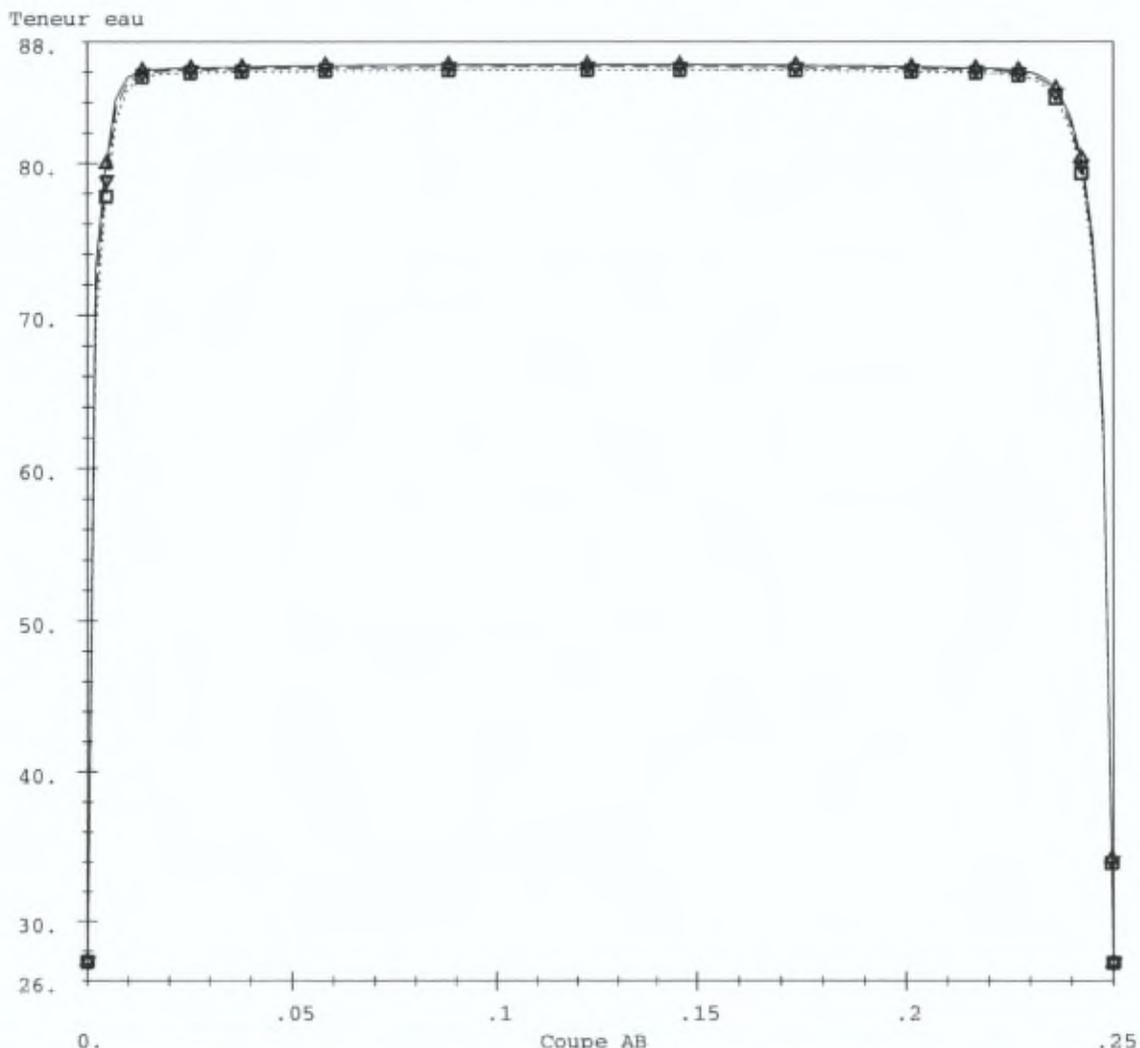


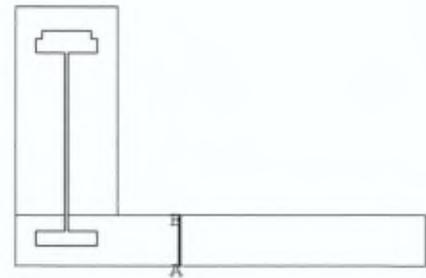
Figure C.7.36

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : sech6

Evolution de la teneur en eau  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲—	Temps 115.2
---▼---	Temps 121.2
---□---	Temps 136.8
---◇---	Temps 141.6
—○—	Temps 152.
---▲---	Temps 184.7
---▼---	Temps 250.

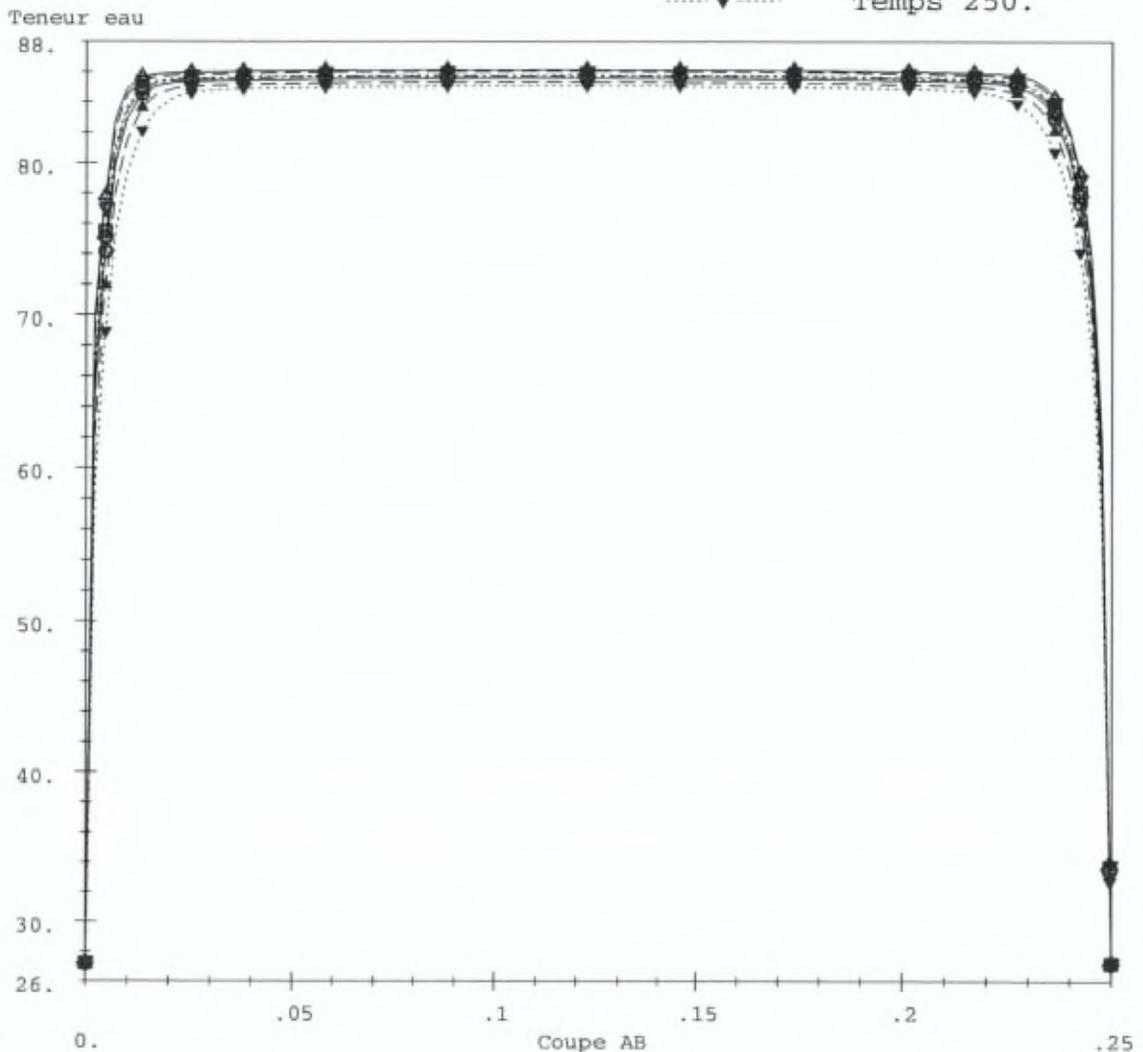


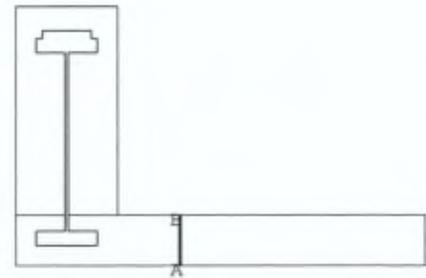
Figure C.7.37

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : sech7

Evolution de la teneur en eau  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 250.  
 - - ▼ - - Temps 270.  
 - - □ - - Temps 288.2  
 - - ◇ - - Temps 333.9  
 —○— Temps 448.6  
 - - ▲ - - Temps 736.8  
 - - ▼ - - Temps 1080.

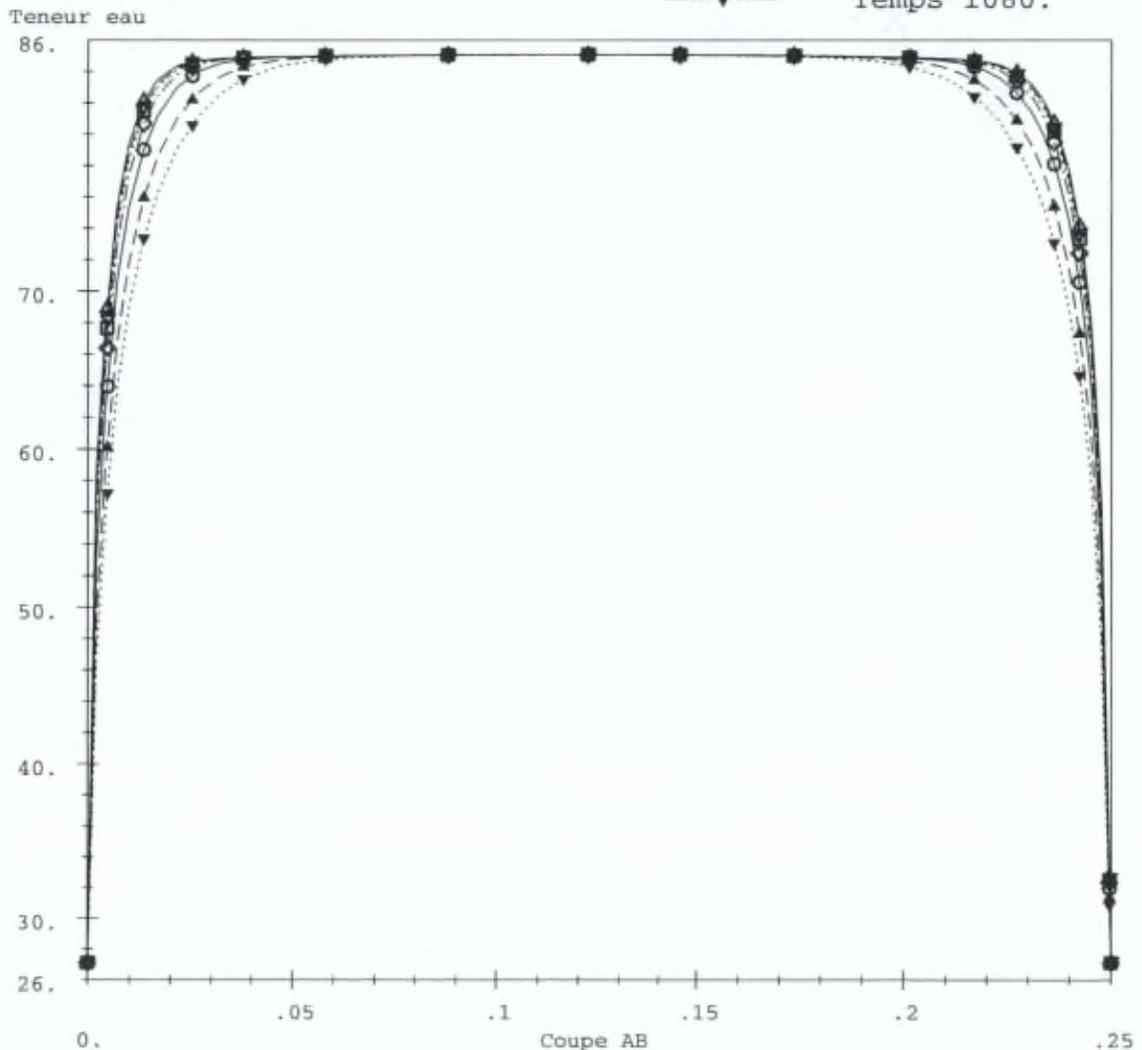


Figure C.7.38

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : sech8

Evolution de la teneur en eau  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau

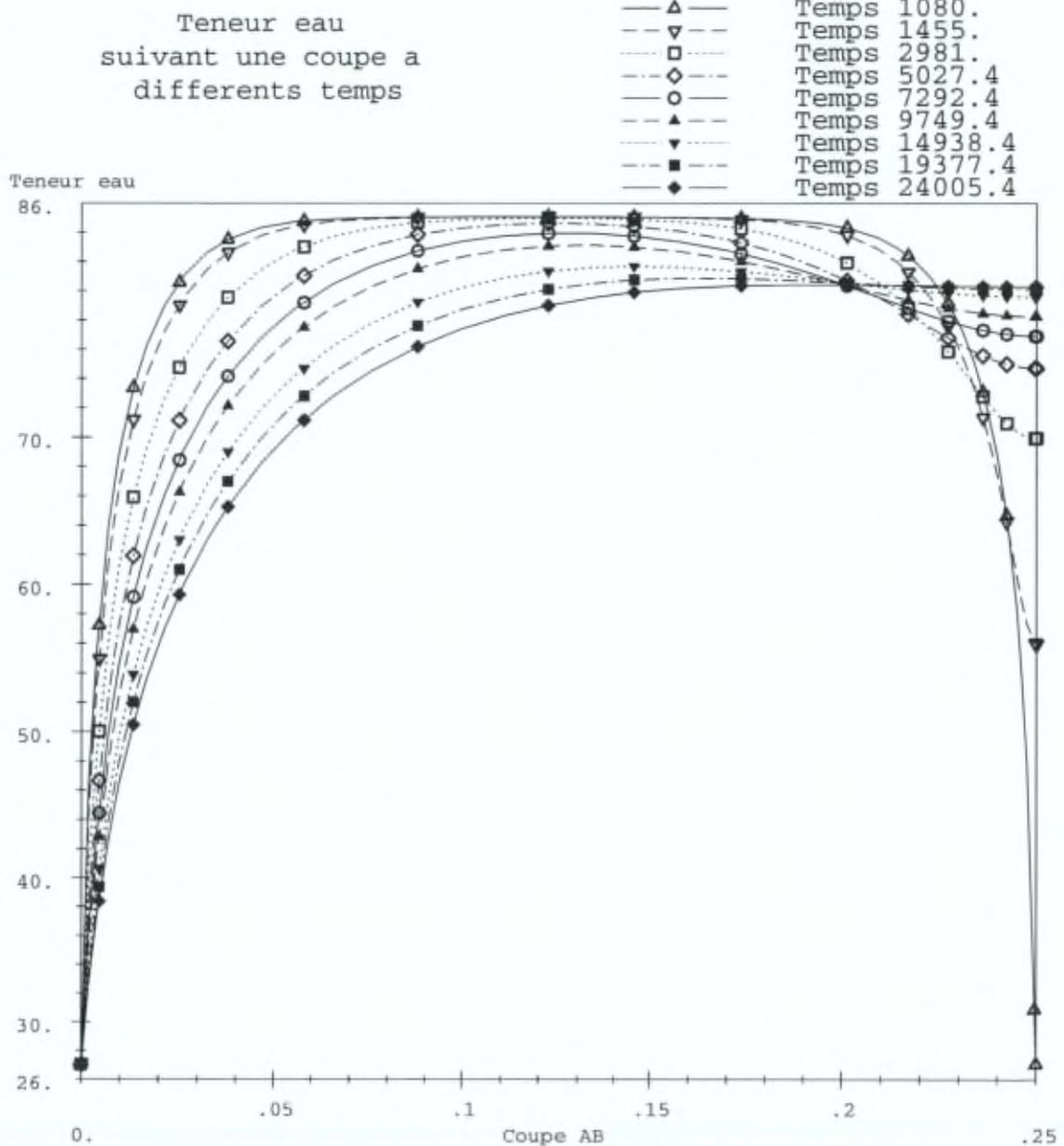
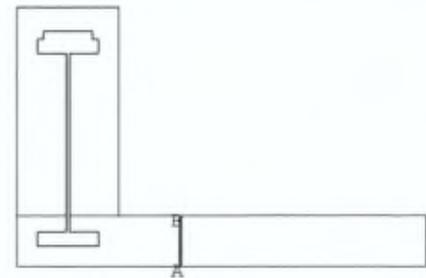


Figure C.7.39

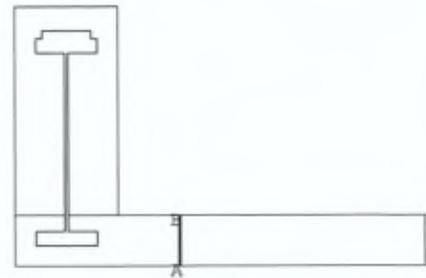
ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : hut1

Evolution de la teneur en eau  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 0.  
 - - ▼ - - Temps 2.  
 ····· □ ····· Temps 4.  
 - - ◆ - - Temps 6.  
 —○— Temps 8.

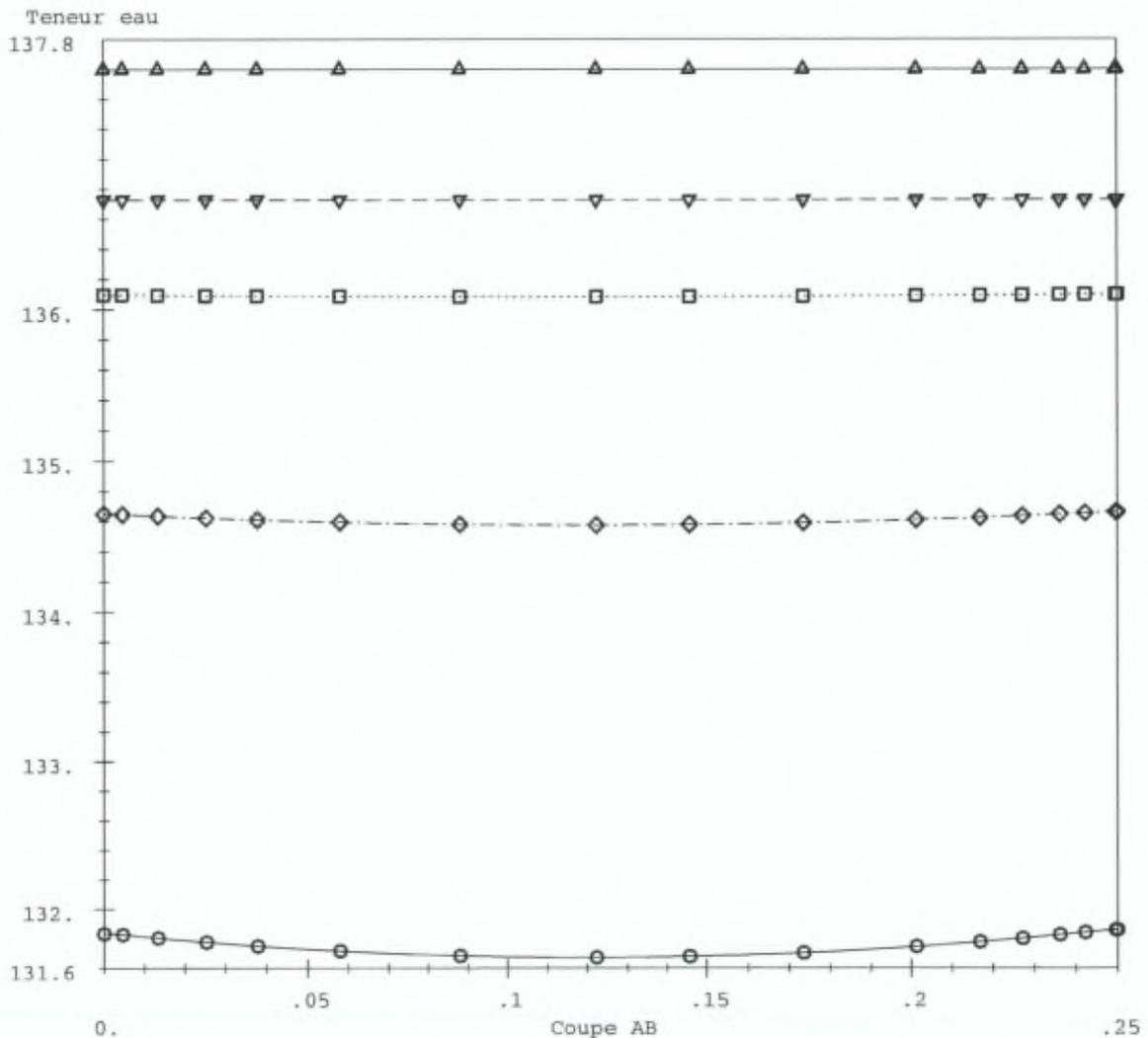


Figure C.7.40

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : cof2

Evolution de la teneur en eau  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau

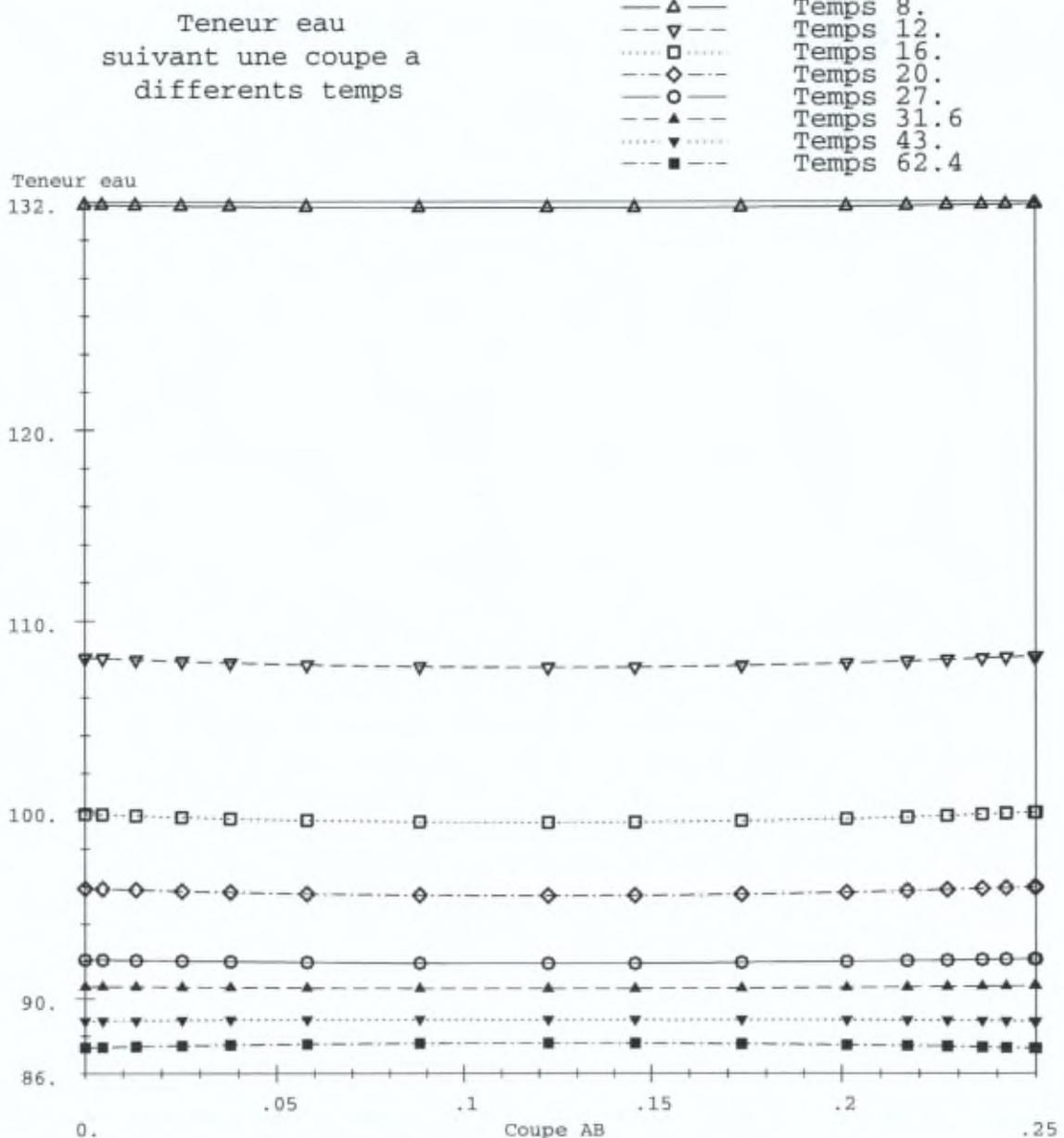
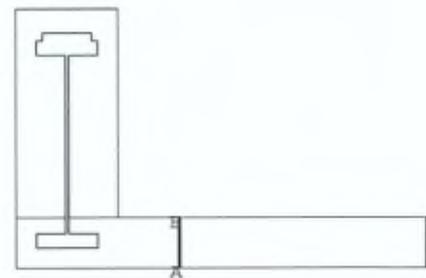


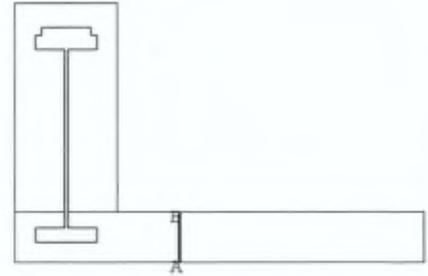
Figure C.7.41

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : cof3

Evolution de la teneur en eau  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 62.4  
 - - ▼ - - Temps 72.  
 ..... □ ..... Temps 77.5  
 - - ◆ - - Temps 91.2

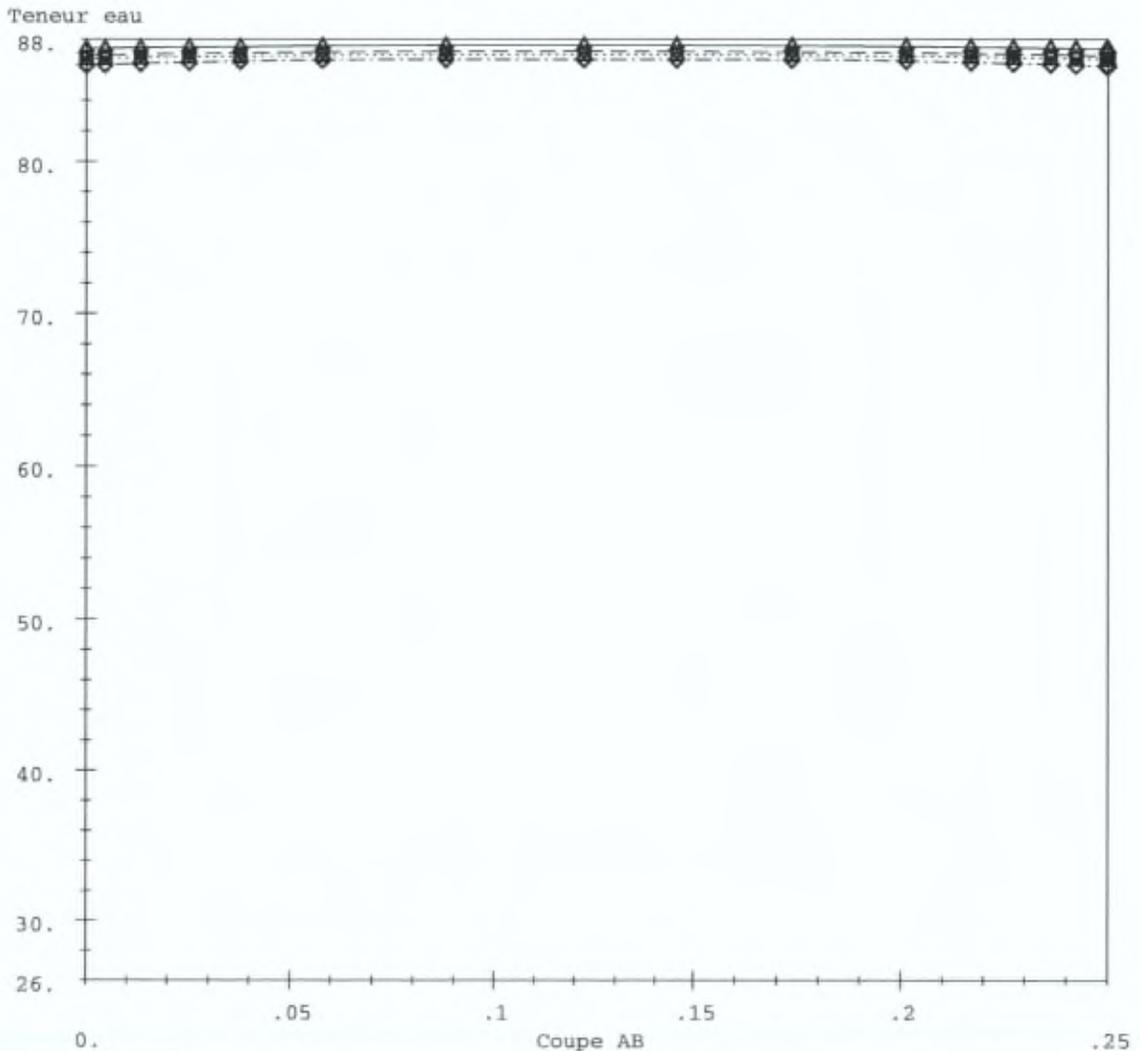


Figure C.7.42

ULB

Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : cof4

Evolution de la teneur en eau  
 dans la dalle

---

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau

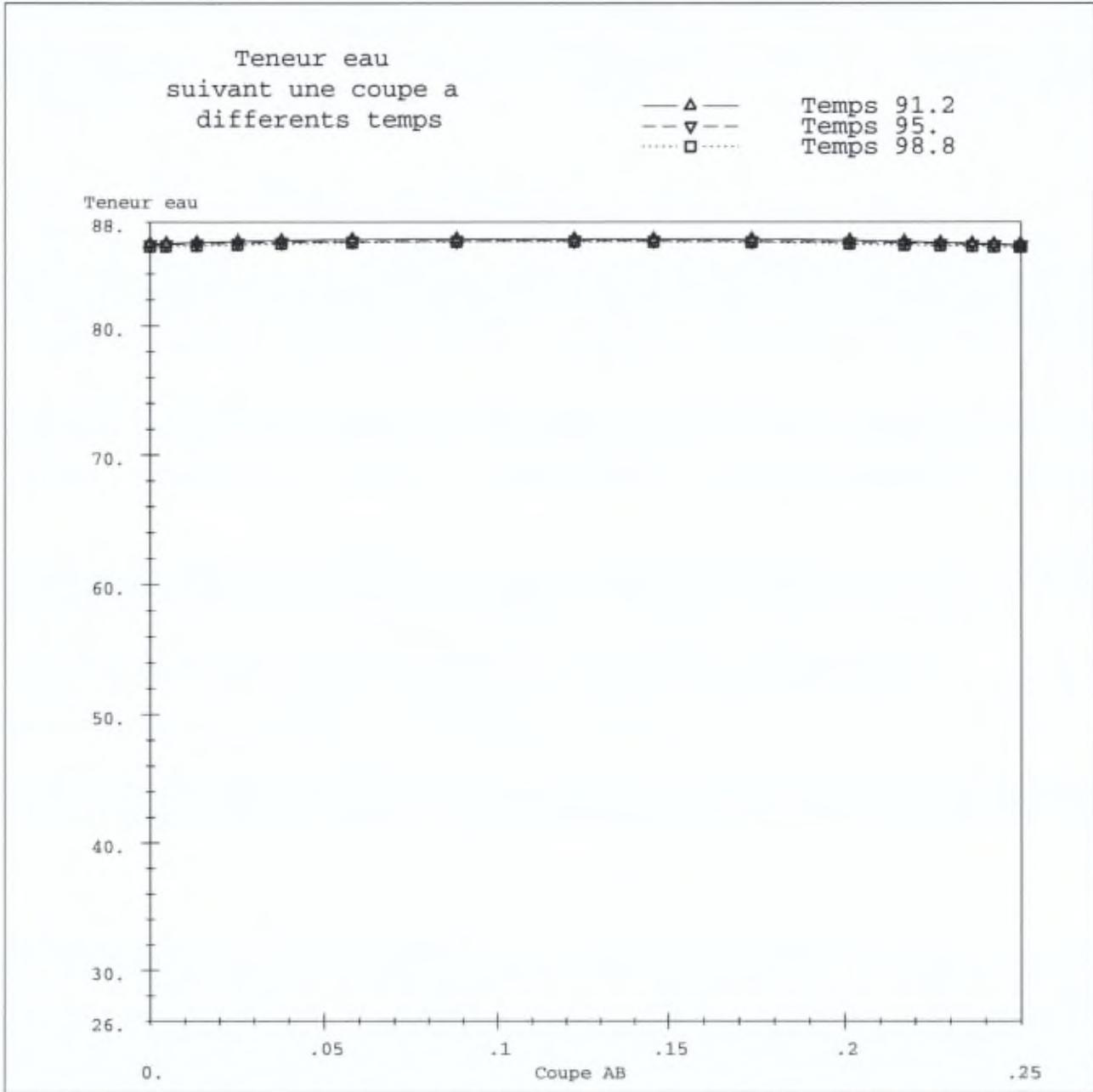
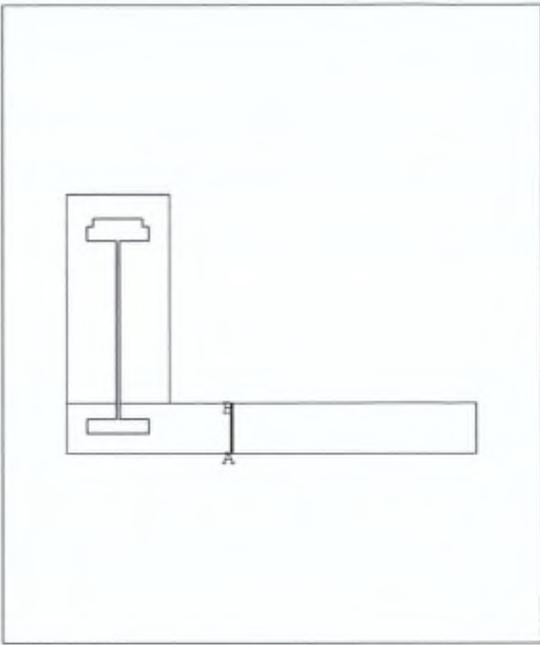


Figure C.7.43

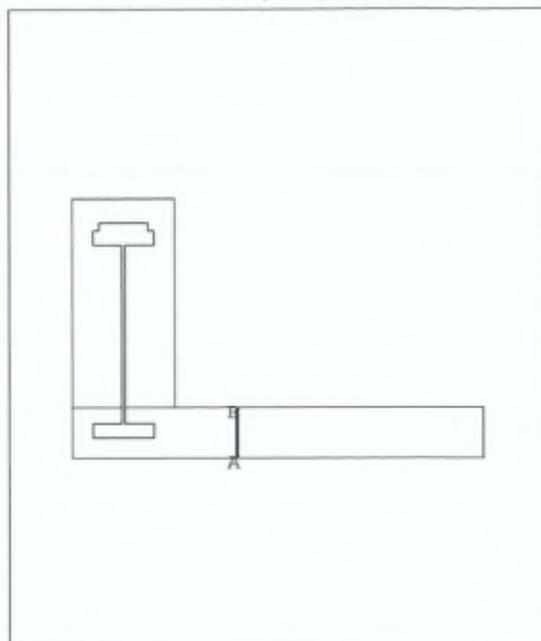
ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : cof5

Evolution de la teneur en eau  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 98.8  
 - -▼- - Temps 106.4  
 .....□..... Temps 115.2

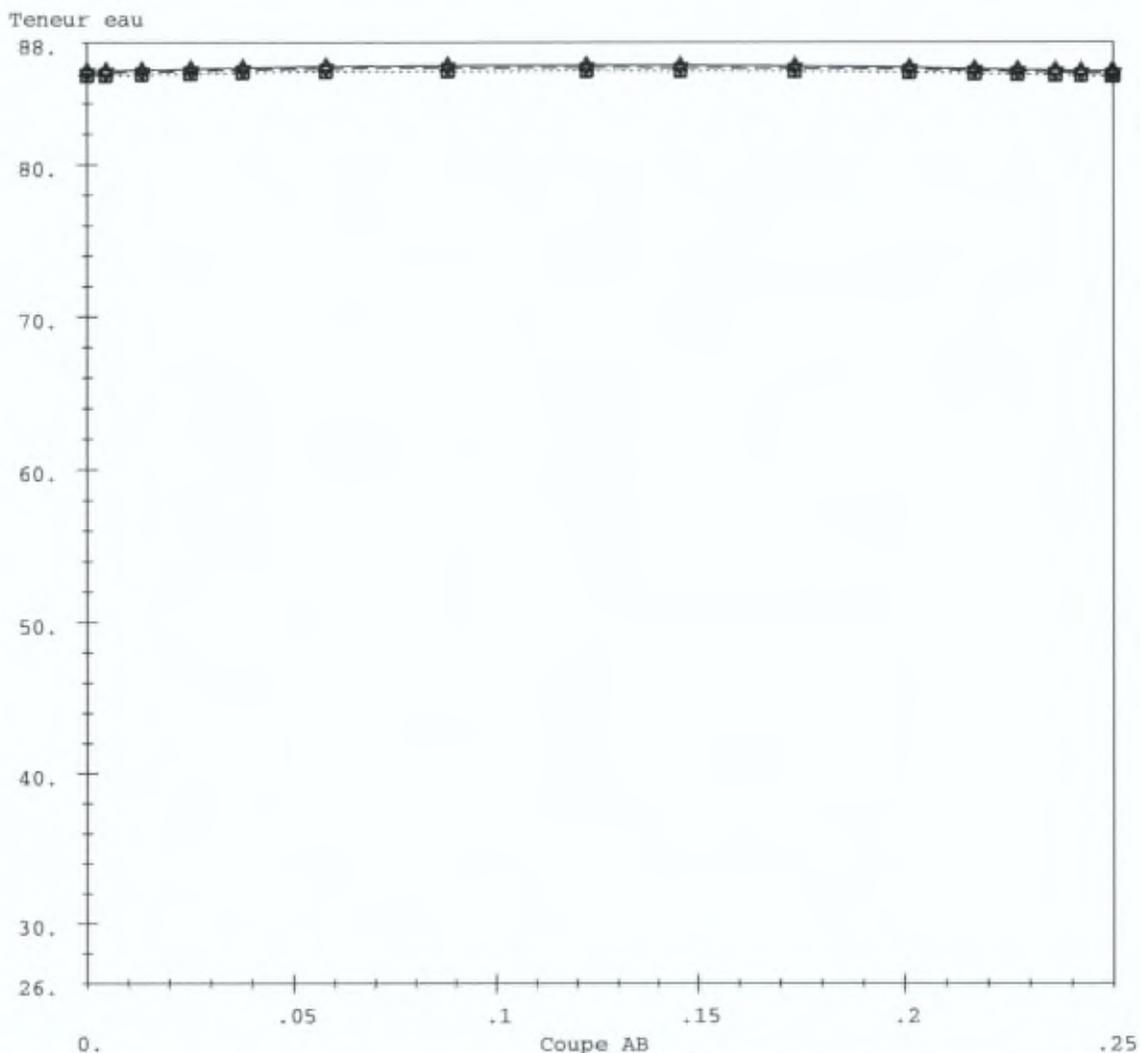


Figure C.7.44

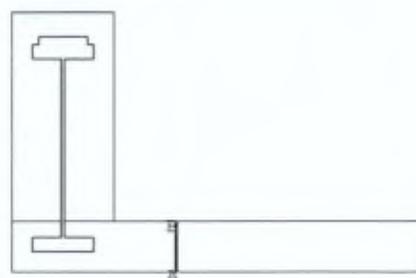
ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : cof6

Evolution de la teneur en eau  
 dans la dalle

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—△—	Temps 115.2
--▽--	Temps 121.2
...□...	Temps 136.8
---◇---	Temps 141.6
—○—	Temps 152.
--▲--	Temps 184.7
...▼...	Temps 250.

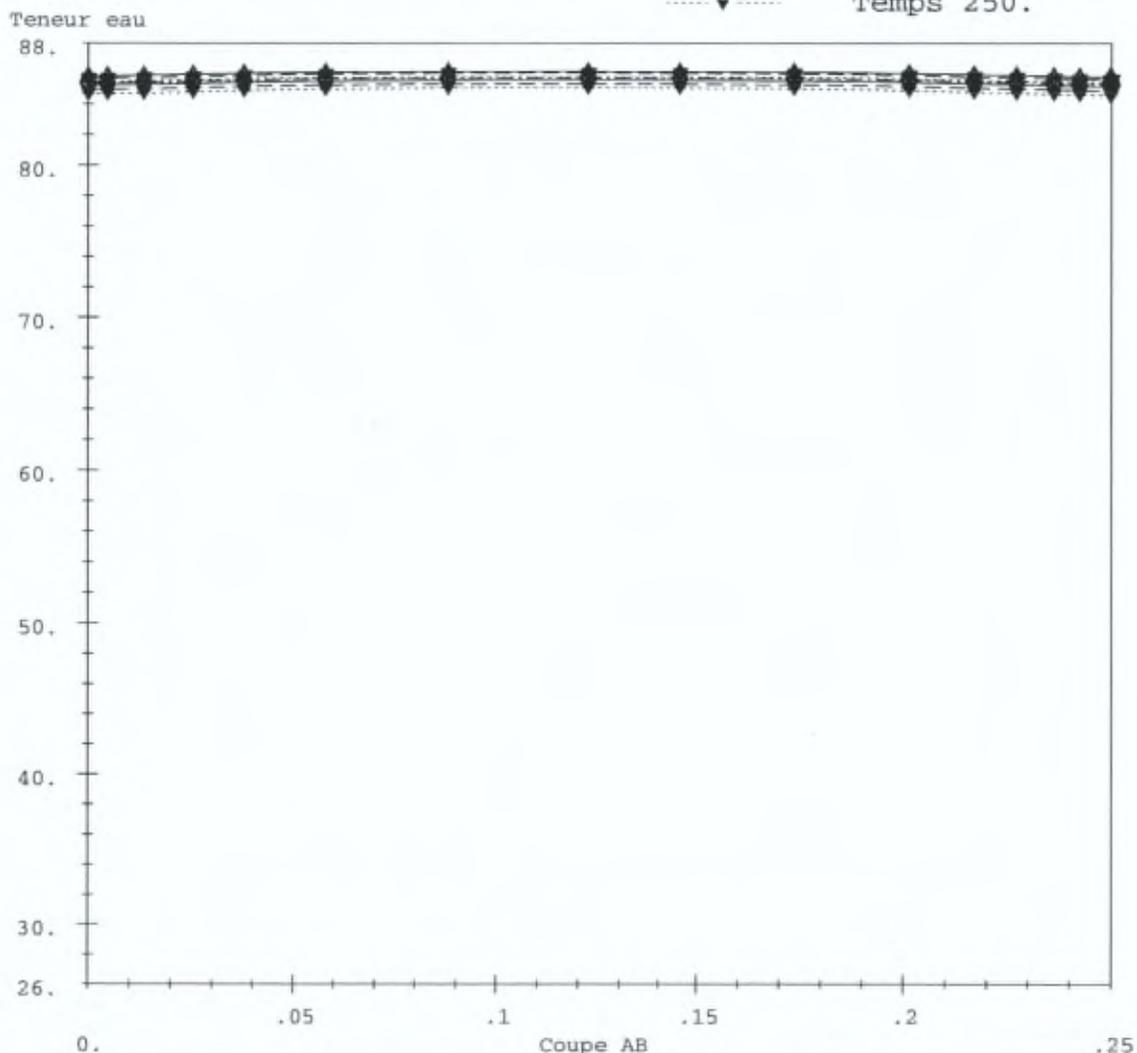


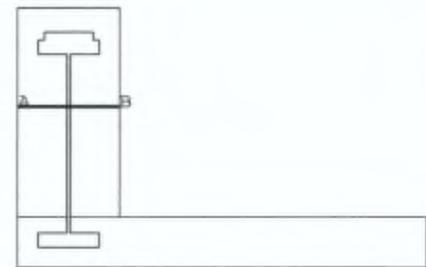
Figure C.7.45

ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : bon0  
 Calcul : tep4

Evolution de la temperature  
 dans la membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Temperature



Temperature  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 91.2  
 - - ▼ - - Temps 95.  
 .....□..... Temps 98.8

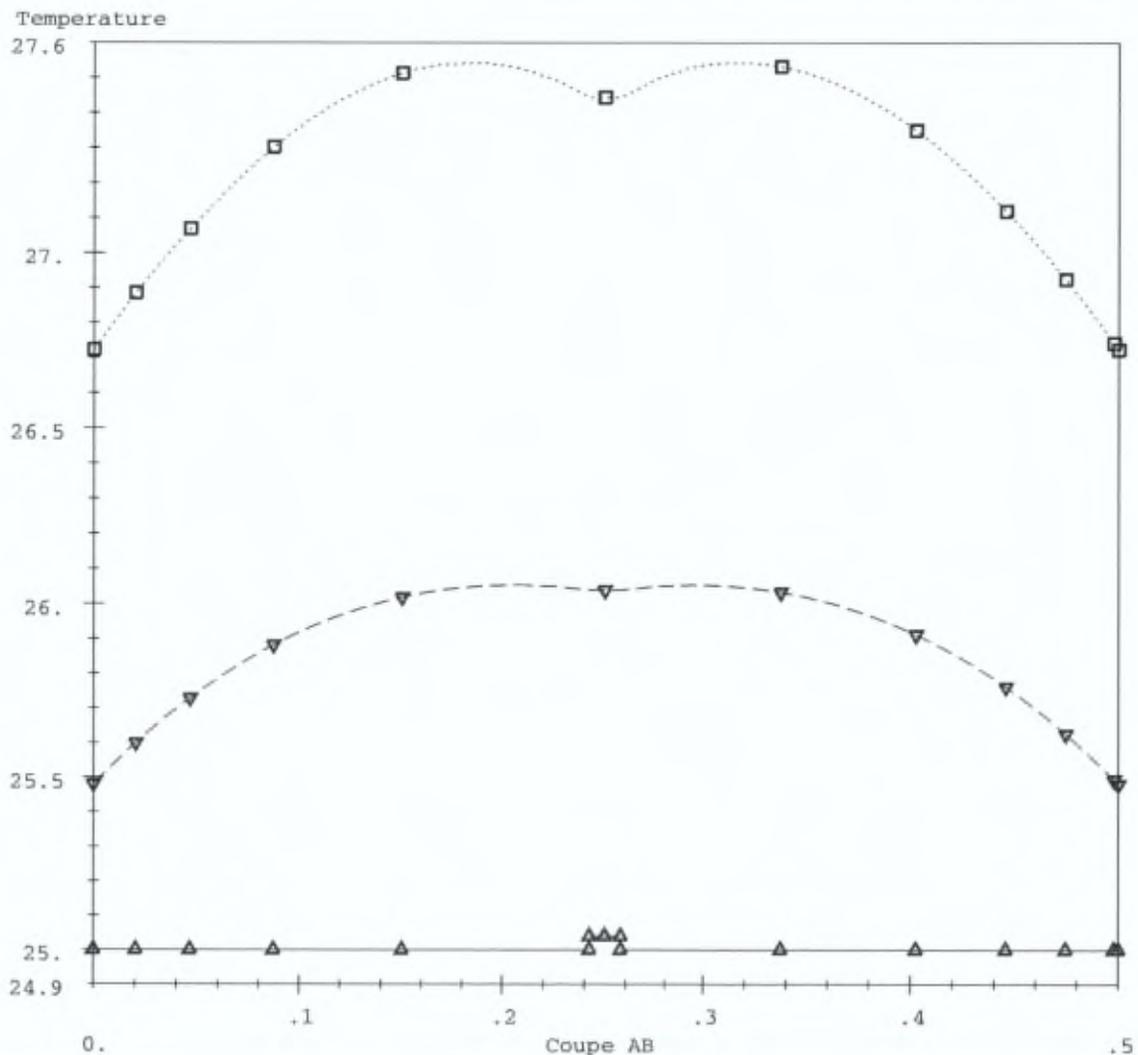


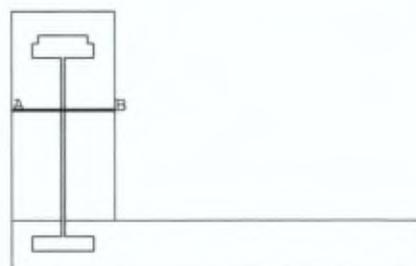
Figure C.7.46

ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : bon0  
 Calcul : tep5

Evolution de la temperature  
 dans la membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Temperature



Temperature  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 98.8  
 - - ▼ - - Temps 106.4  
 ..... □ ..... Temps 115.2

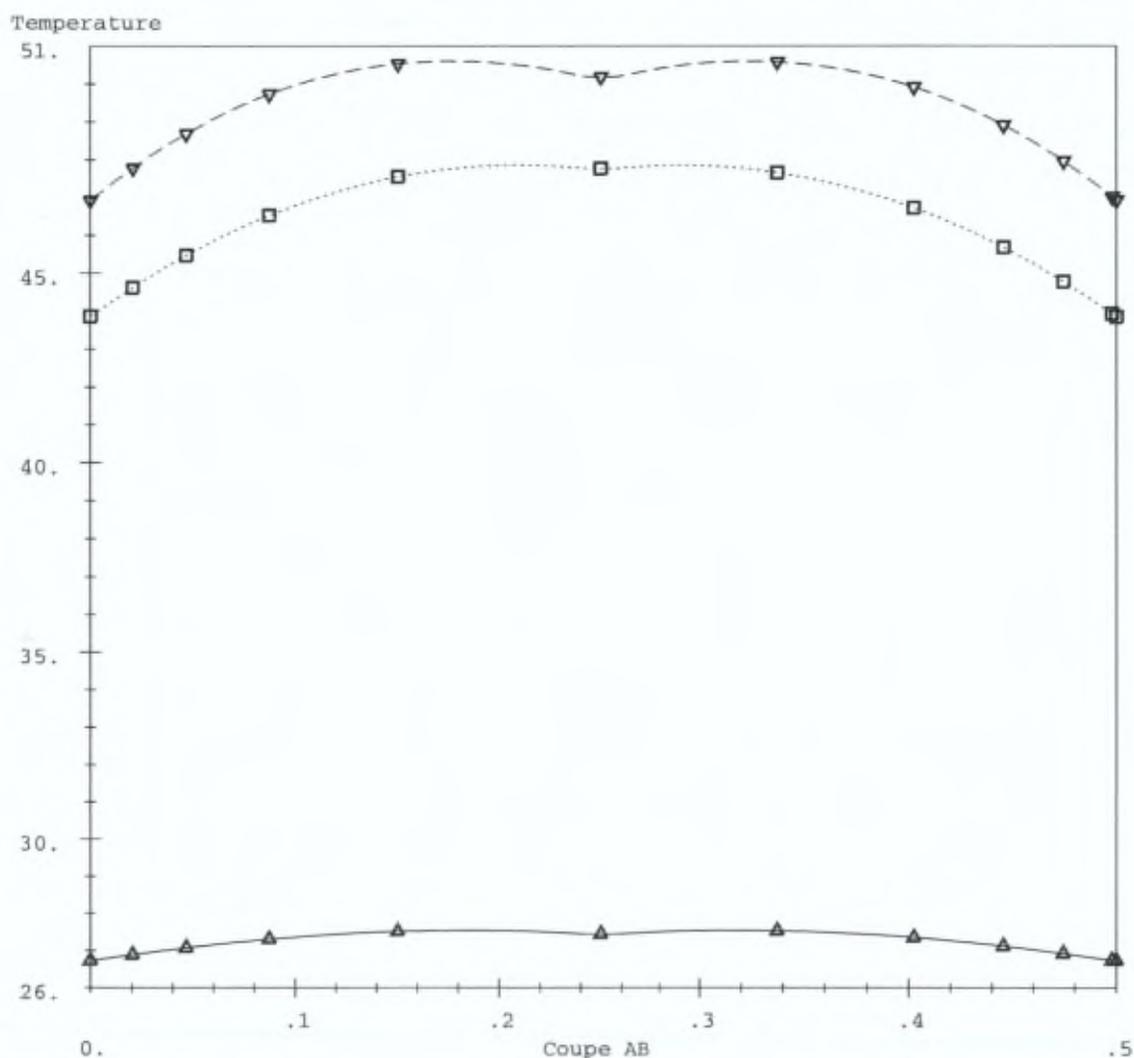


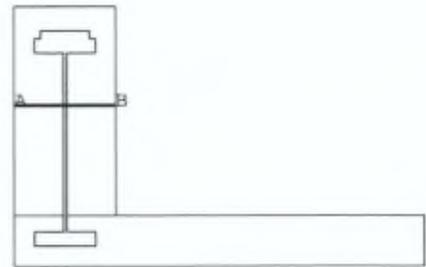
Figure C.7.47

ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : bon0  
 Calcul : tep6

Evolution de la temperature  
 dans la membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Temperature



Temperature  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 115.2  
 - - ▼ - - Temps 121.2  
 ···· □ ···· Temps 136.8  
 - - ◆ - - Temps 141.6  
 —○— Temps 152.  
 - - ▲ - - Temps 184.7  
 ···· ▼ ···· Temps 250.

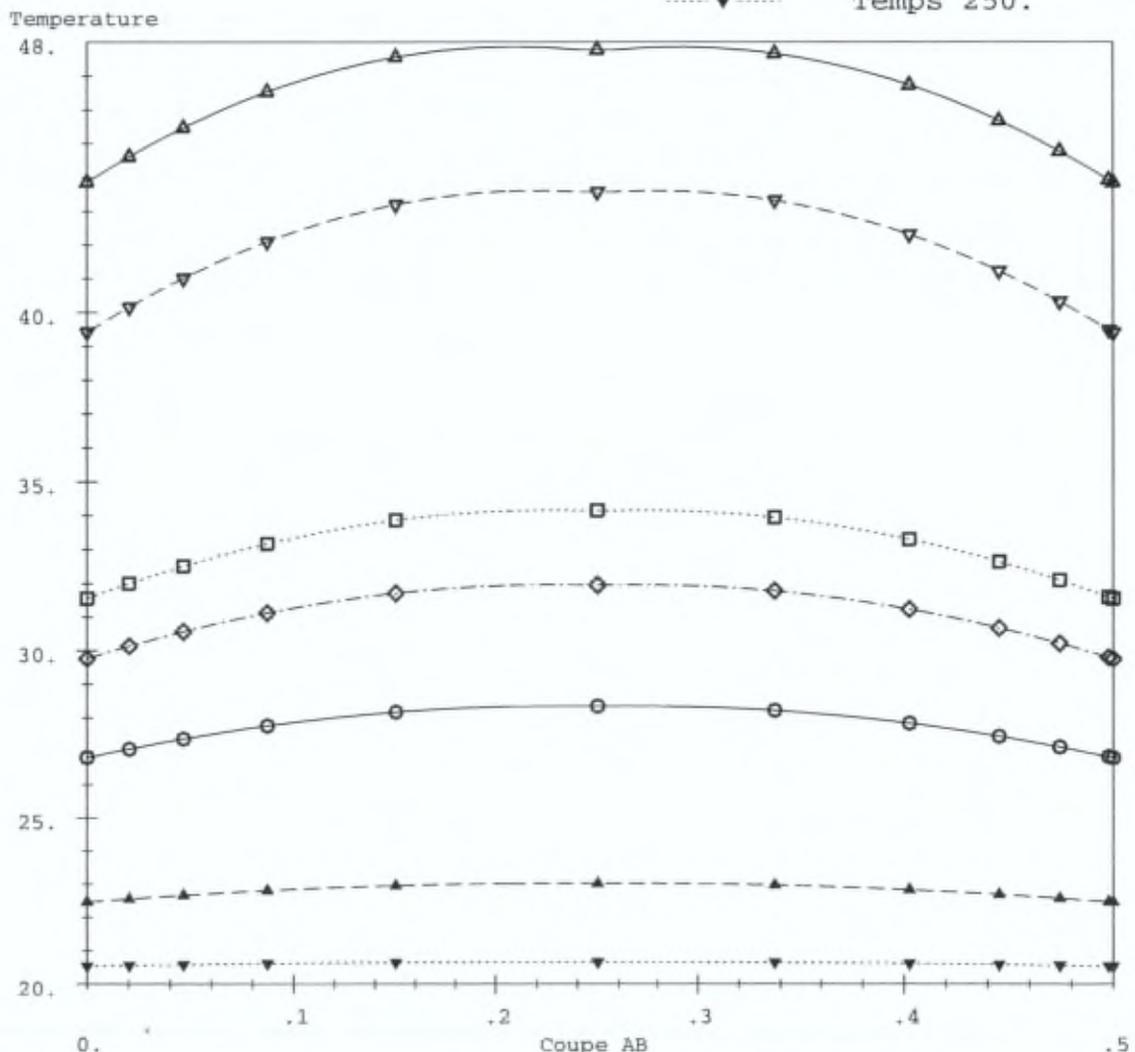


Figure C.7.48

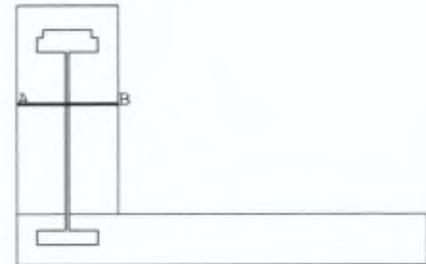
ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : bon0  
 Calcul : tep4

Evolution du degre d'hydratation  
 dans la membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Degre d hydratation



Degre d hydratation  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 91.2  
 - - ▼ - - Temps 95.  
 ···□··· Temps 98.8

Degre d hydratation

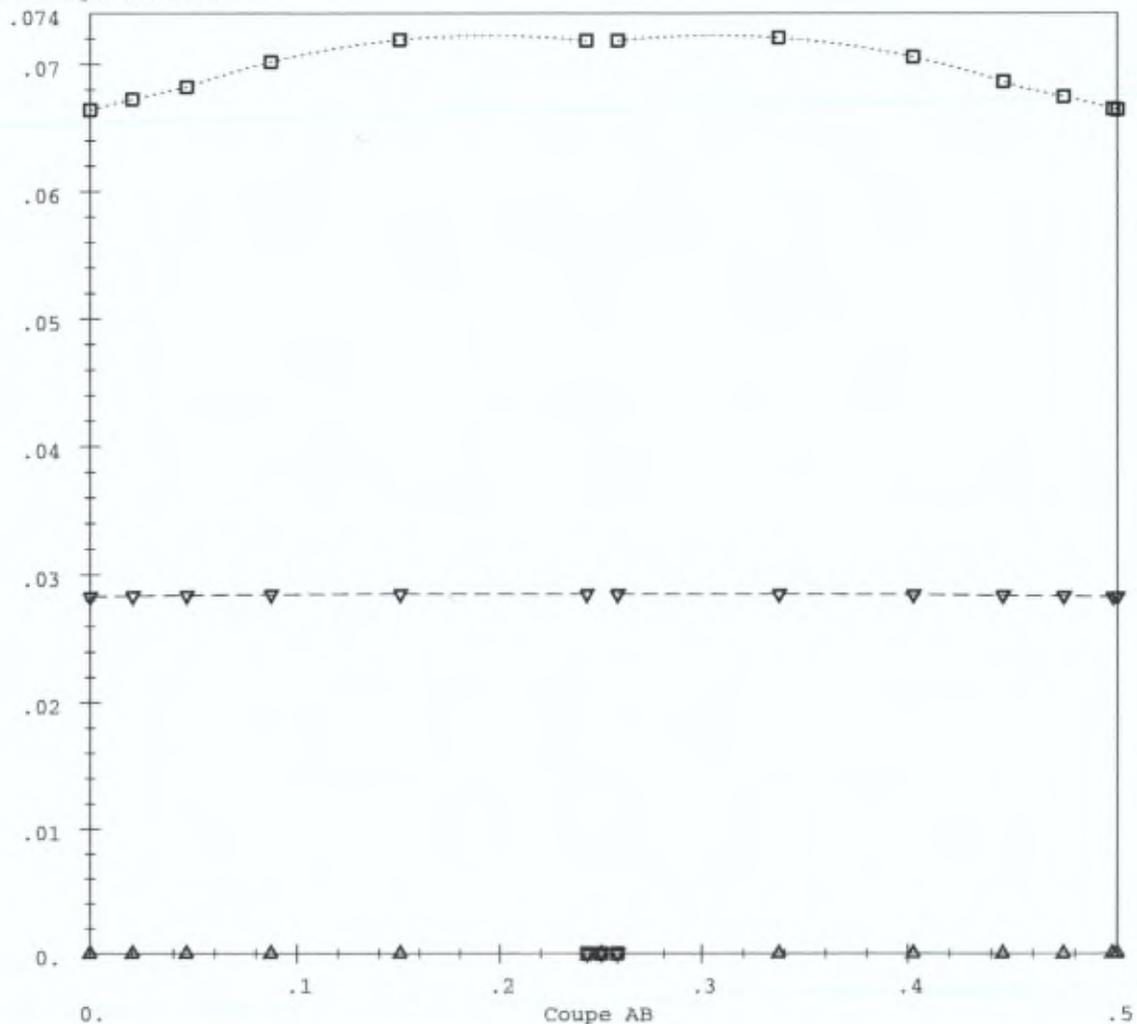


Figure C.7.49

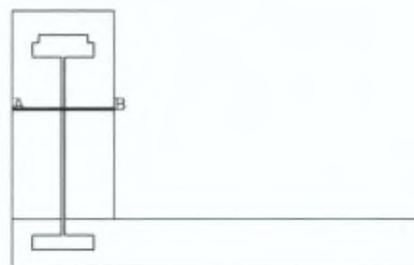
ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : bon0  
 Calcul : tep5

Evolution du degre d'hydratation  
 dans la membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Degre d hydratation



Degre d hydratation  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 98.8  
 - - ▼ - - Temps 100.8  
 ···· □ ···· Temps 103.2  
 - - ◆ - - Temps 106.4  
 —○— Temps 115.2

Degre d hydratation

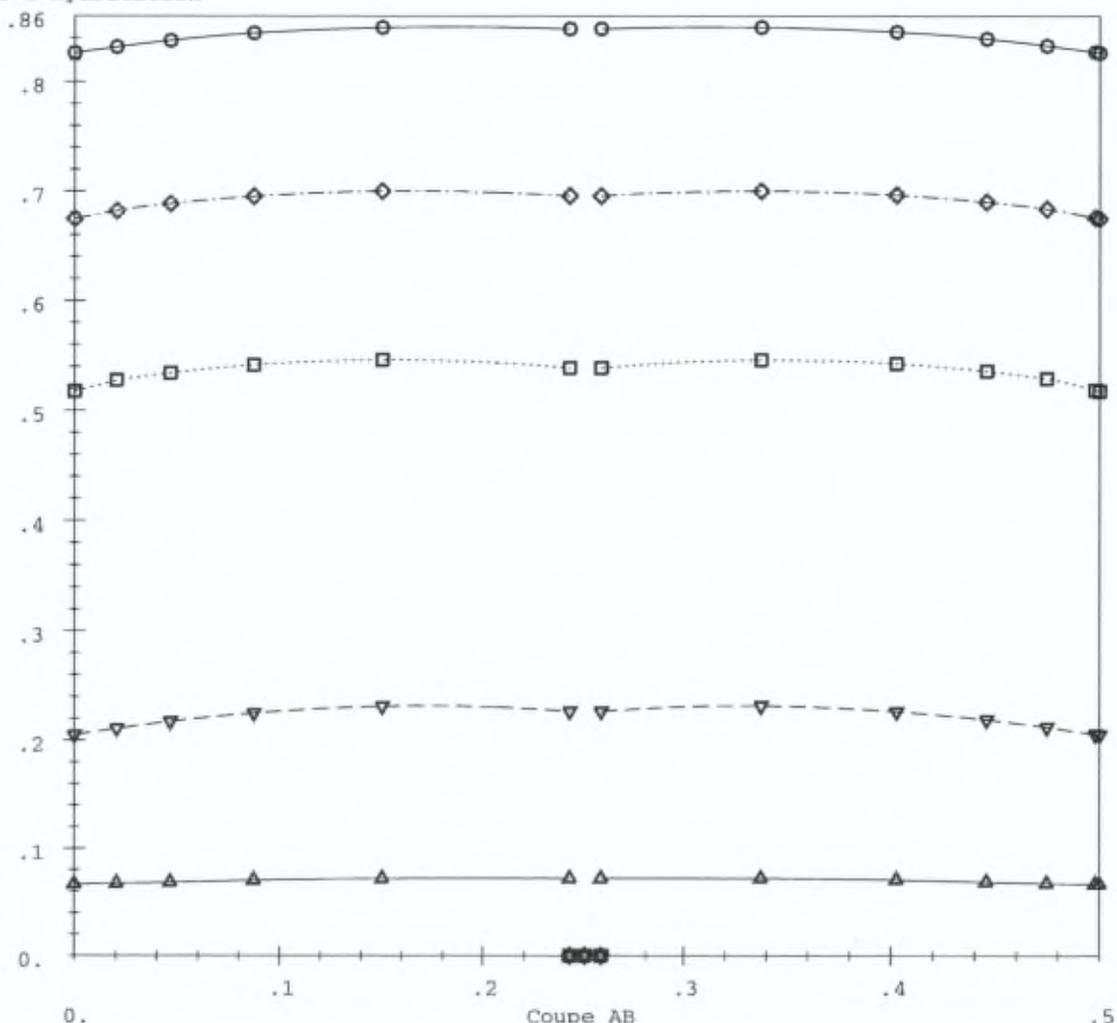


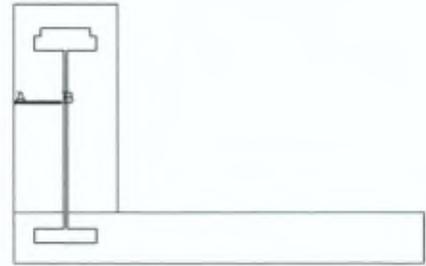
Figure C.7.50

ULB  
 Module : TEXO  
 Etude : bon0  
 Calcul : tep6

Evolution du degre d'hydratation  
 dans la membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Degre d hydratation



Degre d hydratation  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 115.2  
 - - ▽ - - Temps 121.2  
 ···· □ ···· Temps 136.8  
 - - ◇ - - Temps 141.6  
 —○— Temps 152.  
 - - ▲ - - Temps 184.7  
 ···· ▽ ···· Temps 250.

Degré d hydratation

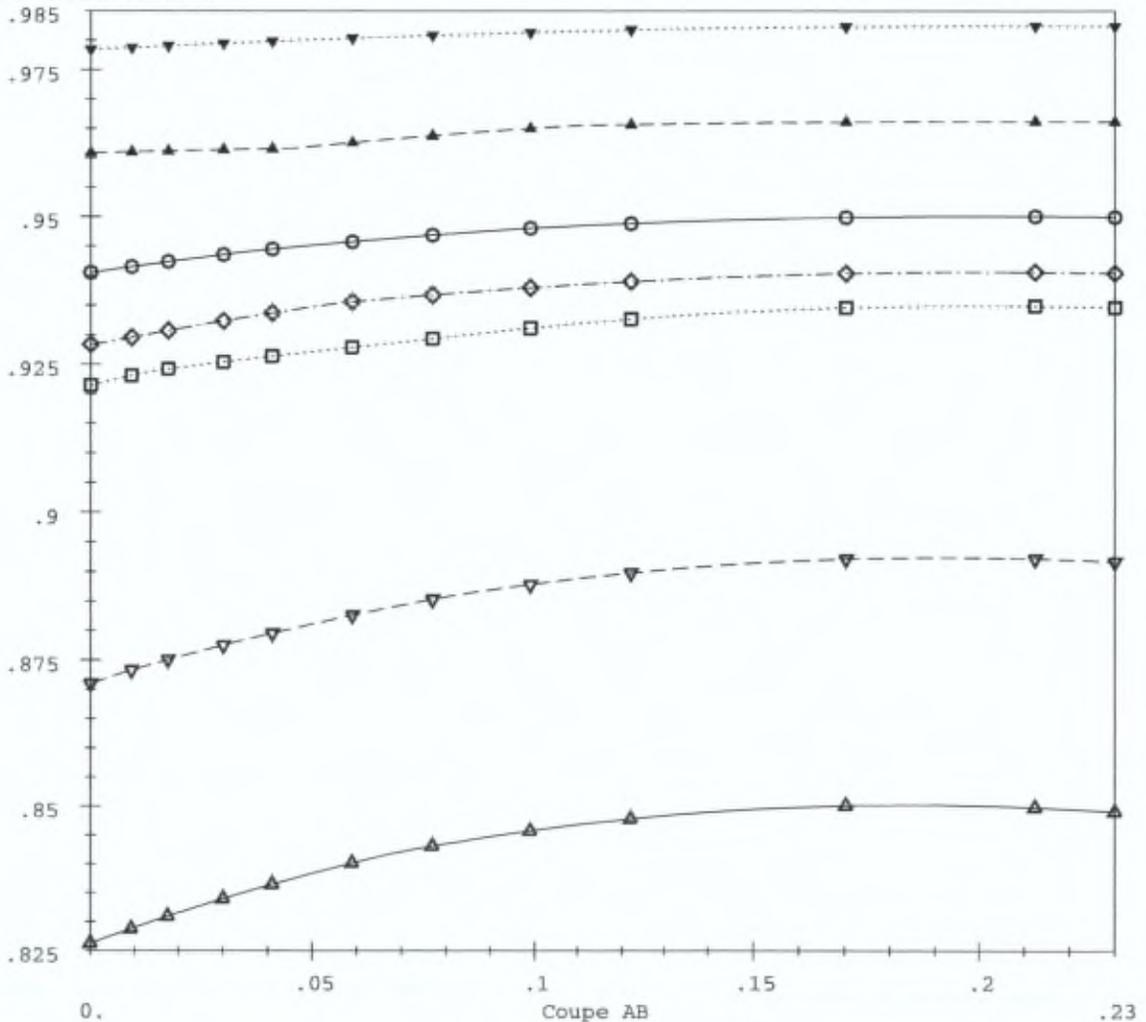


Figure C.7.51

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : hut6

Evolution de la teneur en eau  
 dans la membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau

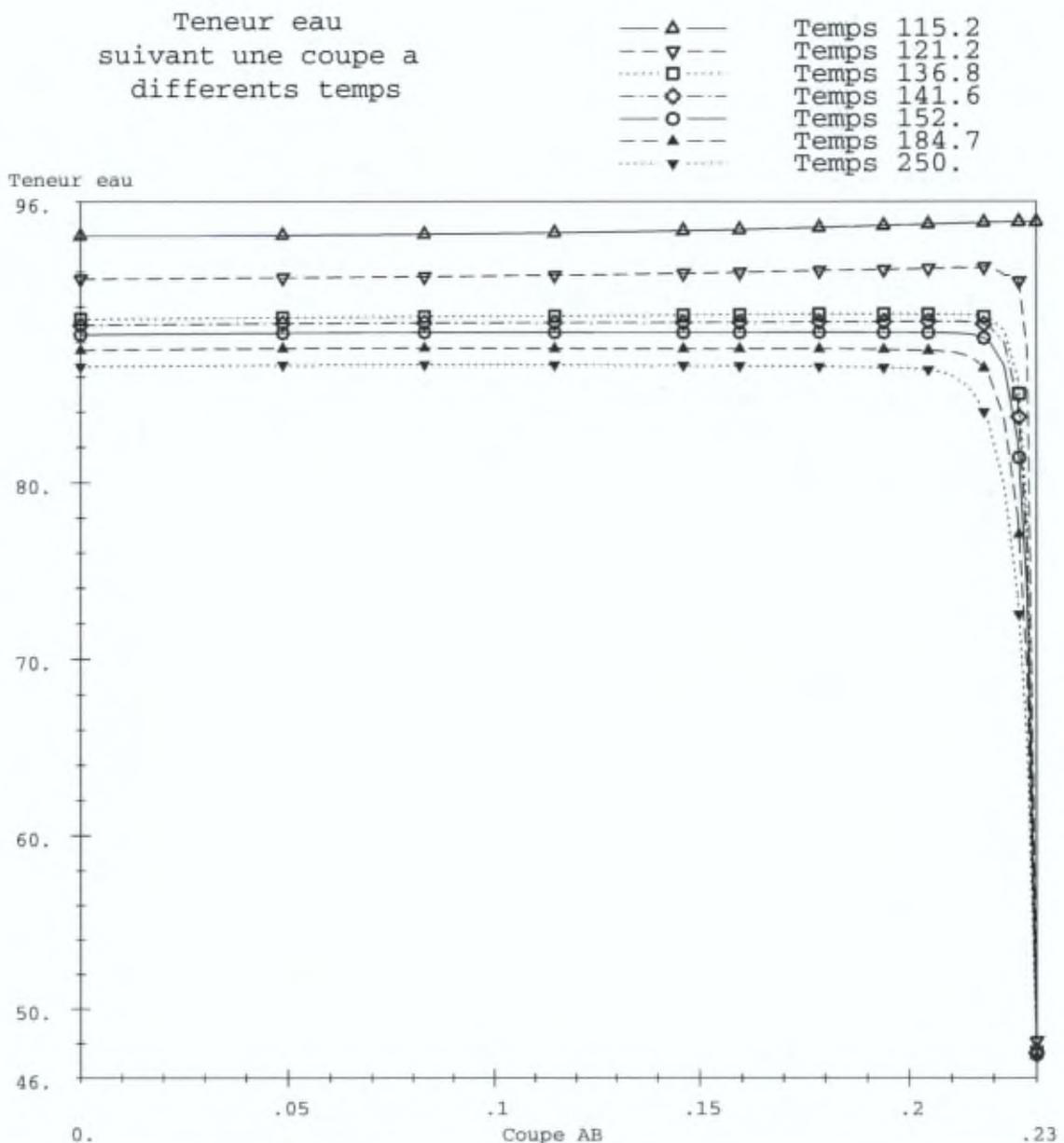
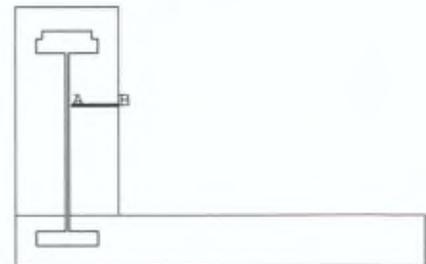


Figure C.7.52

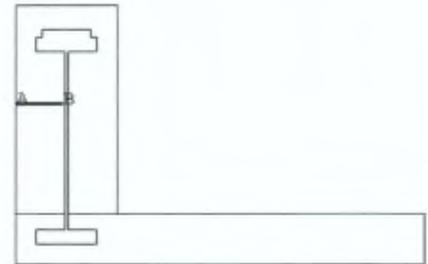
ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : hut6

Evolution de la teneur en eau  
 dans la membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 115.2  
 - - ▽ - - Temps 121.2  
 ···· □ ···· Temps 136.8  
 - - ◇ - - Temps 141.6  
 —○— Temps 152.  
 - - ▲ - - Temps 184.7  
 ···· ▼ ···· Temps 250.

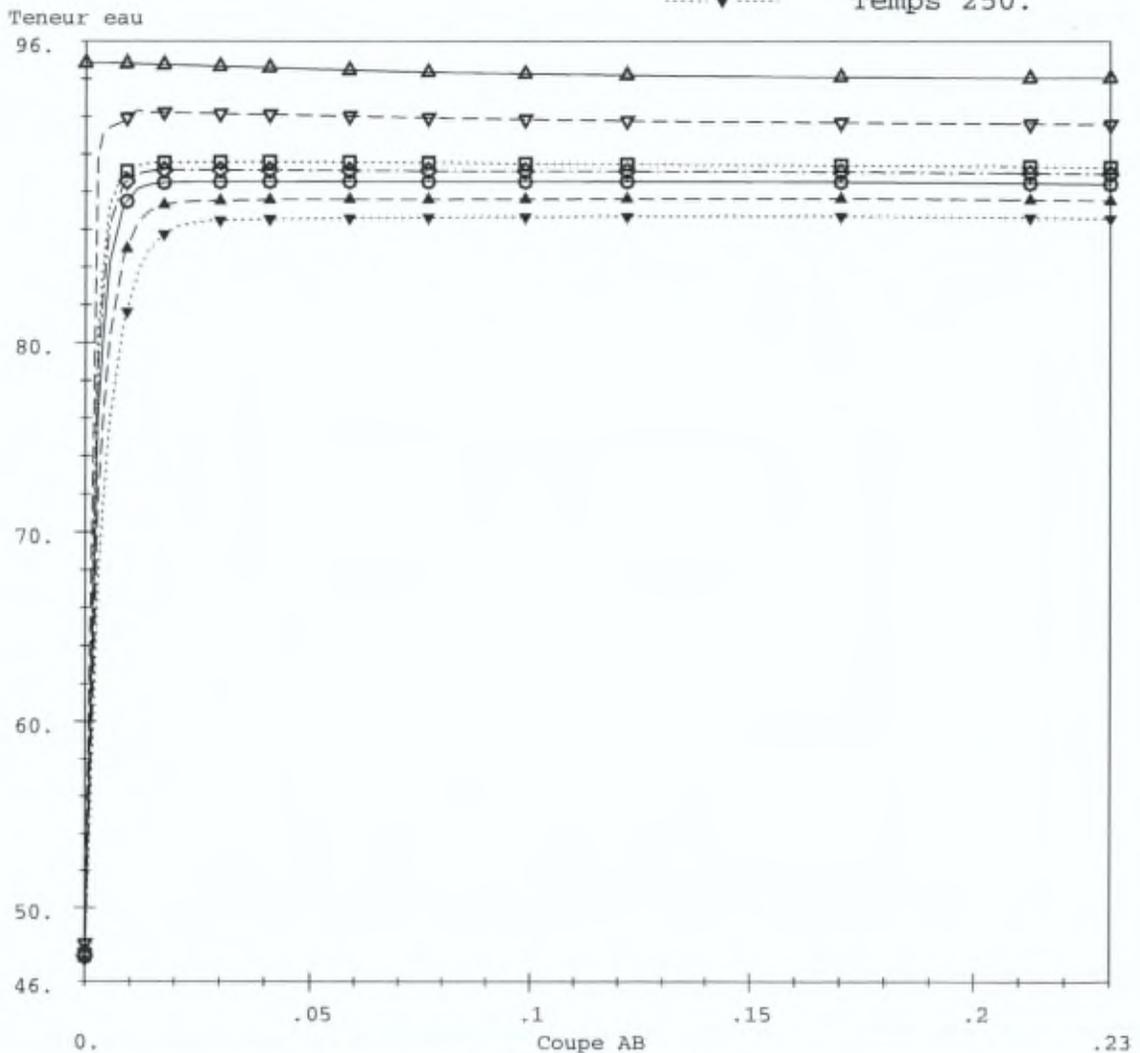


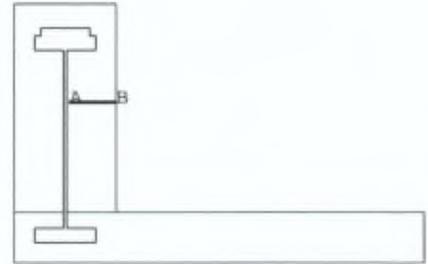
Figure C.7.53

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : hut7

Evolution de la teneur en eau  
 dans la membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 250.  
 - - ▼ - - Temps 270.  
 ···· □ ···· Temps 288.2  
 - - ◇ - - Temps 333.9  
 —○— Temps 448.6  
 - - ▲ - - Temps 736.8  
 ···· ▼ ···· Temps 1080.

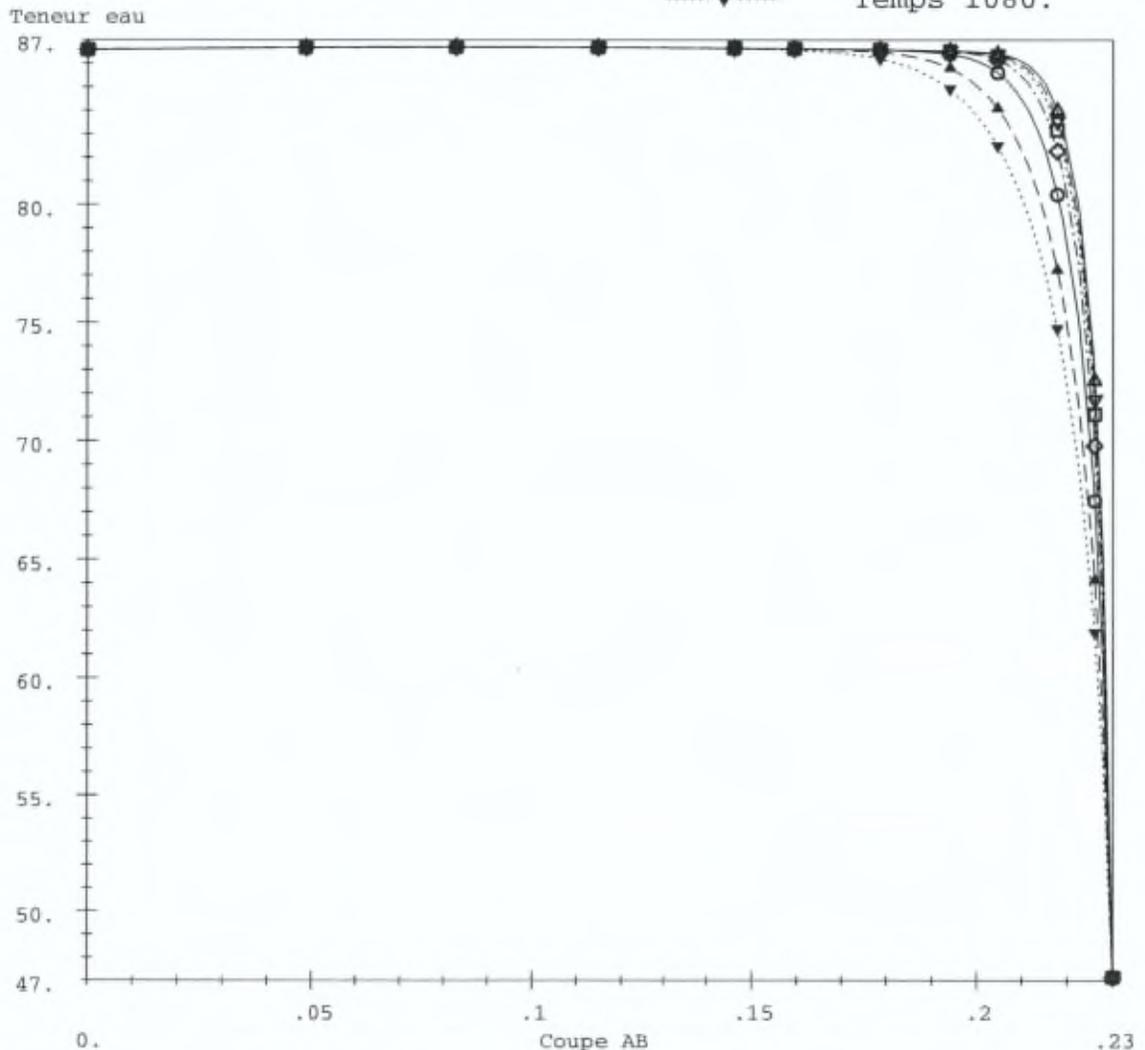


Figure C.7.54

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : hut7

Evolution de la teneur en eau  
 dans la membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau

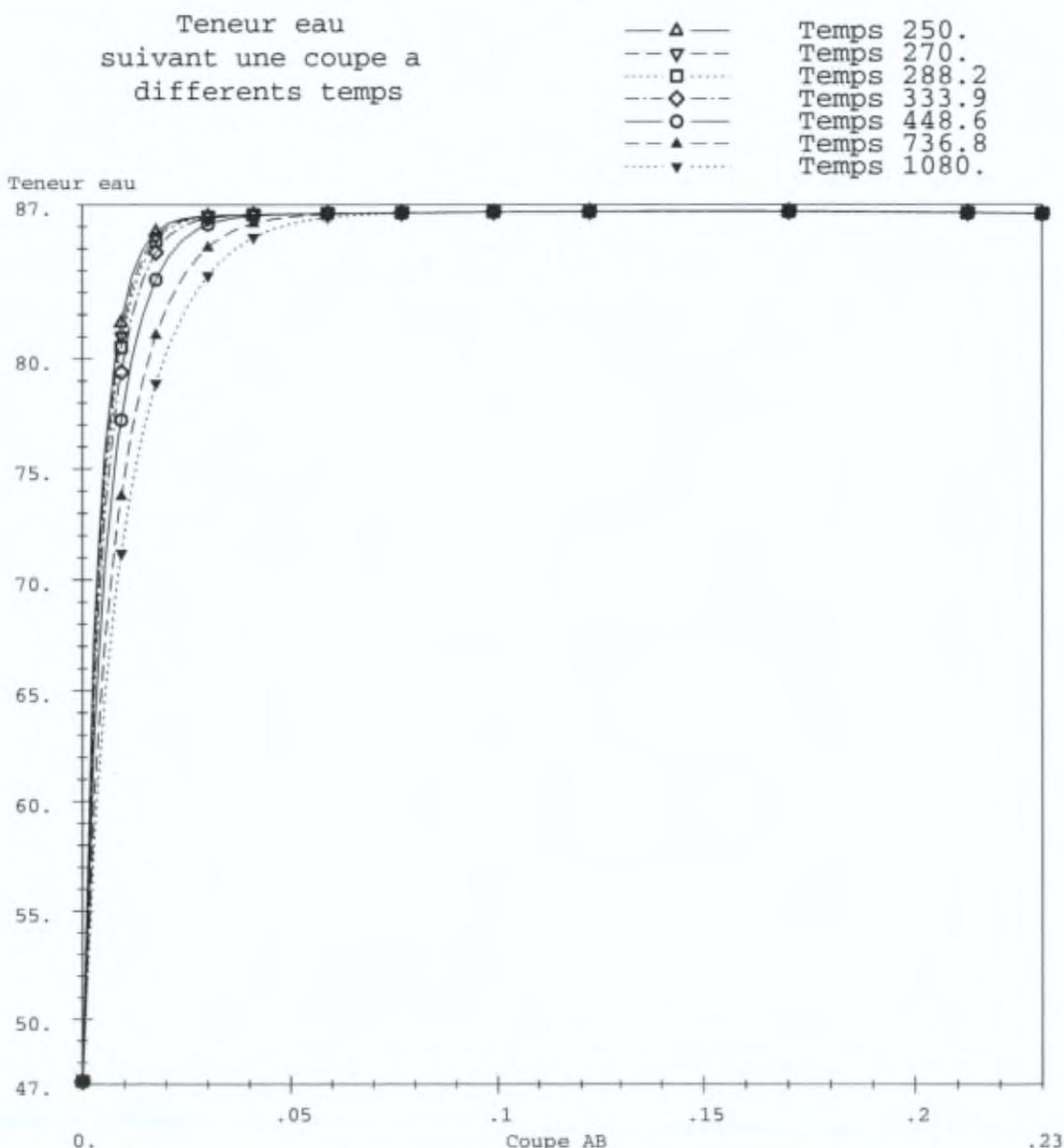
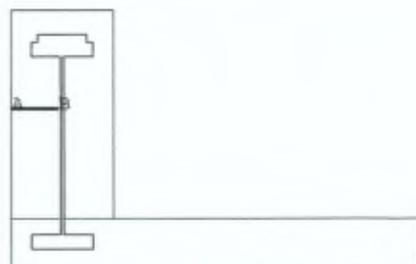


Figure C.7.55

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : hut8

Evolution de la teneur en eau  
 dans la membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau

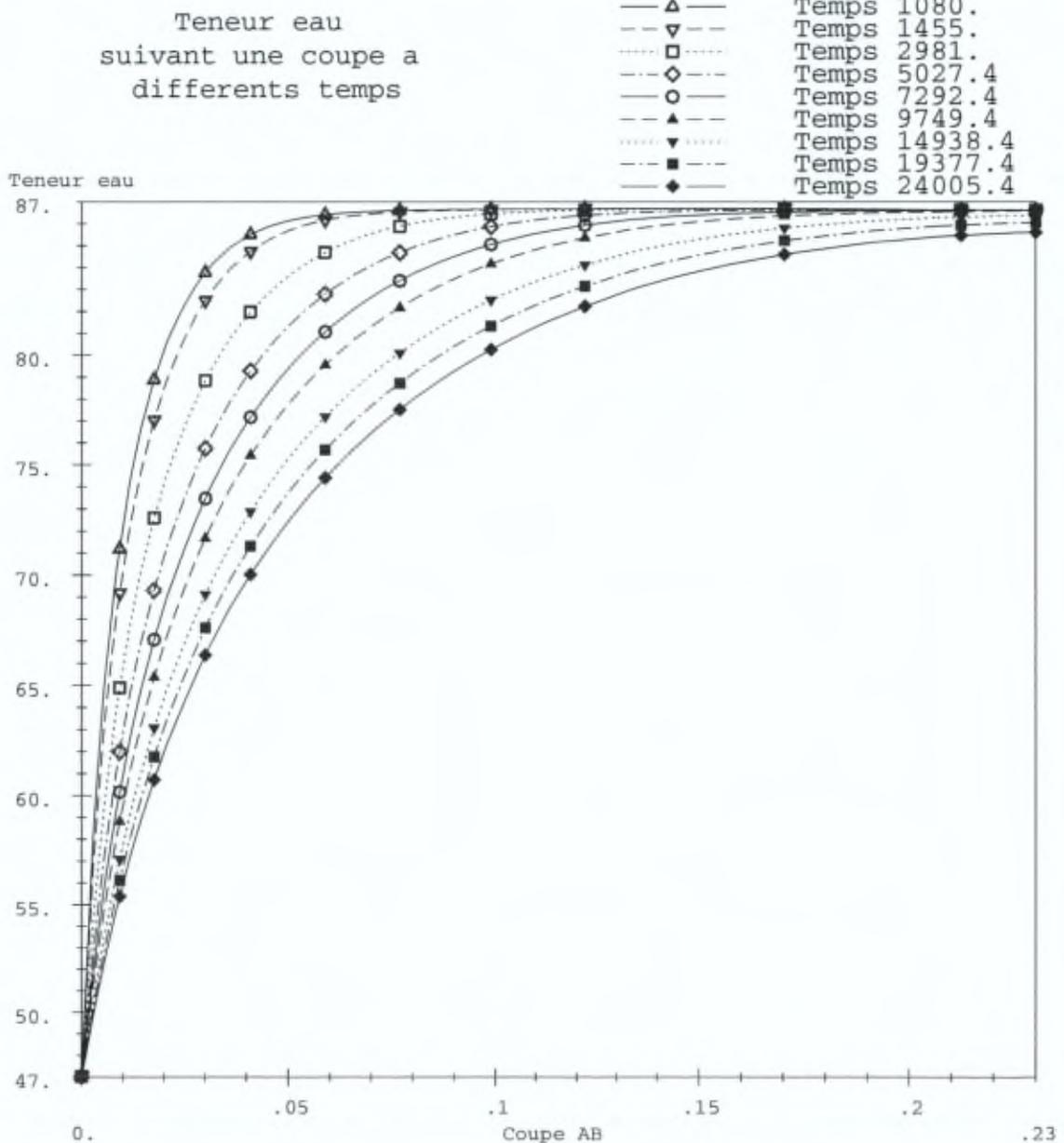
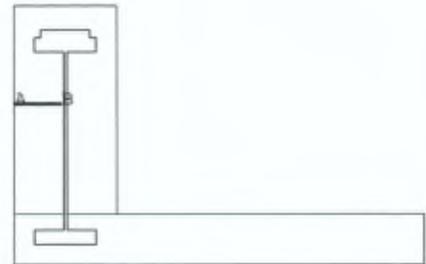


Figure C.7.56

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : hut8

Evolution de la teneur en eau  
 dans la membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau

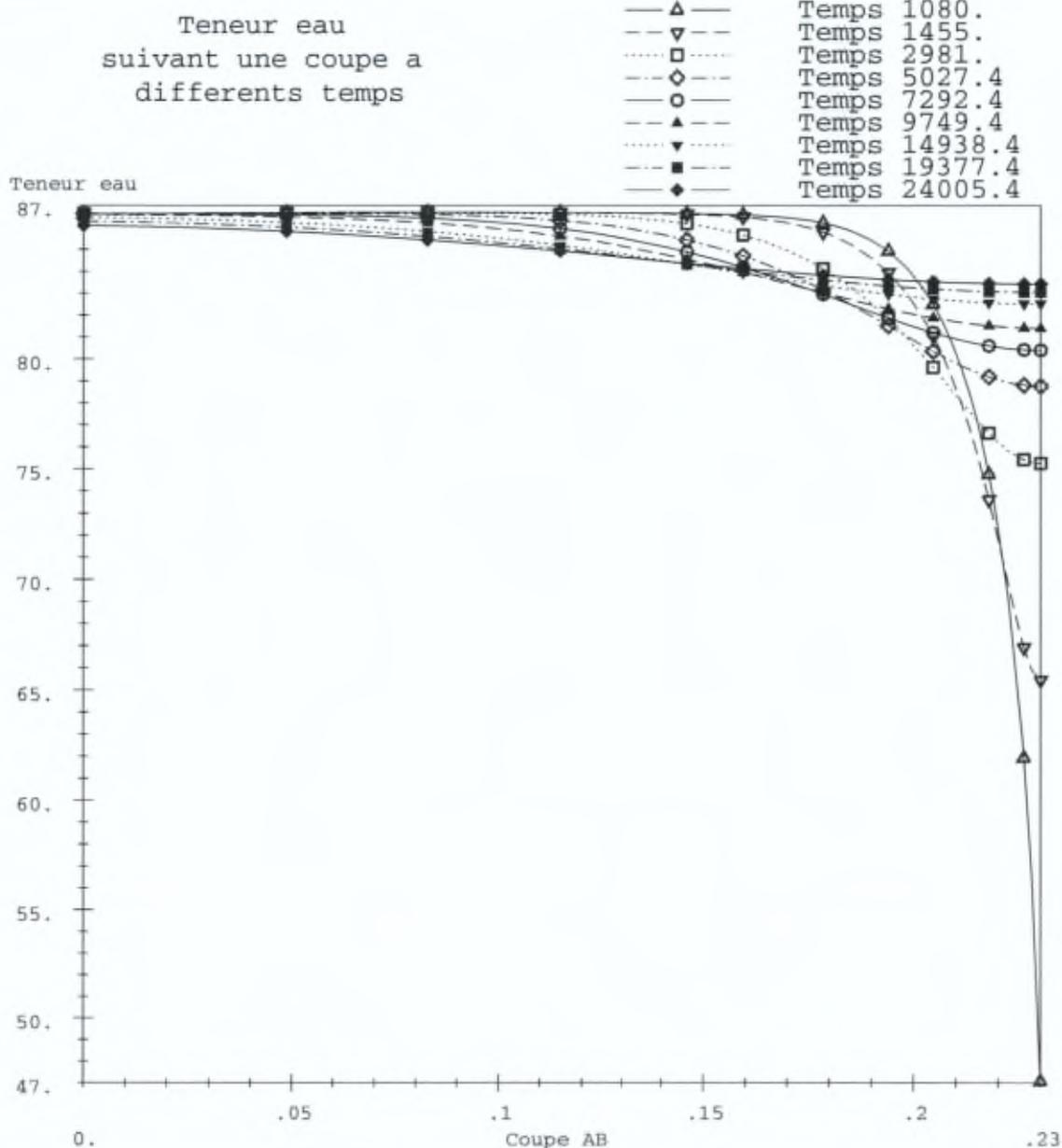
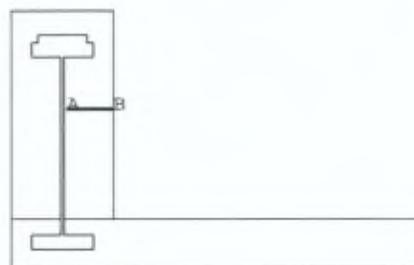


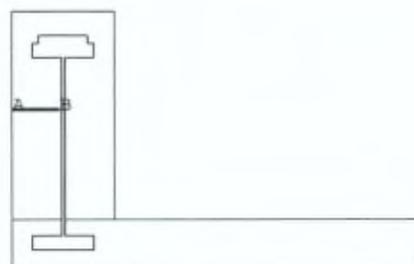
Figure C.7.57

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : sech6

Evolution de la teneur en eau  
 dans la membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 115.2  
 - - ▽ - - Temps 121.2  
 ···· □ ···· Temps 136.8  
 - - ◇ - - Temps 141.6  
 —○— Temps 152.  
 - - ▲ - - Temps 184.7  
 ···· ▽ ···· Temps 250.

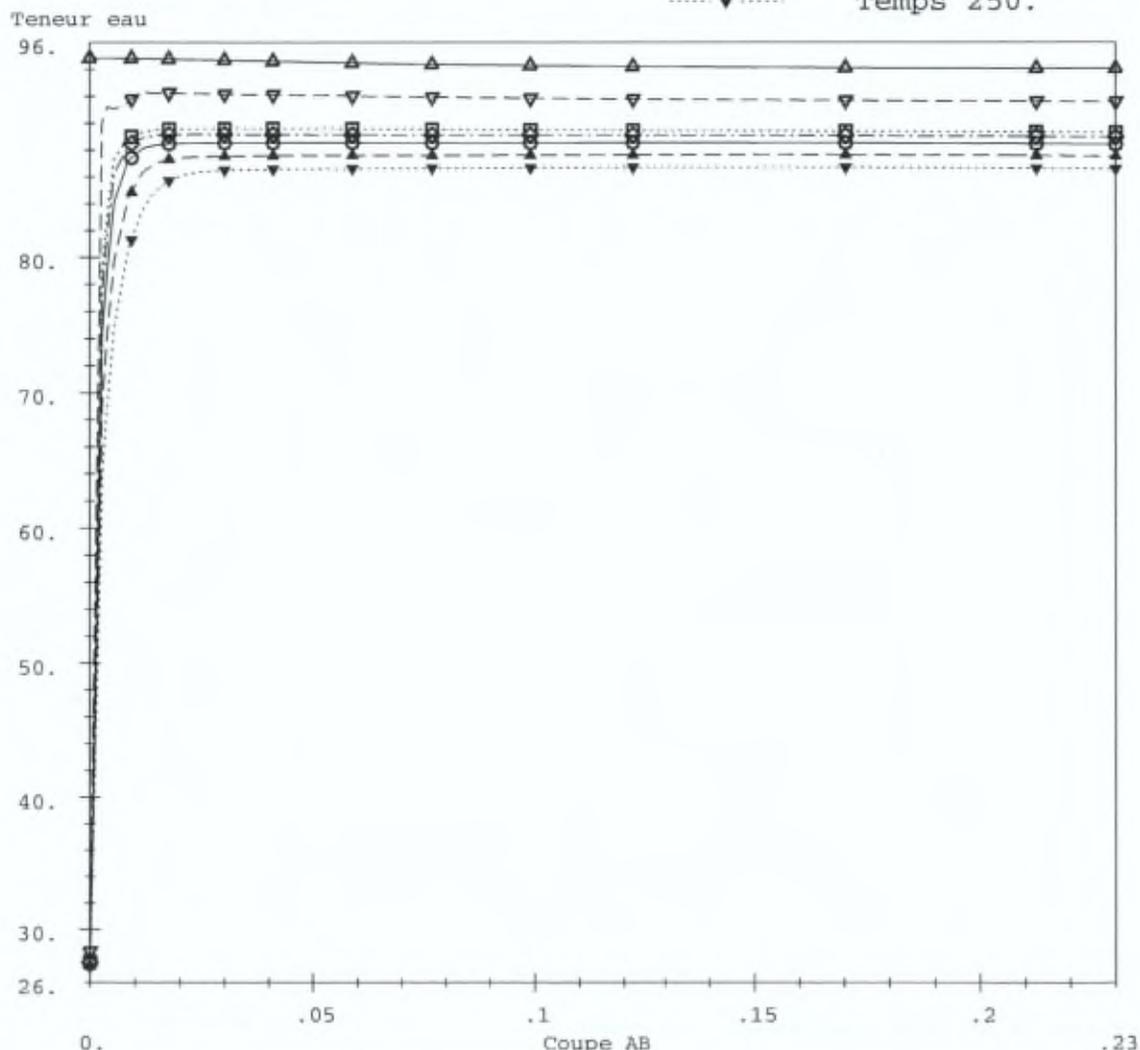


Figure C.7.58

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : sech6

Evolution de la teneur en eau  
 dans la membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau

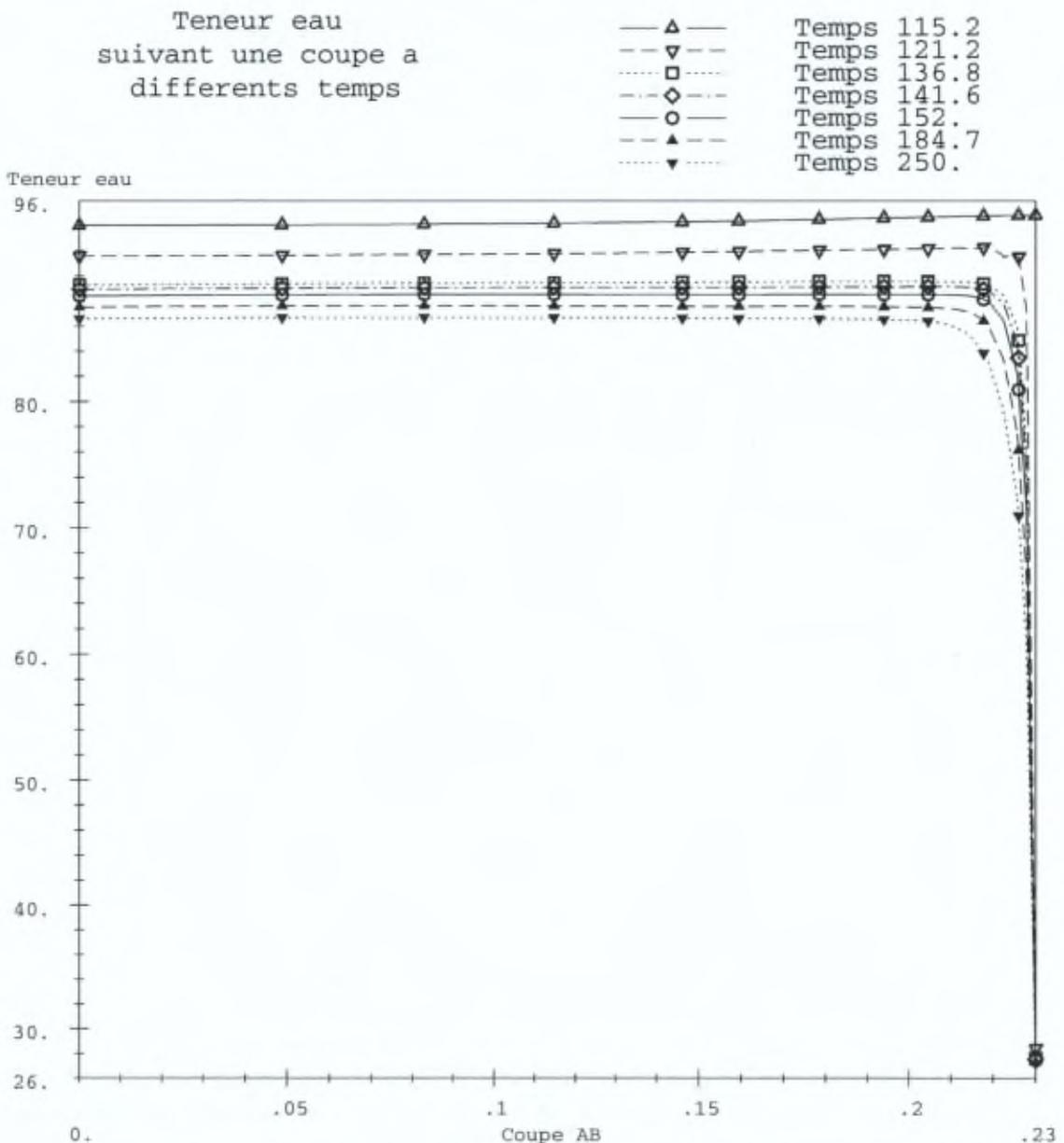
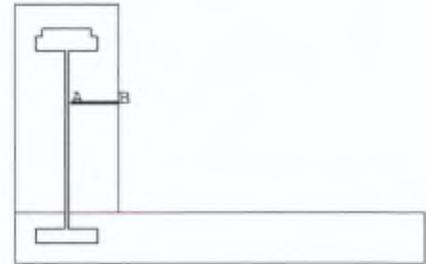


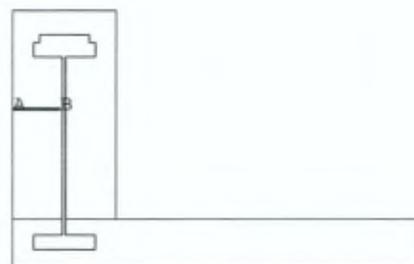
Figure C.7.59

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : sech7

Evolution de la teneur en eau  
 dans la membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—△—	Temps 250.
- - ▽ - -	Temps 270.
...□...	Temps 288.2
- - ◇ - -	Temps 333.9
—○—	Temps 448.6
- - ▲ - -	Temps 736.8
...▼...	Temps 1080.

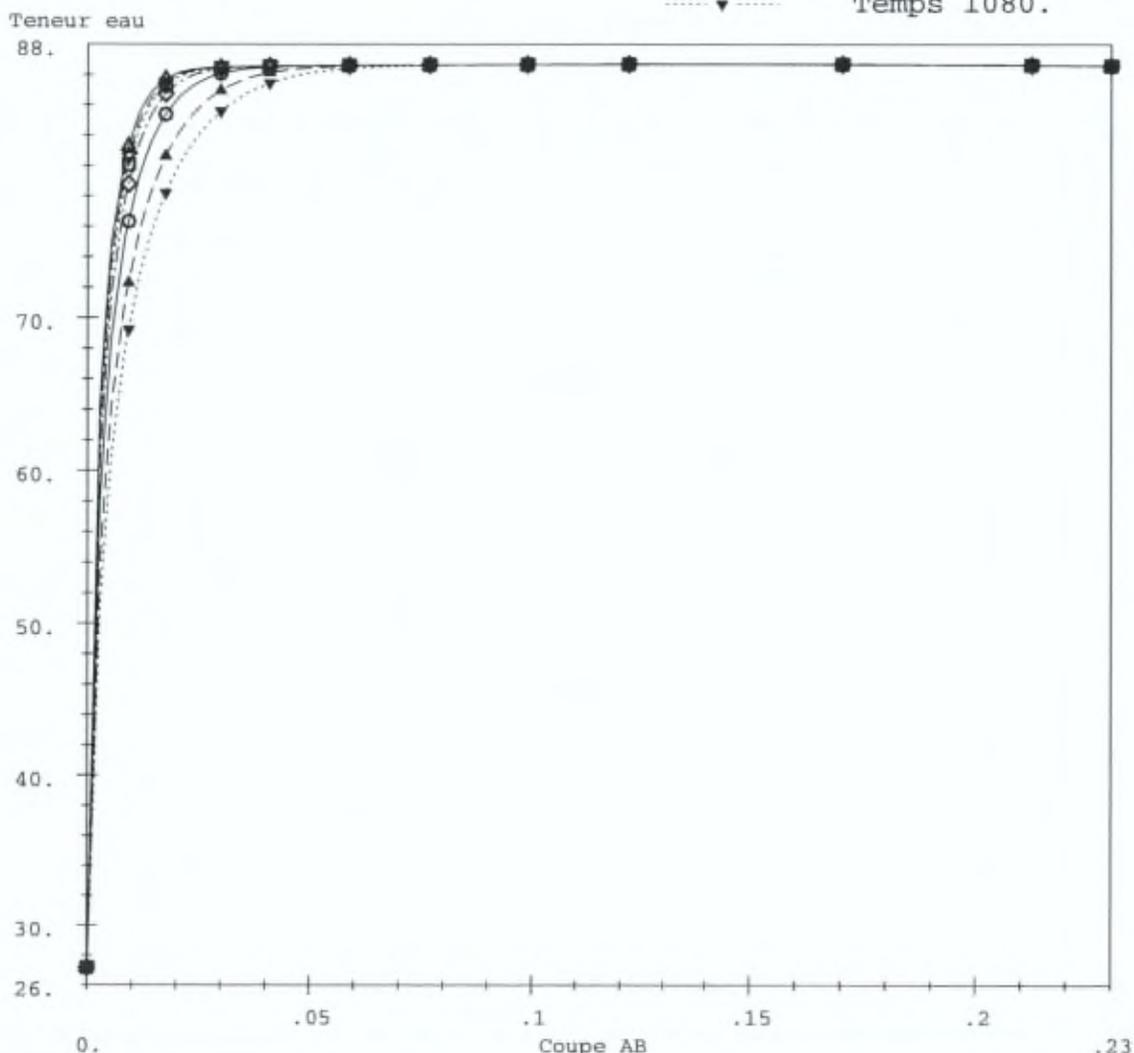


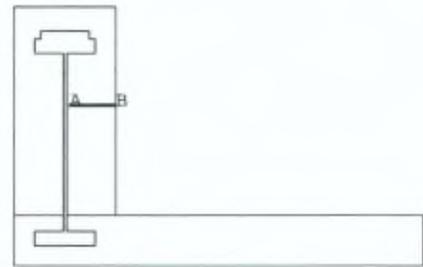
Figure C.7.60

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : sech7

Evolution de la teneur en eau  
 dans le membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 250.  
 - - ▼ - - Temps 270.  
 - - □ - - Temps 288.2  
 - - ◇ - - Temps 333.9  
 - - ○ - - Temps 448.6  
 - - ▲ - - Temps 736.8  
 - - ▼ - - Temps 1080.

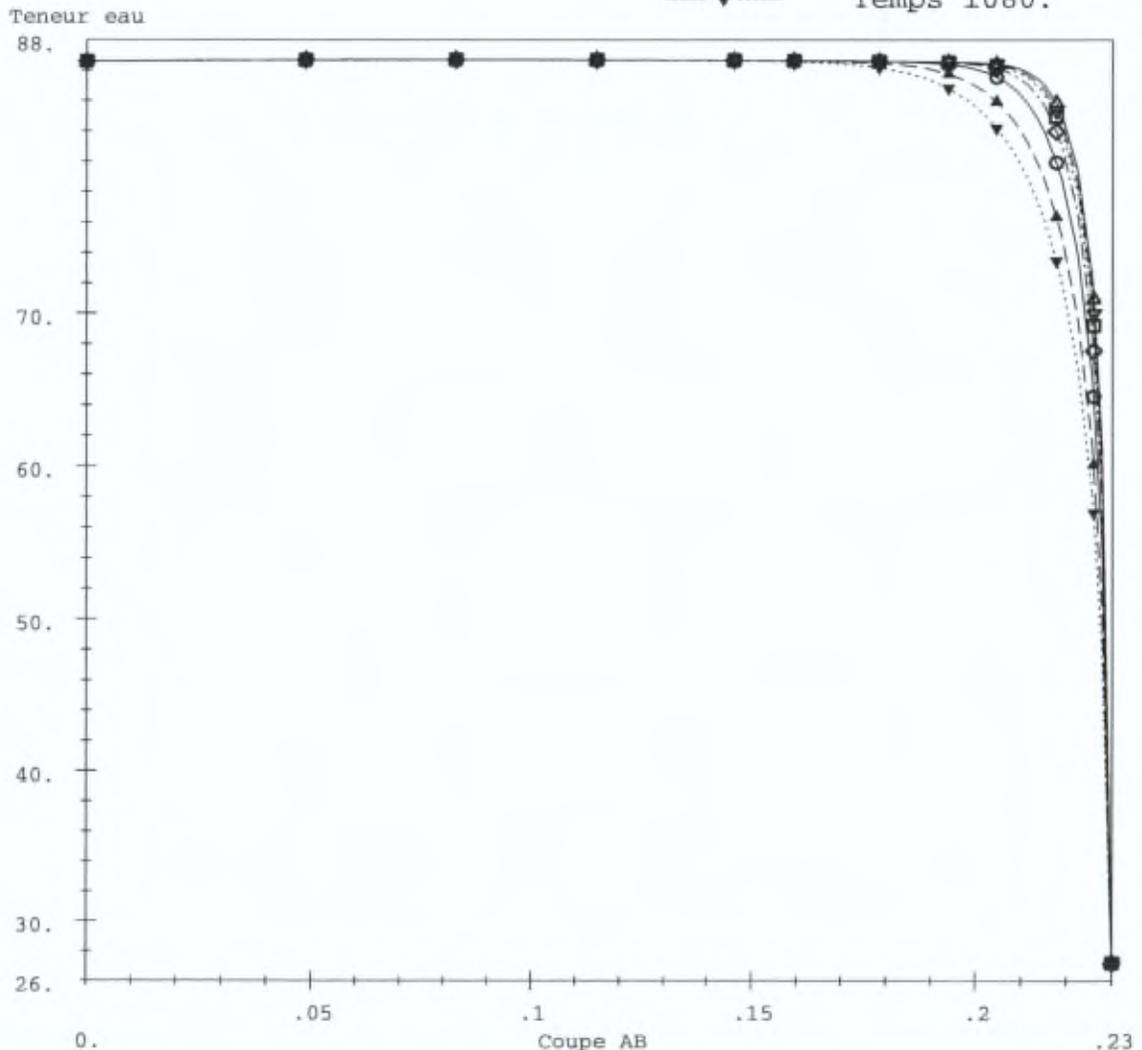


Figure C.7.61

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : sech8

Evolution de la teneur en eau  
 dans la membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau

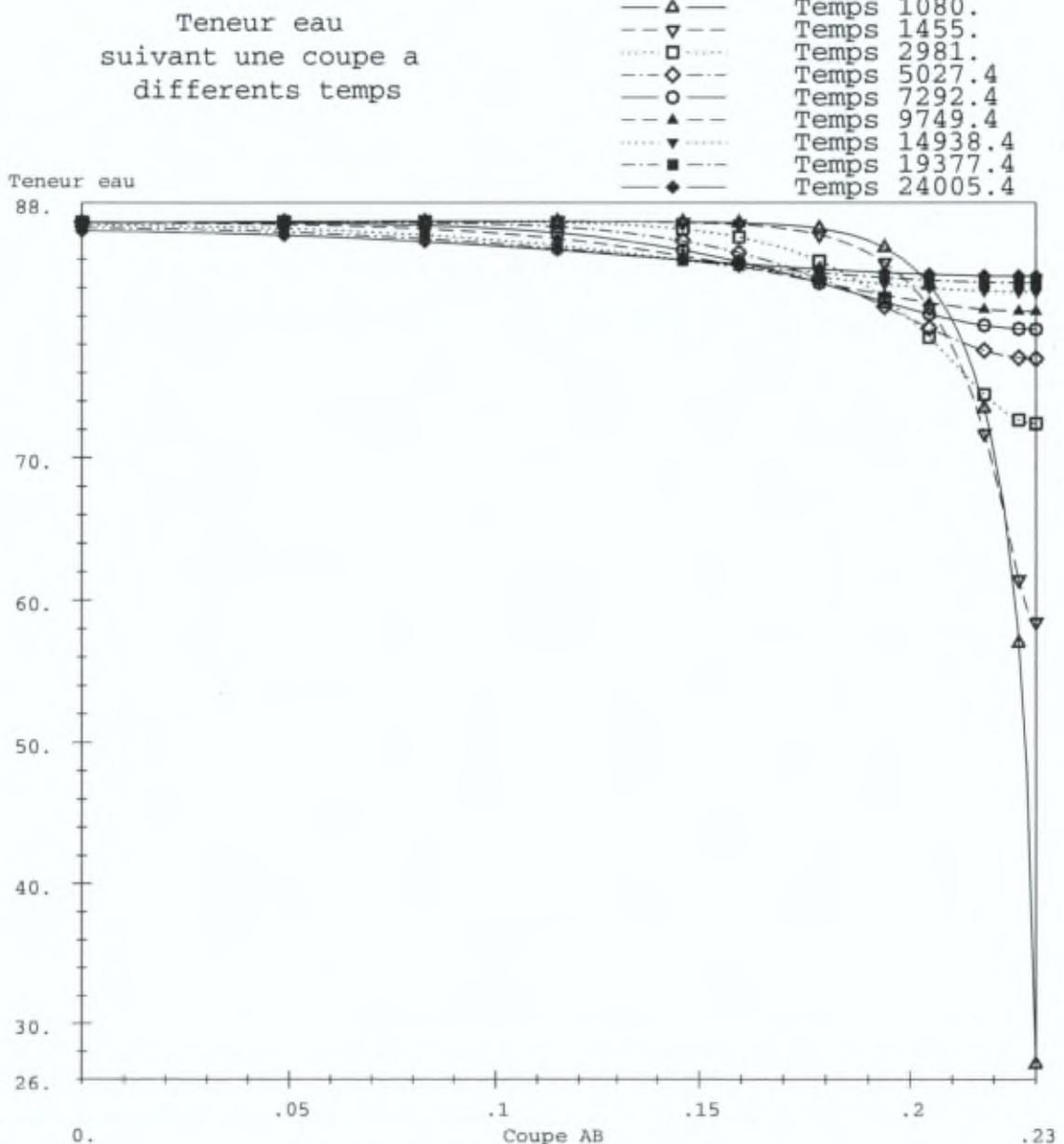
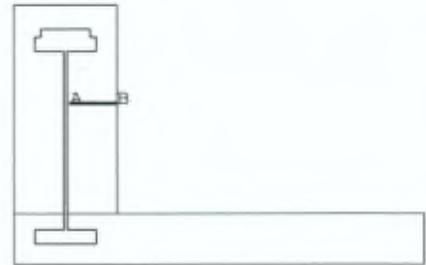


Figure C.7.62

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : sech8

Evolution de la teneur en eau  
 dans la membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau

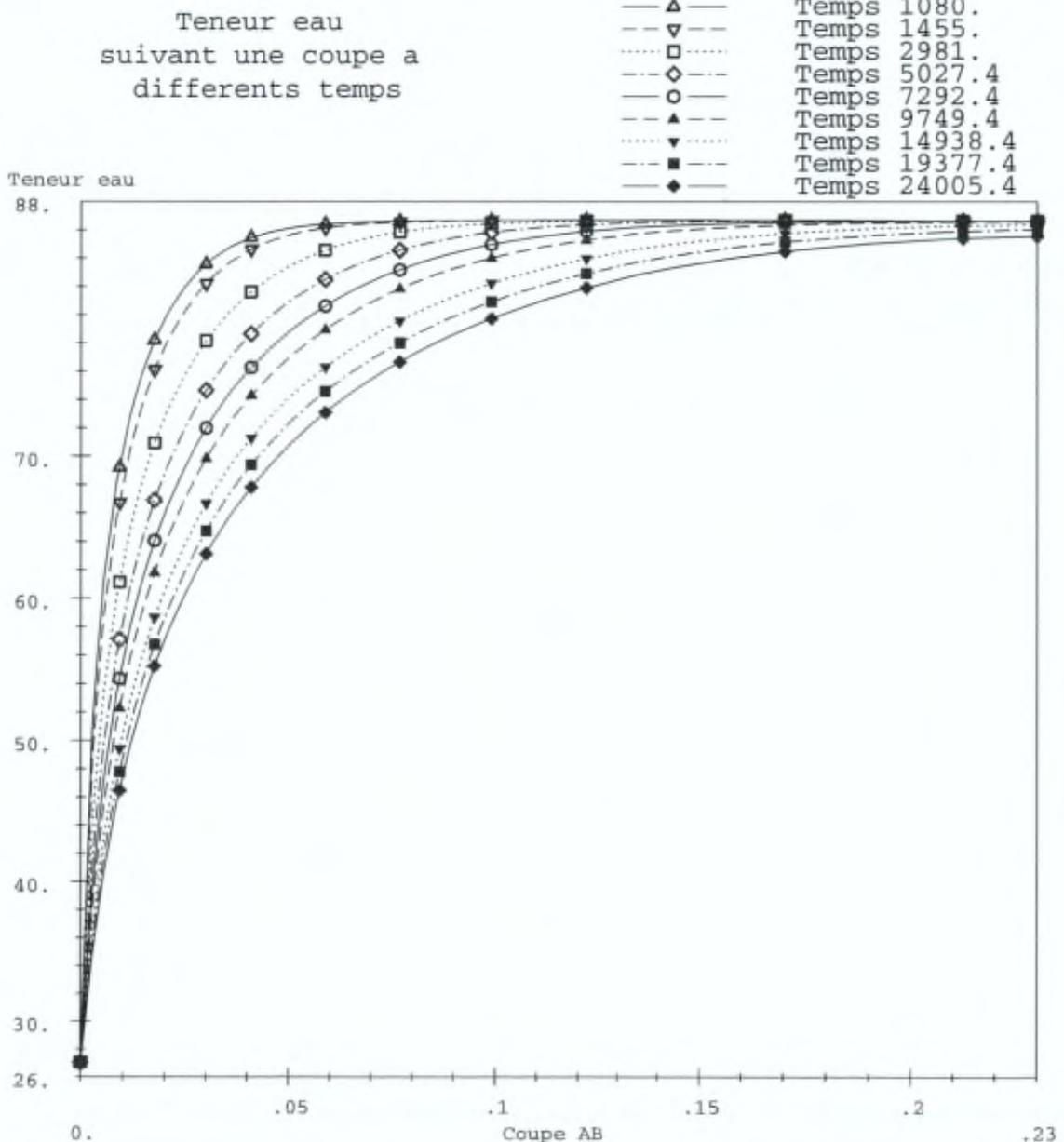
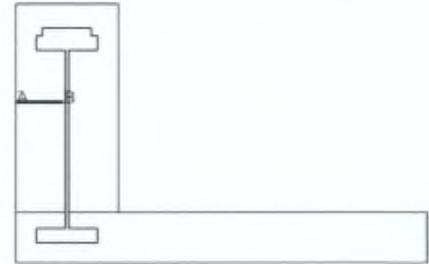


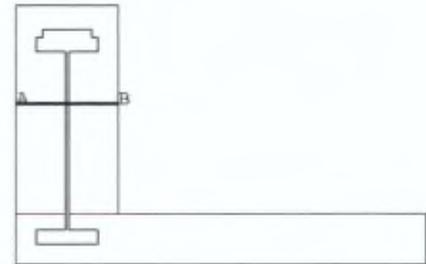
Figure C.7.63

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : cof4

Evolution de la teneur en eau  
 dans la membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 91.2  
 - - ▼ - - Temps 93.6  
 ···· □ ···· Temps 94.2  
 - - ◆ - - Temps 95.  
 —○— Temps 96.  
 - - ▲ - - Temps 97.2  
 ···· ▼ ···· Temps 98.3  
 - - ■ - - Temps 98.8

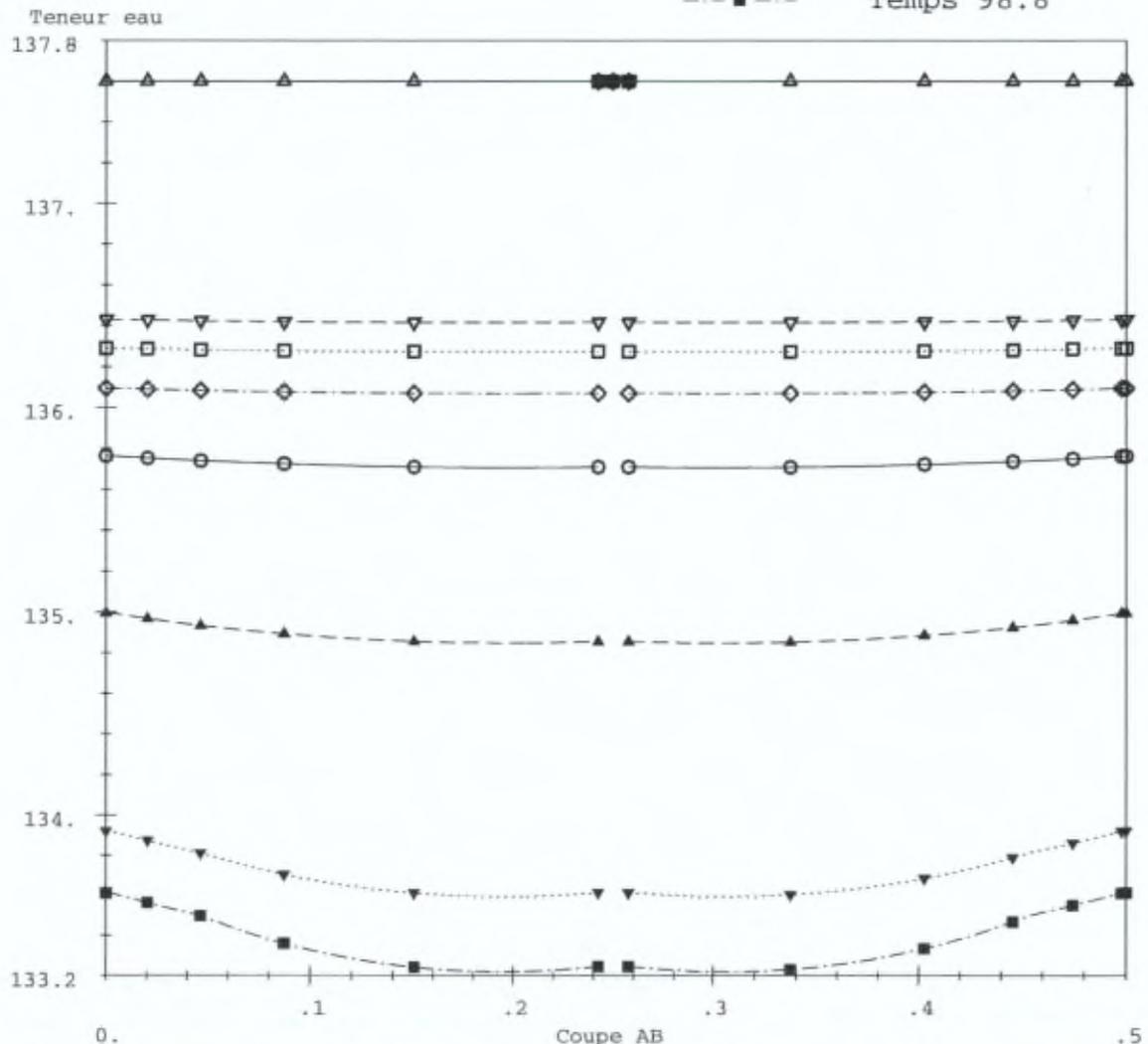


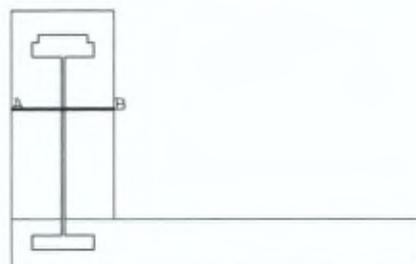
Figure C.7.64

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : cof5

Evolution de la teneur en eau  
 dans la membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 98.8  
 - - ▼ - - Temps 100.8  
 ..... □ ..... Temps 103.2  
 - - ◆ - - Temps 106.4  
 —○— Temps 110.2  
 - - ▲ - - Temps 115.2

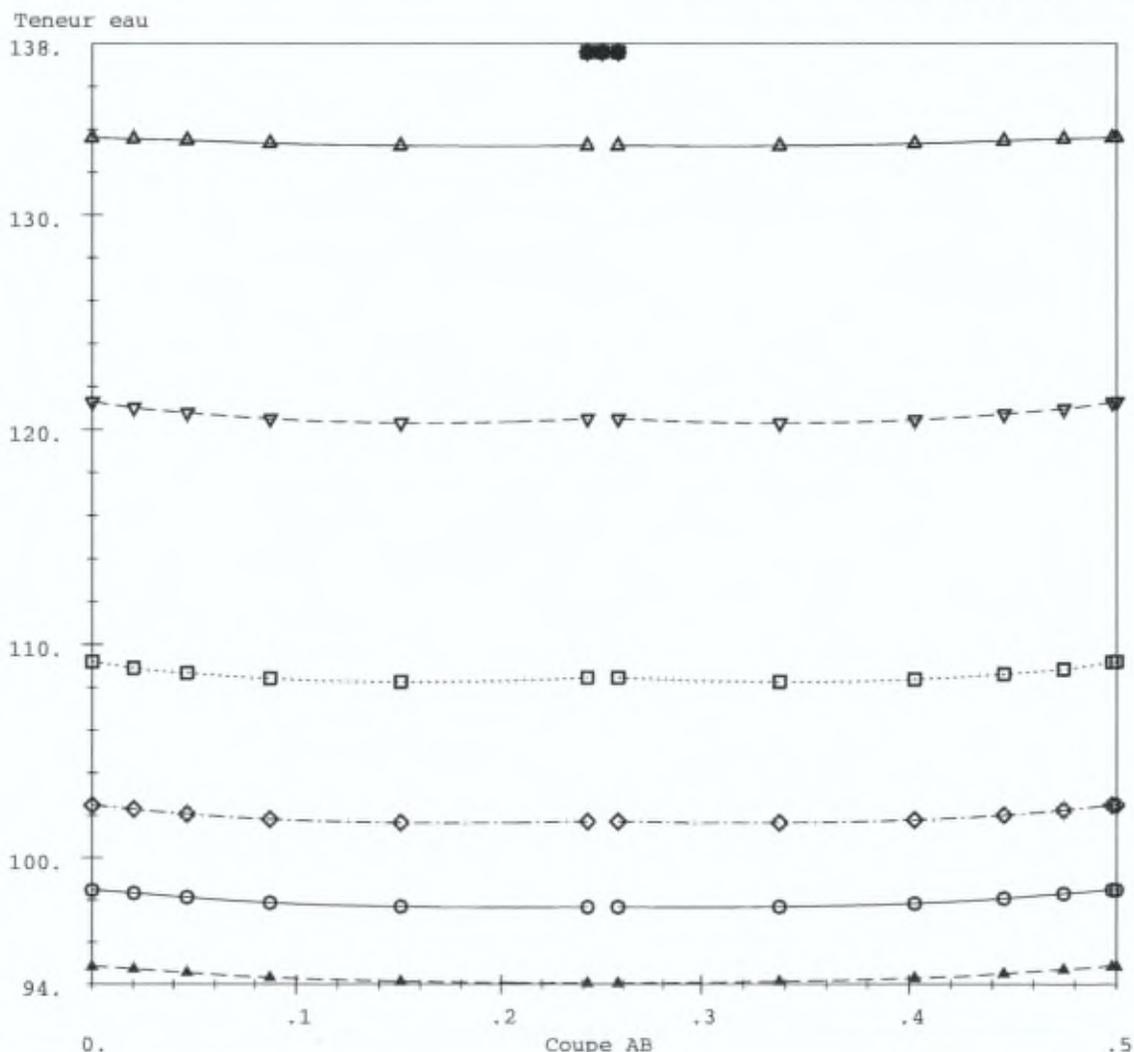


Figure C.7.65

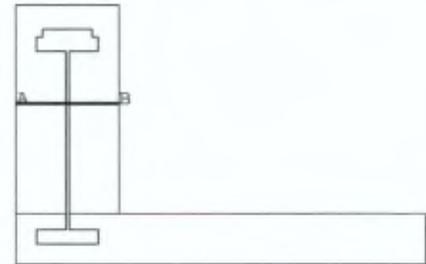
ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : cof6

Evolution de la teneur en eau  
 dans la membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne

Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 115.2  
 - - ▼ - - Temps 121.2  
 ···· □ ···· Temps 136.8  
 —◇— Temps 141.6  
 —○— Temps 152.  
 - - ▲ - - Temps 184.7  
 ···· ▼ ···· Temps 250.

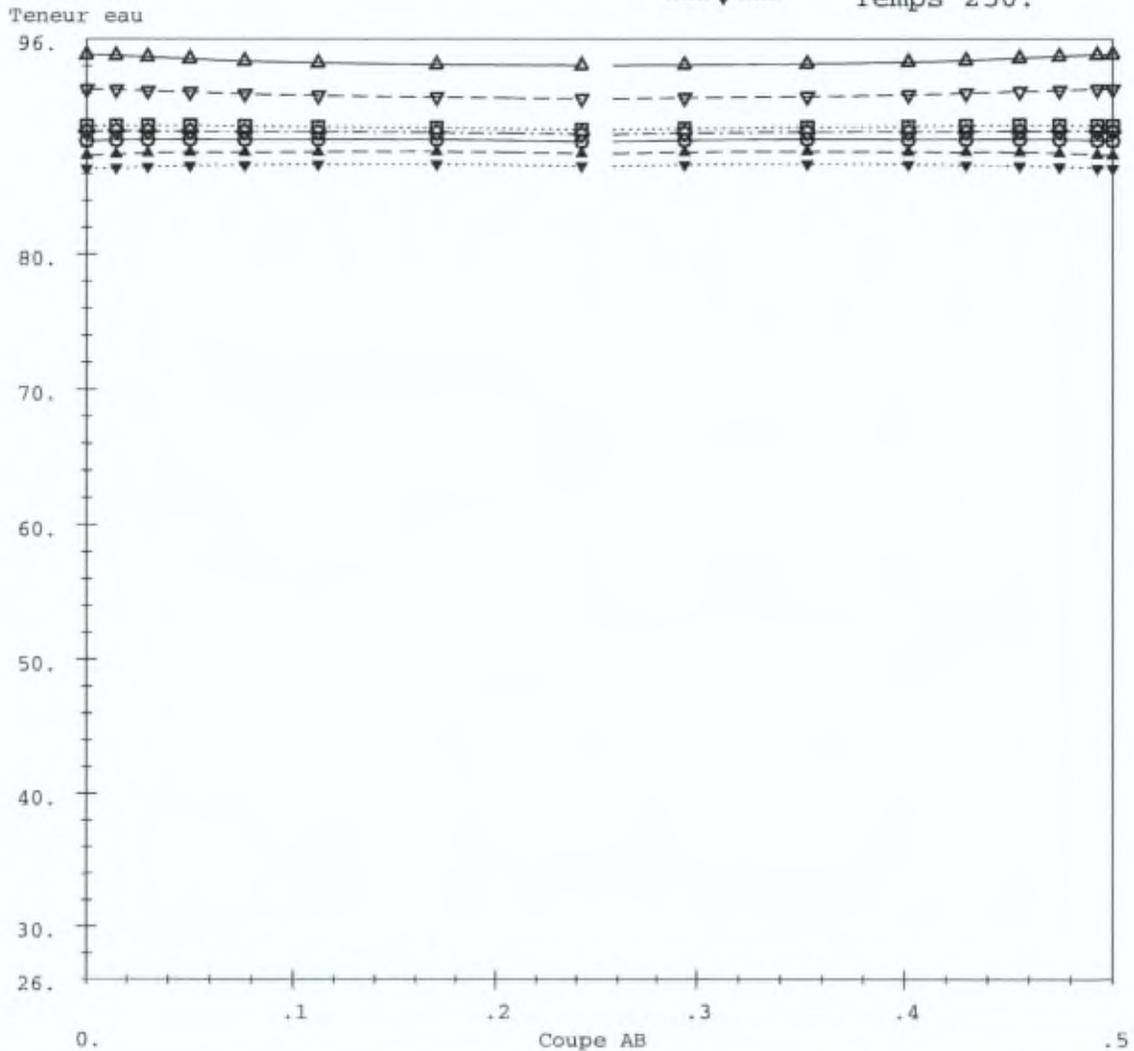


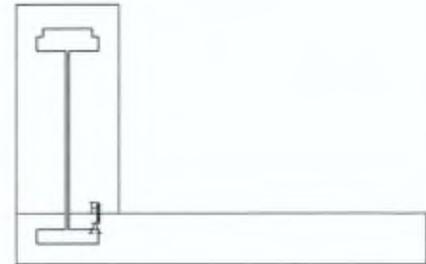
Figure C.7.66

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : hut4

Evolution de la teneur en eau  
 a l'interface dalle/membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 91.2  
 - - ▼ - - Temps 95.  
 ···· □ ···· Temps 97.2  
 - - ◆ - - Temps 98.8

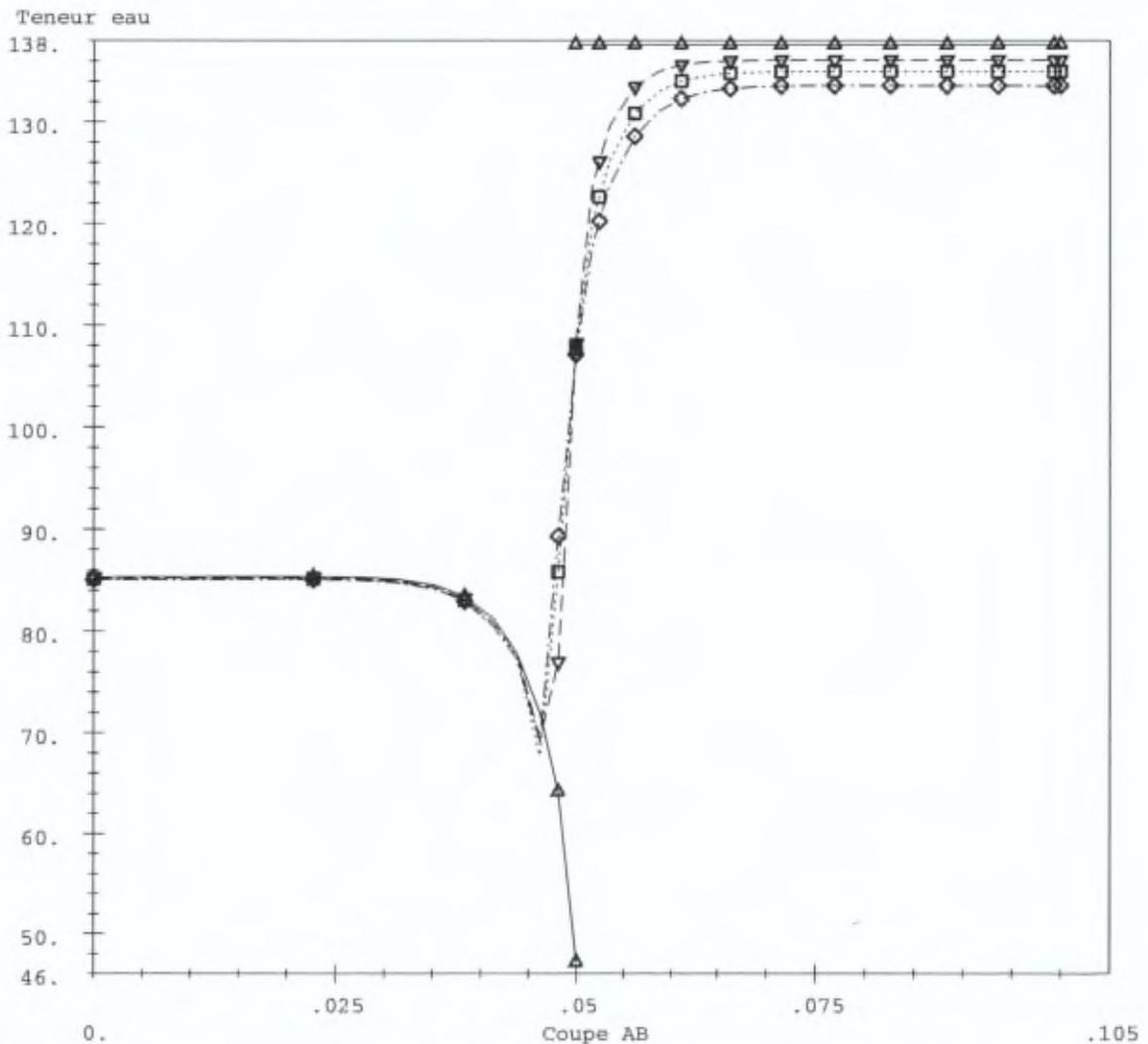


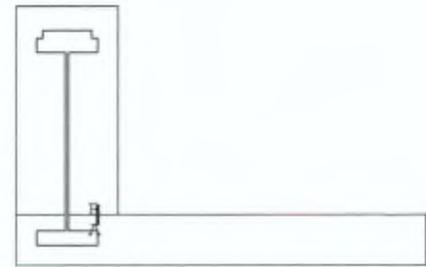
Figure C.7.67

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : hut5

Evolution de la teneur en eau  
 a l'interface dalle/membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 98.8  
 - -▼- - Temps 100.8  
 ...□... Temps 106.4  
 - -◇- - Temps 114.7  
 —○— Temps 115.2

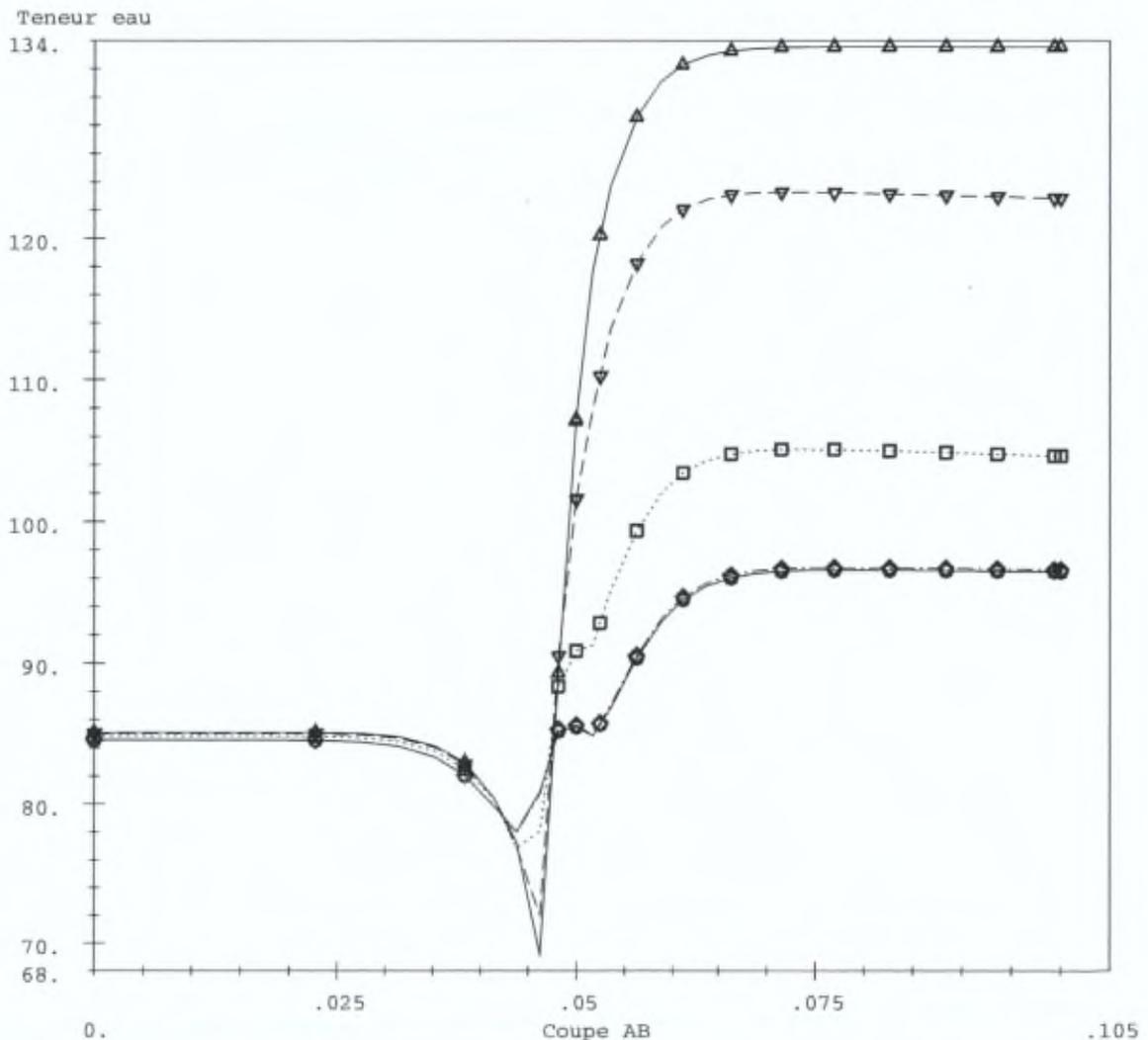


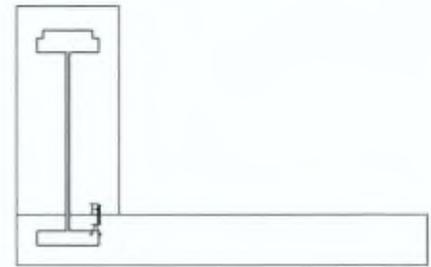
Figure C.7.68

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : hut6

Evolution de la teneur en eau  
 a l'interface dalle/membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 115.2  
 - - ▼ - - Temps 121.2  
 ···· □ ···· Temps 136.8  
 - - ◇ - - Temps 141.6  
 —○— Temps 152.  
 - - ▲ - - Temps 184.7  
 ···· ▼ ···· Temps 250.

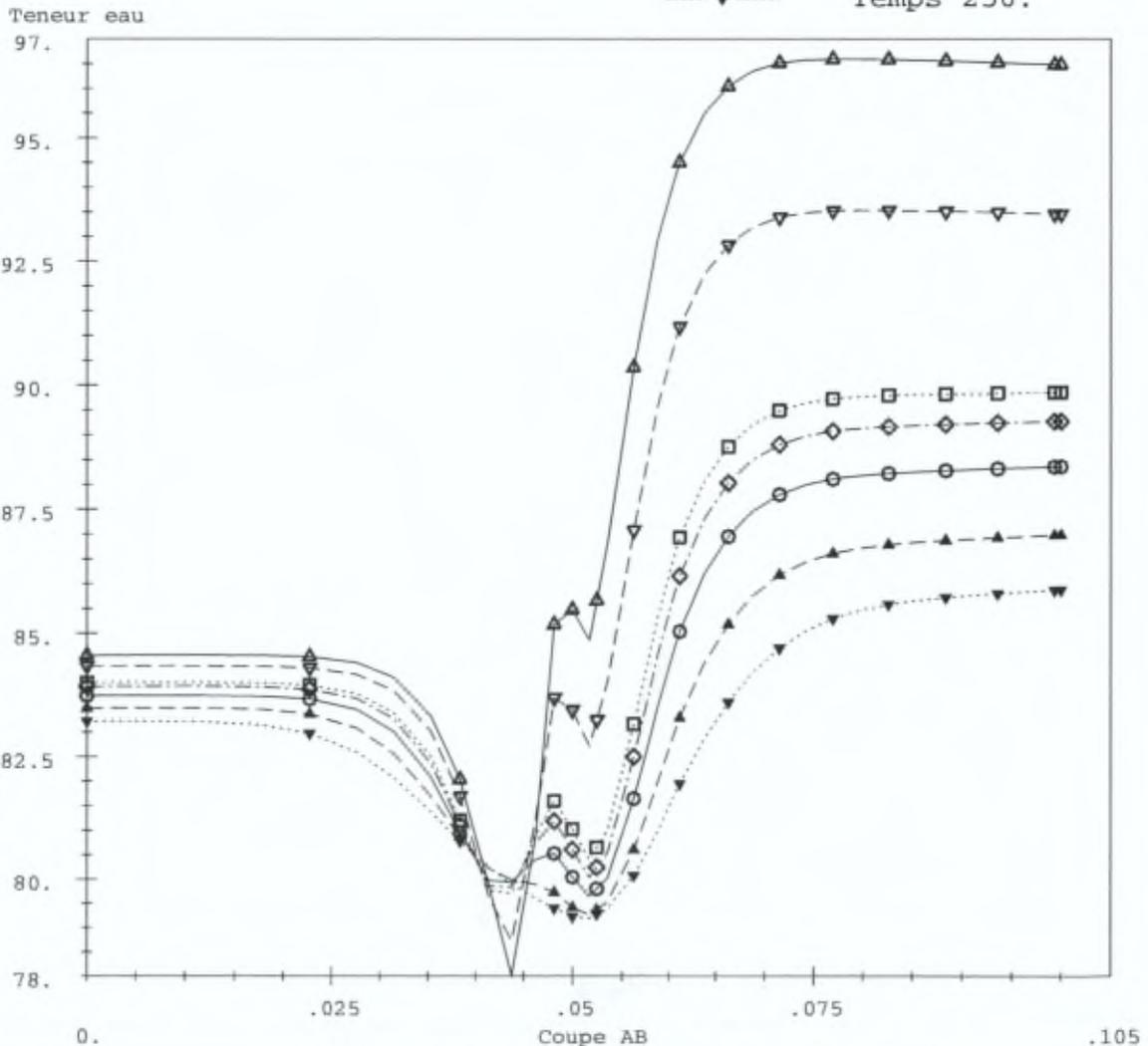


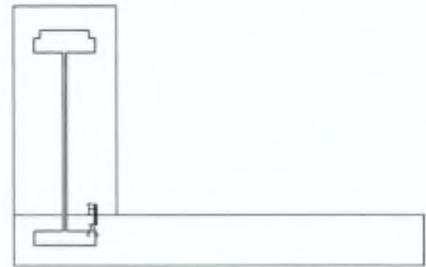
Figure C.7.69

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : hut7

Evolution de la teneur en eau  
 a l'interface dalle/membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 250.  
 - - ▼ - - Temps 270.  
 .....□..... Temps 288.2  
 - - ◆ - - Temps 333.9  
 —○— Temps 448.6  
 - - ▲ - - Temps 736.8  
 .....▼..... Temps 1080.

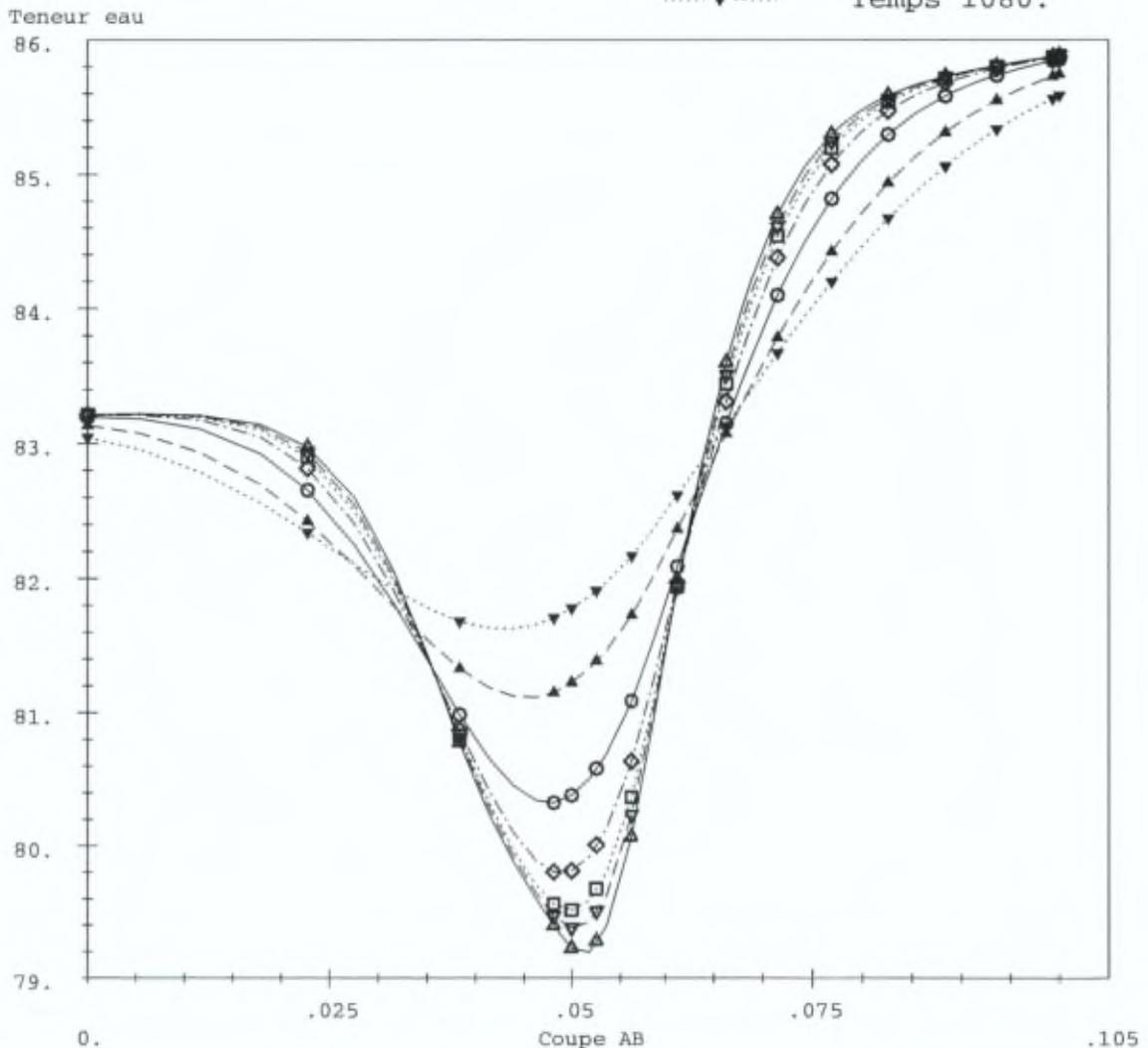


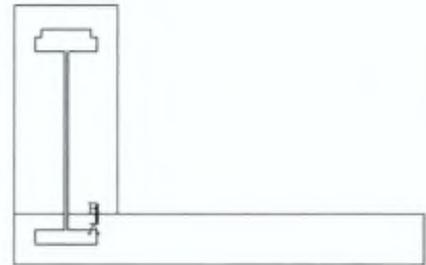
Figure C.7.70

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : hut8

Evolution de la teneur en eau  
 a l'interface dalle/membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

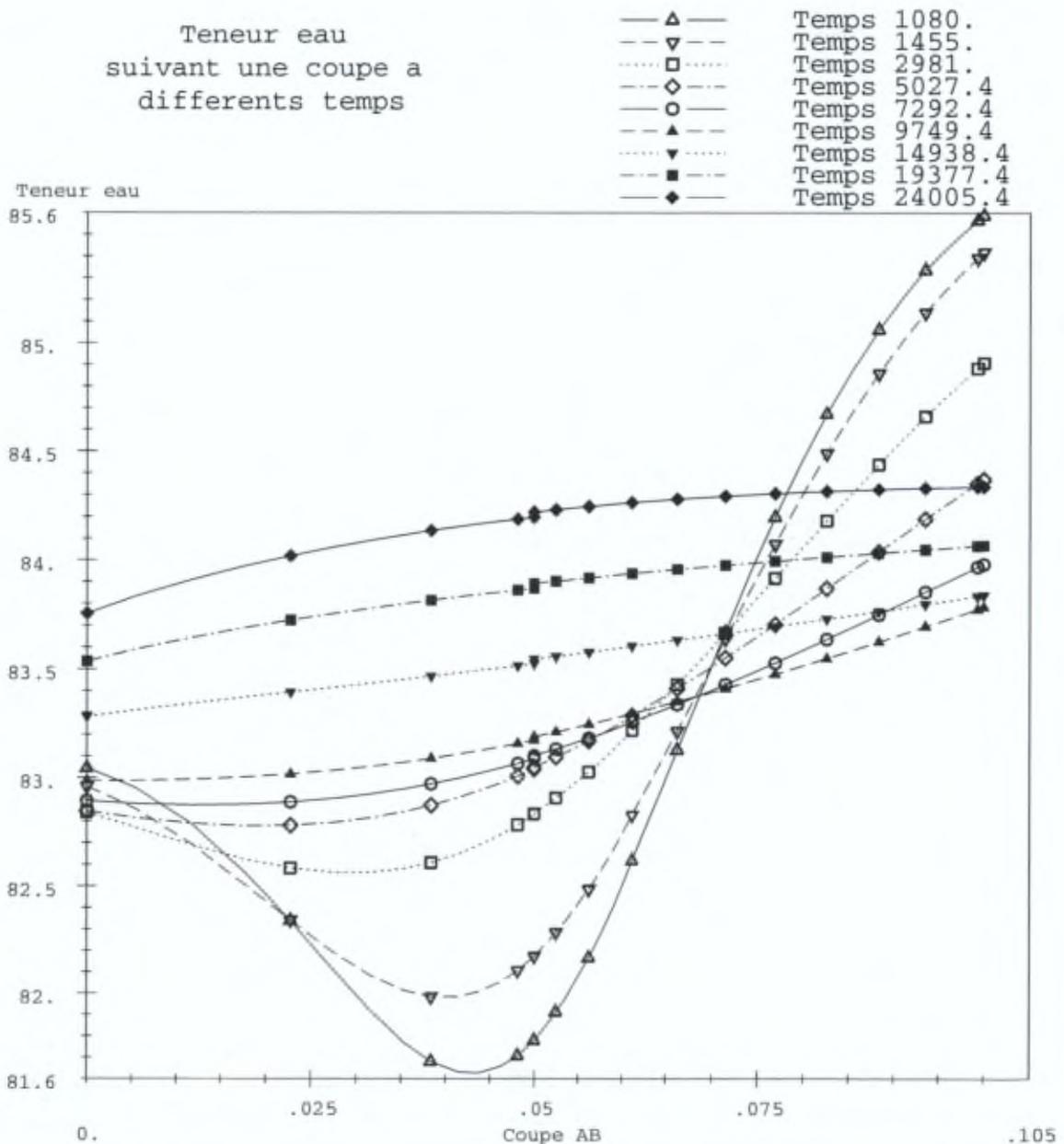


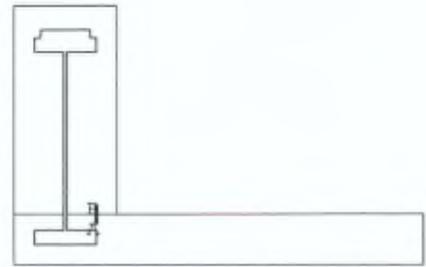
Figure C.7.71

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : sech4

Evolution de la teneur en eau  
 a l'interface dalle/membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 91.2  
 - - - ▼ - - - Temps 95.  
 ····· □ ····· Temps 97.2  
 - - - ◆ - - - Temps 98.8

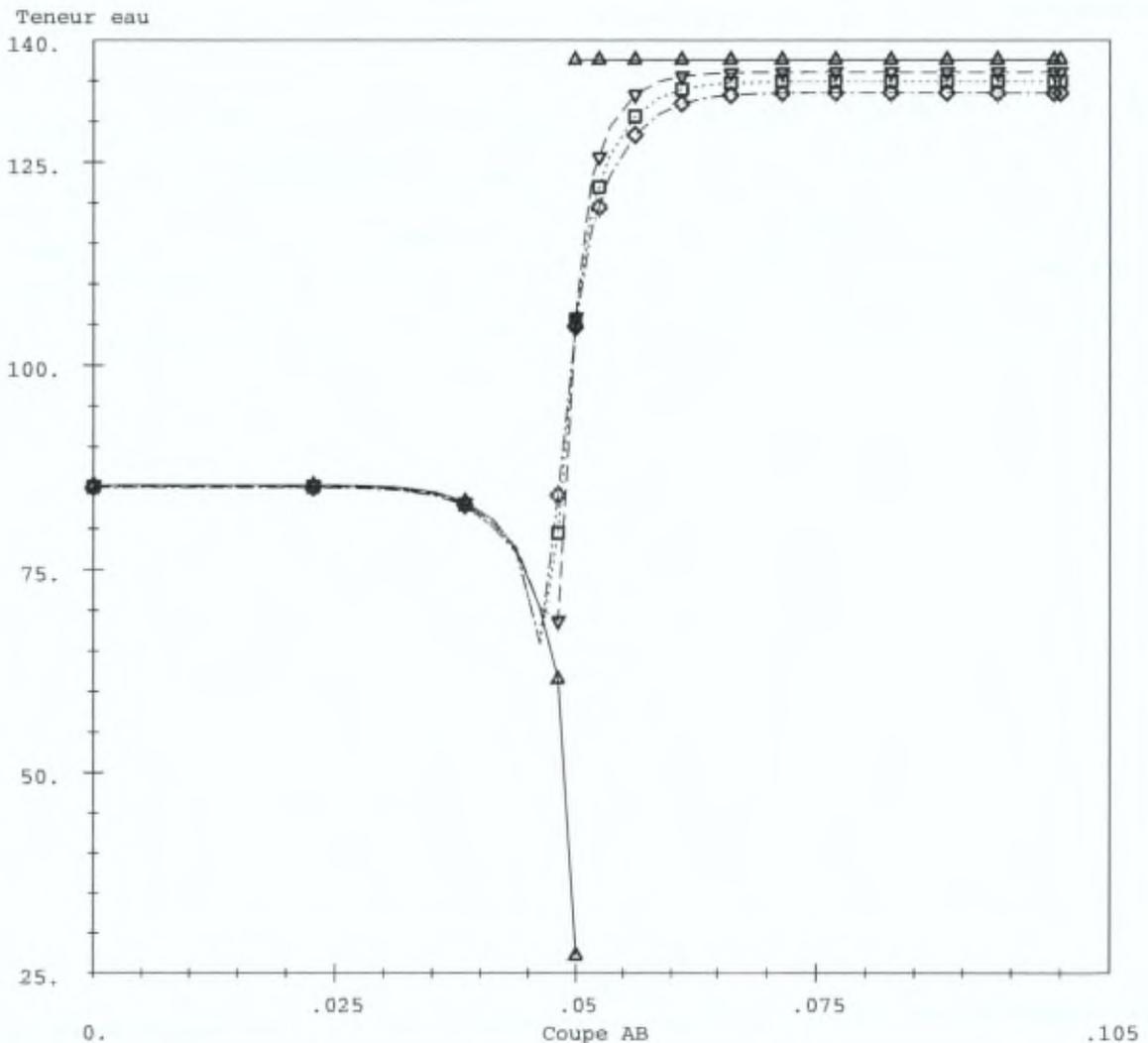


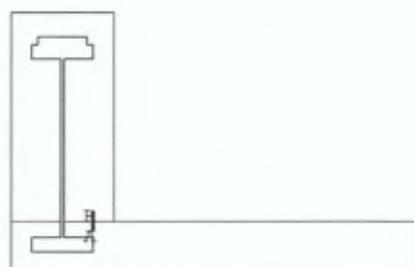
Figure C.7.72

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : sech5

Evolution de la teneur en eau  
 a l'interface dalle/membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 98.8  
 - -▼- - Temps 100.8  
 ...□... Temps 106.4  
 -◇- Temps 114.7  
 —○— Temps 115.2

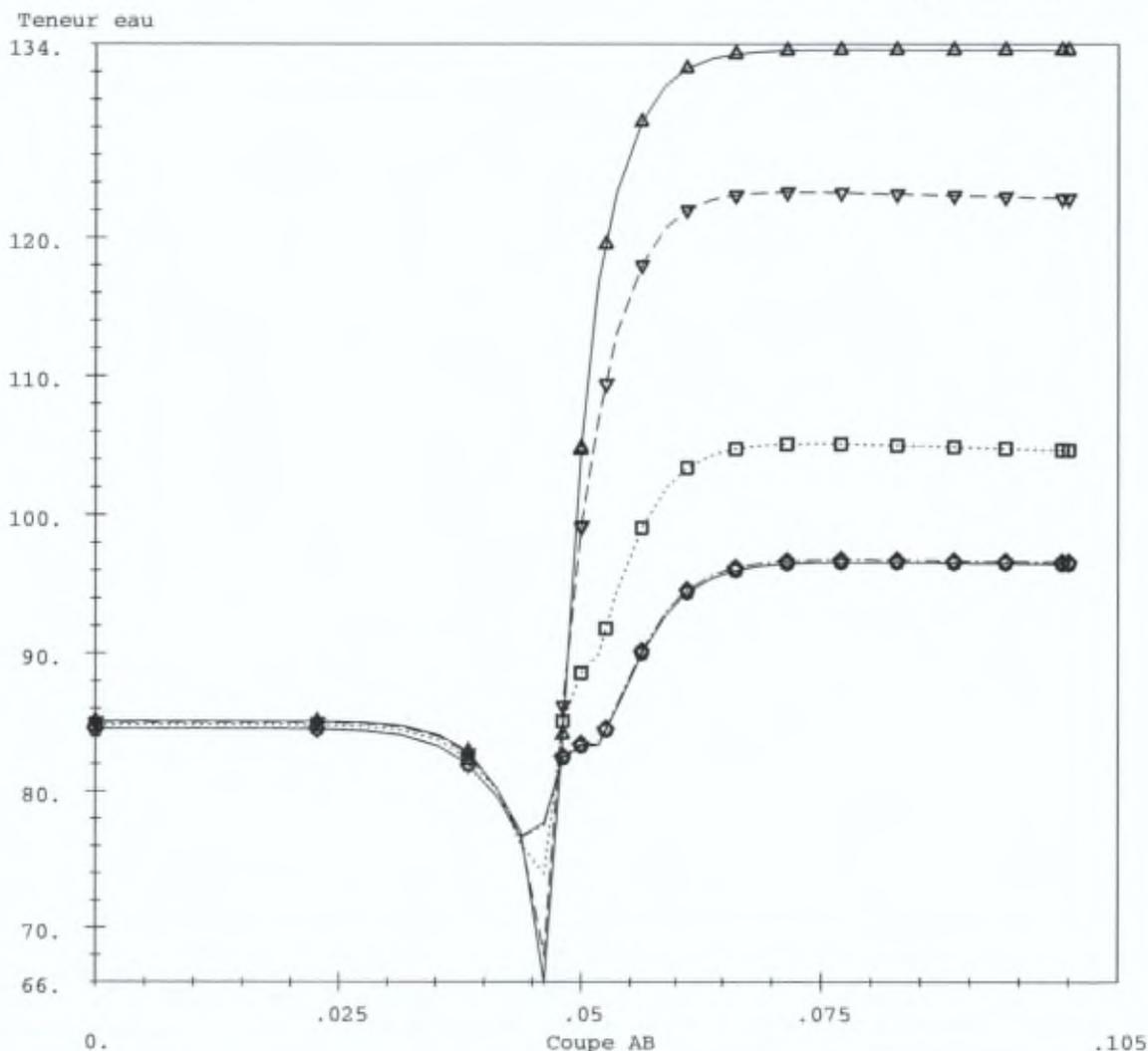


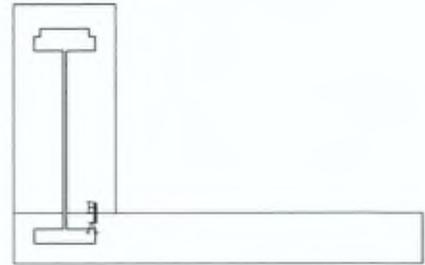
Figure C.7.73

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : sech6

Evolution de la teneur en eau  
 a l'interface dalle/membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 115.2  
 - - - ▼ - - - Temps 121.2  
 ····· □ ····· Temps 136.8  
 - - - ◇ - - - Temps 141.6  
 —○— Temps 152.  
 - - - ▲ - - - Temps 184.7  
 ····· ▼ ····· Temps 250.

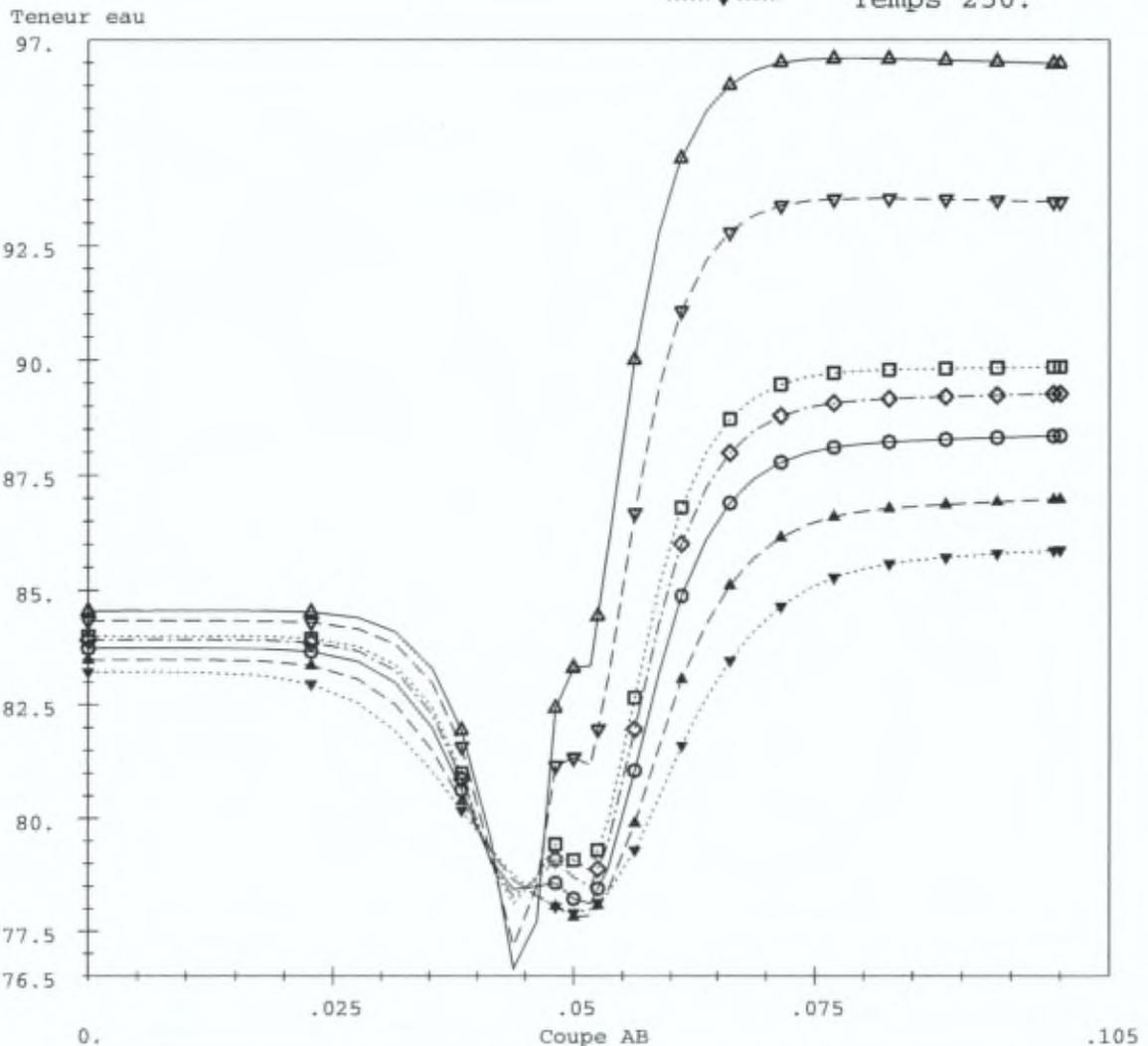


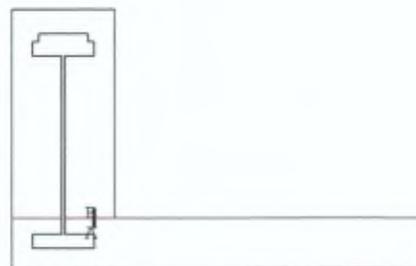
Figure C.7.74

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : sech7

Evolution de la teneur en eau  
 a l'interface dalle/membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 250.  
 - - - ▼ - - - Temps 270.  
 ····· □ ····· Temps 288.2  
 - - - ◇ - - - Temps 333.9  
 —○— Temps 448.6  
 - - - ▲ - - - Temps 736.8  
 ····· ▼ ····· Temps 1080.

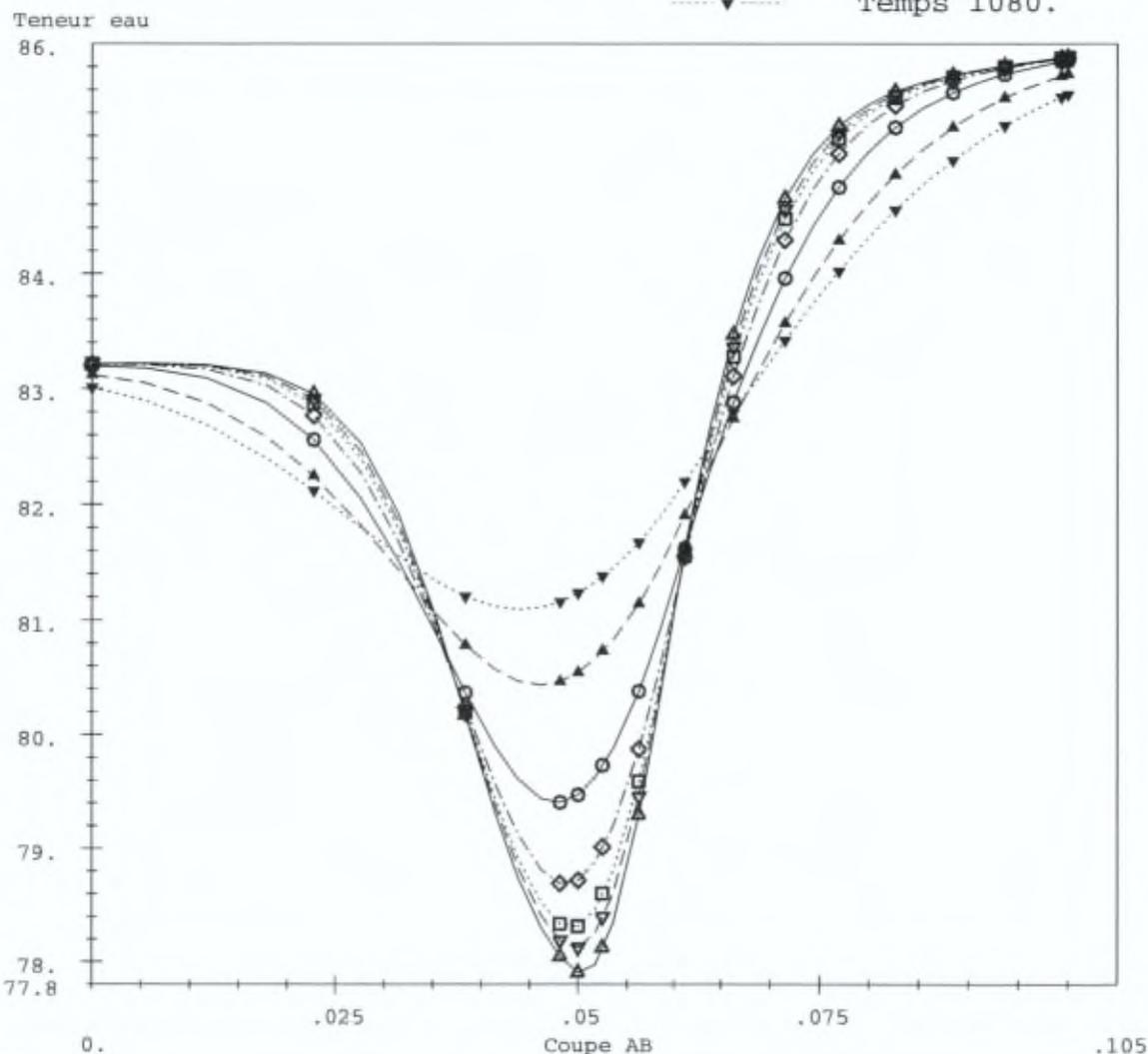


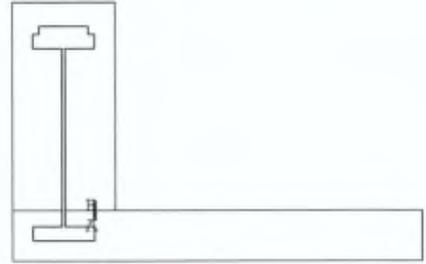
Figure C.7.75

ULB  
 Module : DTNL  
 Etude : bon0  
 Calcul : sech8

Evolution de la teneur en eau  
 a l'interface dalle/membrure

COURBES DE VARIATION  
 SUIVANT UNE COUPE  
 A DIFFERENTS TEMPS

X : Abscisse curviligne  
 Y : Teneur eau



Teneur eau  
 suivant une coupe a  
 differents temps

—▲— Temps 1080.  
 - - - ▼ - - - Temps 1455.  
 ····· □ ····· Temps 2981.  
 - - - ◇ - - - Temps 5027.4  
 —○— Temps 7292.4  
 - - - ▲ - - - Temps 9749.4  
 ····· ▼ ····· Temps 14938.4  
 - - - ■ - - - Temps 19377.4  
 —◆— Temps 24005.4

Teneur eau  
 85.6

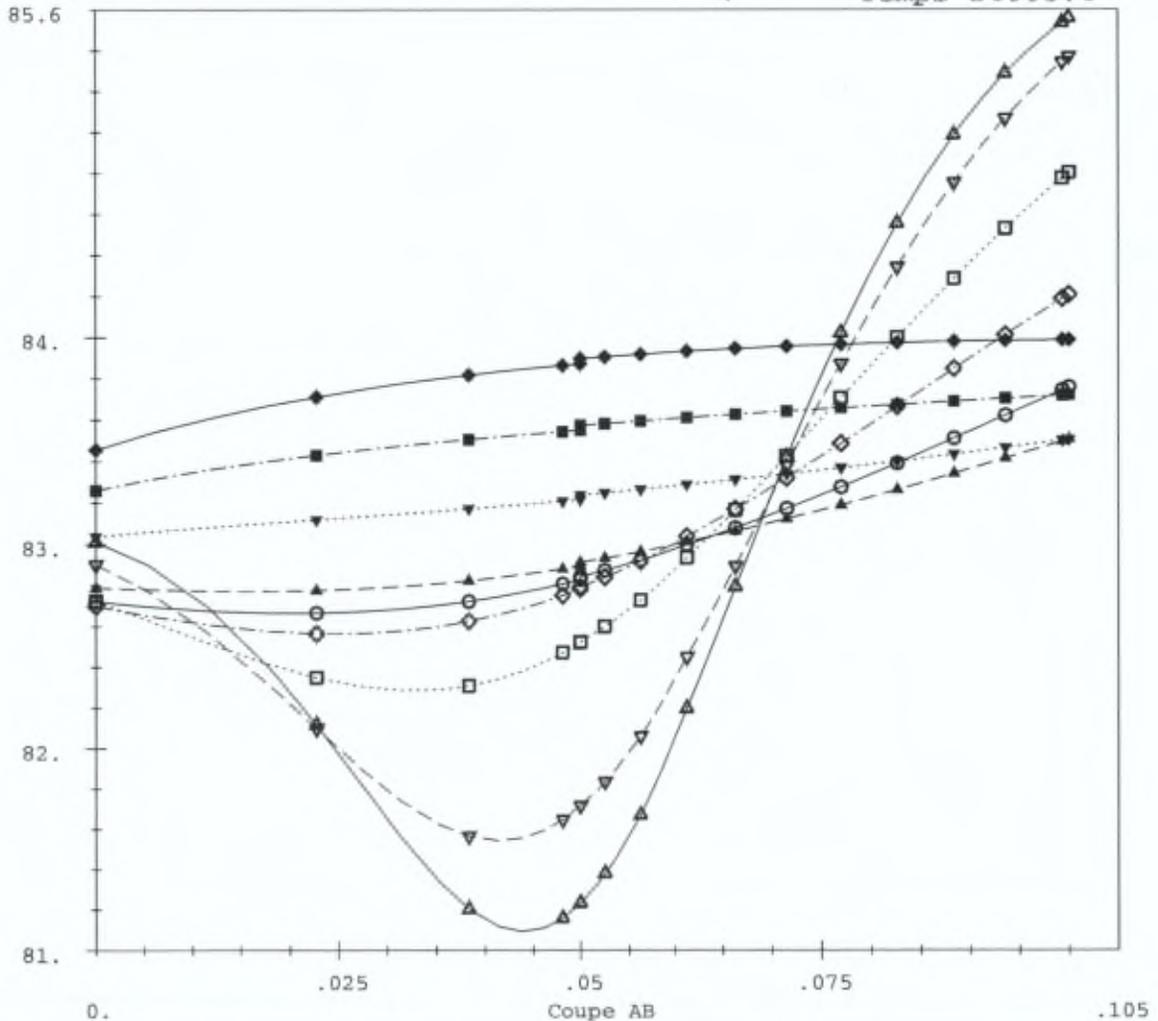


Figure C.7.76

## 7.4. Comparaison des mesures et des résultats fournis par la modélisation basée sur l'évolution du degré d'hydratation et de la teneur en eau

### 7.4.1. Introduction

Nous avons maintenant à notre disposition tous les fichiers nécessaires pour lancer les calculs de prédiction du comportement à long terme d'un demi pont-bac avec le programme que nous avons développé c'est-à-dire:

- le degré d'hydratation en tout  $(x,y,t)$  ;
- la température en tout  $(x,y,t)$  ;
- la teneur en eau  $C_1$  en tout  $(x,y,t)$  pour  $C_{eq} = 47$  litres/m<sup>3</sup> ( $HR_{ext} = 70\%$ ) ;
- la teneur en eau  $C_1$  en tout  $(x,y,t)$  pour  $C_{eq} = 27$  litres/m<sup>3</sup> ( $HR_{ext} = 50\%$ ) ;
- la teneur en eau  $C_2$  en tout  $(x,y,t)$  en l'absence d'échange hydrique ;
- la perte en masse pour chaque phase de béton en tout  $t$  pour  $C_{eq} = 47$  litres/m<sup>3</sup> ;
- la perte en masse pour chaque phase de béton en tout  $t$  pour  $C_{eq} = 27$  litres/m<sup>3</sup>.

Dans toutes les simulations précédentes (AEMM, pas-à-pas, méthode aux deux fonctions), nous avons fixé dans les calculs du pont-bac l'humidité relative extérieure moyenne à 70%, ce qui constitue une moyenne annuelle. D'après [Acker & Ulm, 2001], les effets du séchage dépendraient plutôt de l'humidité relative moyenne de la période la plus sèche de l'année. Pour le type de modélisation qui est envisagé ici, il nous a donc semblé intéressant de simuler aussi le comportement du pont avec  $HR_{ext} = 50\%$  en complément des simulations effectuées avec  $HR_{ext} = 70\%$ .

Par ailleurs, nous avons évoqué au chapitre 5 que le seuil de la perte en masse relative à partir duquel une déformation est mesurable varie entre 0,5% et 0,8% pour les différentes éprouvettes que nous avons mesurées. Comme on va le voir un peu plus loin, le choix de ce seuil est un paramètre assez déterminant en particulier pour les résultats obtenus dans la dalle. La figure C.7.77 synthétise les âges des phases de béton qui correspondent à des pertes en masse de 0,5% et 0,8% et ce pour des humidités relatives extérieures de 70% et 50%.

	DALLE		MEMBRURE	
Age (jour)	0,5%	0,8%	0,5%	0,8%
$HR_{ext} = 50\%$	42	170	209	1000
$HR_{ext} = 70\%$	95	356	308	>1000

Figure C.7.77 Age des phases de béton correspondant à des pertes en masse de 0,5 et 0,8% et des humidités relatives extérieures de 50 et 70%

Enfin, nous avons évoqué, aux chapitres 4 et 6, l'irréversibilité partielle propre à la déformation de retrait de dessiccation  $\epsilon_{srd}$  en cas de réhumidification du béton. Nous avons vu au paragraphe précédent les multiples augmentations locales de la teneur en eau que subit l'ouvrage au cours de son histoire.

---

Il nous a semblé intéressant de montrer l'influence sur les résultats obtenus, en terme d'évolution des déformations du pont-bac au cours du temps, d'une prise en compte complète et totale des variations locales de teneur en eau (soit le modèle appelé par la suite « avec humidification ») dans le calcul de  $\epsilon_{\text{srđ}}$  ou d'une prise en compte uniquement des diminutions locales de teneur en eau ( soit « sans humidification »).

En conséquence, nous avons sélectionné les paramètres suivants qui nous sont apparus les plus intéressants pour effectuer une étude de sensibilité des résultats obtenus vis-à-vis d'une variation de ces paramètres:

- l'humidité relative extérieure : 50% ou 70% ;
- le seuil de perte en masse relative  $(\Delta P/P)_0$  : 0,5% ou 0,8% ;
- humidification : avec ou sans.

#### 7.4.2. Comparaisons entre les déformations mesurées et calculées au niveau des capteurs du pont-bac instrumenté

Dans les graphiques C.7.78 à C.7.85, sont comparées les déformations mesurées dans la dalle à 50mm de la fibre inférieure avec les simulations obtenues par la méthode pas-à-pas (principe de superposition), la méthode aux deux fonctions (avec fonction de recouvrance) et la modélisation basée sur l'évolution du degré d'hydratation et de la teneur en eau pour les combinaisons de paramètres évoqués plus haut. En observant le premier graphique, une première différence marquante apparaît entre les trois modélisations présentées pour la période située entre le coulage de la dalle et la mise en précontrainte. Dans les simulations basées sur une analyse qui considère un comportement sectionnel moyen, l'évolution de la température dans le béton au jeune âge qui est due notamment au dégagement de chaleur suite à l'avancement de la réaction d'hydratation n'était pas prise en compte. Par contre, dans le cas de la troisième modélisation où ce terme est pris explicitement en compte, une période de gonflement apparaît (qui peut être mise en corrélation directe avec les graphiques d'évolution de la température dans la dalle C.7.14 à C.7.19) suivie par une période de raccourcissement des fibres lorsque la dalle se refroidit. Comparons ensuite par exemple les figures C.7.78 (HR = 50%,  $(\Delta P/P)_0 = 0,5\%$ , avec humidification) et C.7.79 (HR = 50%,  $(\Delta P/P)_0 = 0,8\%$ , avec humidification). On a vu à la figure C.7.77 que dans la dalle, pour HR = 50%, une perte en masse relative de 0,5% correspond à 42 jours d'âge du béton et de 0,8% à 170 jours. Compte tenu de la modélisation que nous avons envisagée, cela signifie que le terme lié au retrait de dessiccation intervient beaucoup plus tard dans le calcul quand  $(\Delta P/P)_0 = 0,8\%$ . Sur la figure C.7.78, la pente entre  $t=44,75$  jours et  $t=170$  jours est plus faible que la pente correspondante à la figure C.7.79. Si on reprend la figure C.7.39 (pour HR=50%), on remarque que la teneur en eau à 50mm du bord inférieur de la dalle n'évolue pas beaucoup entre  $t=1080$  heures et  $t=2981$  heures, c'est ce que traduit la figure C.7.78 en terme de déformation. Quand  $(\Delta P/P)_0 = 0,8\%$ , le calcul est effectué avec une variable globale sur la phase de béton entre  $t=44,75$  jours et  $t=170$  jours, ce qui explique l'évolution de la déformation illustrée à la figure C.7.79.

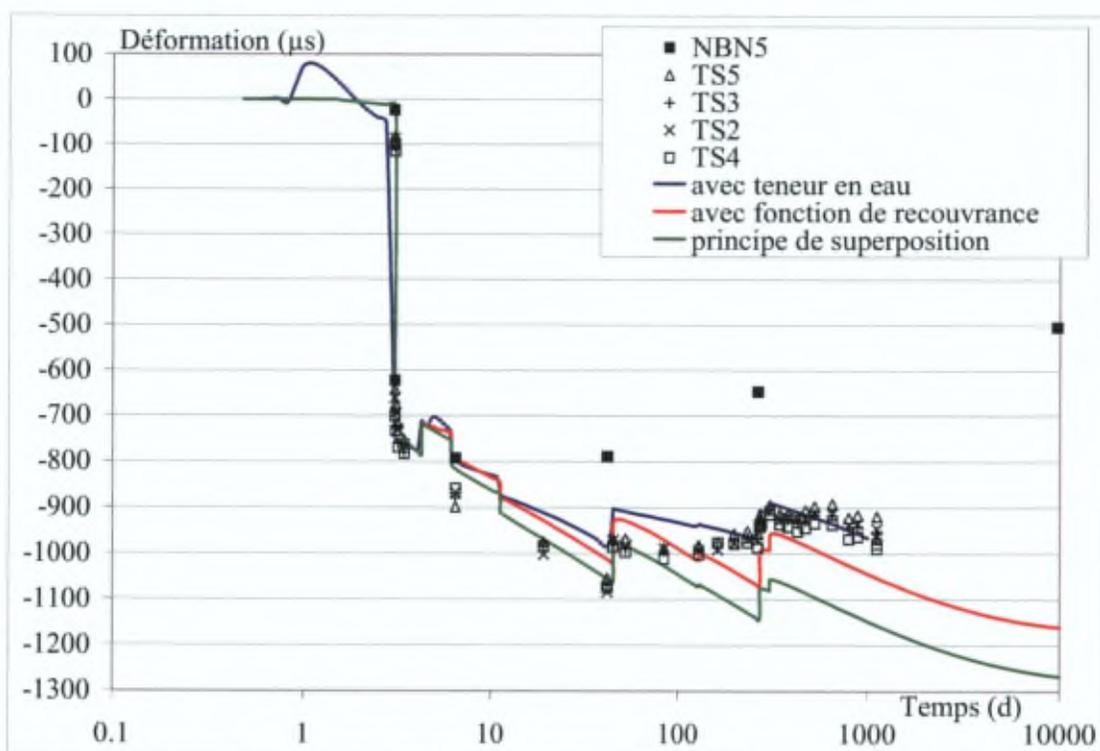


Figure C.7.78 Déformation dans la dalle à 50mm du bord inférieur de la section avec HR=50%,  $(\Delta P/P)_0=0,5\%$  et avec humidification

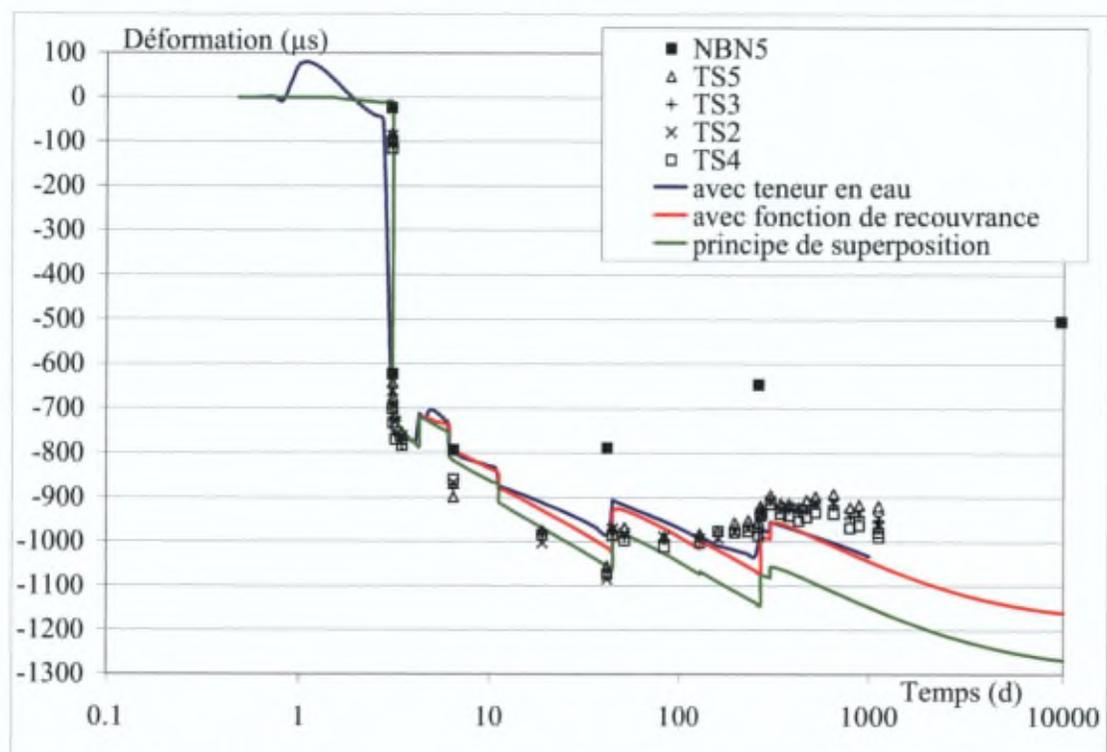


Figure C.7.79 Déformation dans la dalle à 50mm du bord inférieur de la section avec HR = 50%,  $(\Delta P/P)_0=0,8\%$  et avec humidification

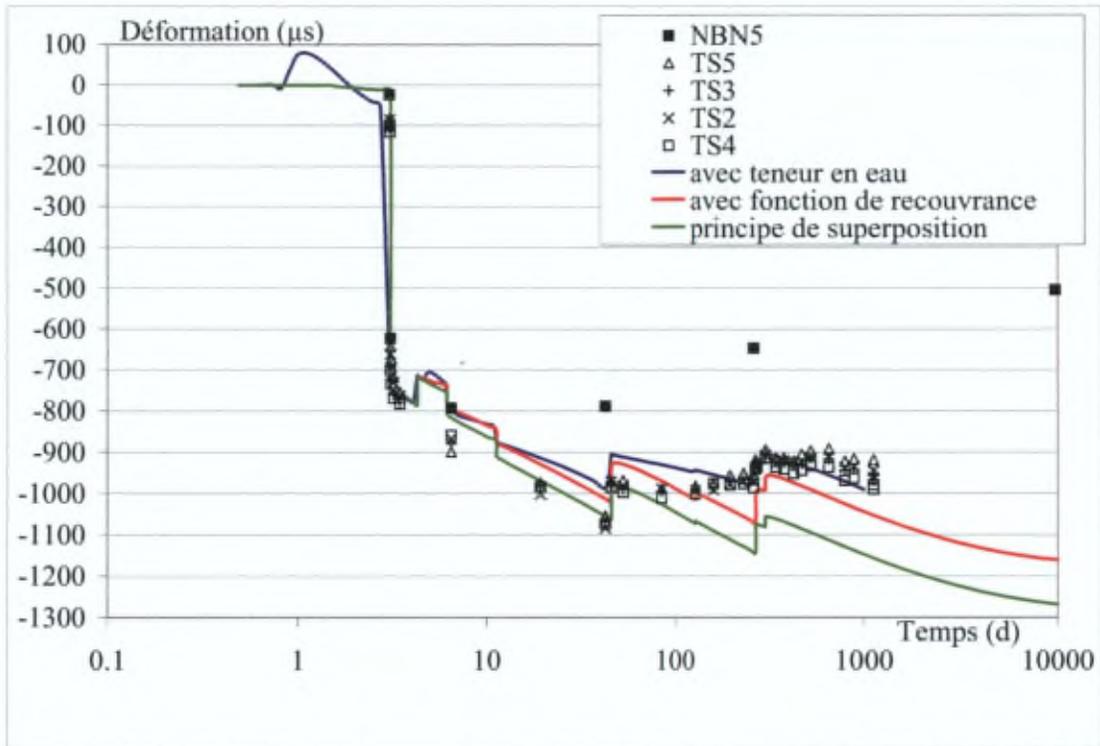


Figure C.7.80 Déformation dans la dalle à 50mm du bord inférieur de la section avec HR = 50%,  $(\Delta P/P)_0 = 0,5\%$  et sans humidification

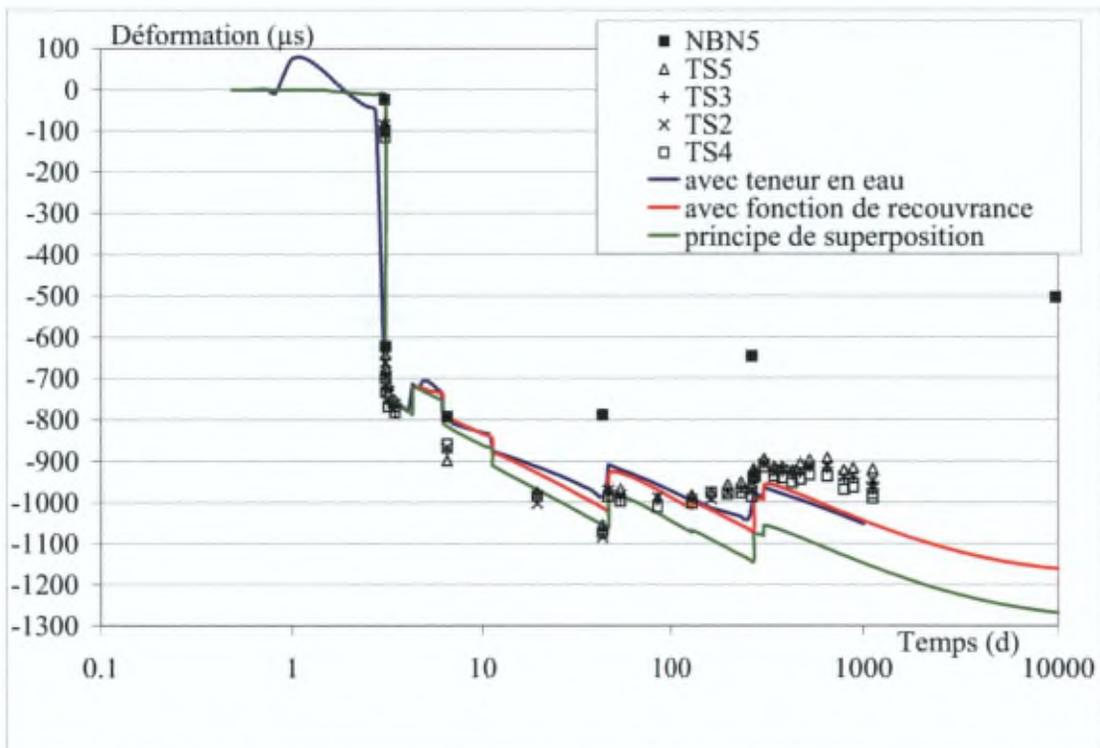


Figure C.7.81 Déformation dans la dalle à 50mm du bord inférieur de la section avec HR = 50%,  $(\Delta P/P)_0 = 0,8\%$  et sans humidification

En comparant les figures C.7.78 (HR = 50%,  $(\Delta P/P)_0 = 0,5\%$ , avec humidification) et C.7.80 (HR = 50%,  $(\Delta P/P)_0 = 0,5\%$ , sans humidification), l'influence sur les résultats est très faible. On se trouve en effet du côté de la face qui continue à sécher au cours du temps. La même remarque peut être faite pour la figure C.7.79 (HR = 50%,  $(\Delta P/P)_0 = 0,8\%$ , avec humidification) et la figure C.7.81 (HR = 50%,  $(\Delta P/P)_0 = 0,8\%$ , sans humidification). Les figures C.7.82 à C.7.85 illustrent les mêmes variations des paramètres mais cette fois pour HR = 70%. A la figure C.7.82, on constate d'emblée qu'avec un pourcentage d'humidité relative extérieure de 70, les résultats du calcul sont en moins bonne concordance avec les mesures pour la période située entre le transfert de la précontrainte et  $t = 45$  jours qu'avec un pourcentage d'humidité relative extérieure de 50. Comme cela avait été suggéré dans [Acker & Ulm, 2001], les effets du séchage dépendraient plutôt de l'humidité relative moyenne de la période la plus sèche de l'année. Si on compare les figures C.7.82 à C.7.85 entre elles, on retrouve les mêmes remarques concernant l'influence du choix de  $(\Delta P/P)_0$  et de l'humidification que nous avons formulées pour les figures C.7.78 à C.7.81.

Examinons maintenant l'évolution des déformations dans la membrure à 80mm du bord supérieur de la section au travers des figures C.7.86 à C.7.93. Tout comme cela a été évoqué précédemment, l'évolution de la température est prise en compte explicitement dans la modélisation dont il est question dans cette partie. Cela se traduit sur les graphiques C.7.86 à C.7.93 par les dents de scie qui apparaissent au niveau des déformations après le coulage du béton de 2<sup>ème</sup> phase en  $t = 3,8$  jours et qui sont dus au développement d'un gonflement (retrait) thermique (période d'échauffement suivie par une période de refroidissement progressif, ce qui est illustré aux figures C.7.46 à C.7.48) et au développement du retrait endogène. Par ailleurs, si on compare les résultats des simulations avec et sans humidification, ce paramètre semble avoir un effet très faible. Néanmoins, dans la variante « sans humidification », on constate que la pente correspondant à la période  $t > 300$  jours est un peu plus élevée que la pente correspondante dans la variante « avec humidification ». Les résultats qui sont illustrés aux figures C.7.90 à C.7.93 (pour HR = 70%) sont très proches des résultats illustrés aux figures C.7.86 à C.7.89 (pour HR = 50%). On se trouve en effet à 80mm du bord extérieur supérieur et pour  $t < 1000$  jours, l'influence d'une variation des conditions imposées en peau (50 ou 70%) est assez faible à une telle profondeur. Ce n'est que lorsque le séchage aura suffisamment progressé à l'intérieur du matériau que la différence entre HR = 50% et HR = 70% sera chiffrable en terme de teneur en eau locale.

Les figures C.7.94 et C.7.95 illustrent l'évolution des contraintes calculées suivant les trois modélisations envisagées respectivement dans la dalle à 50mm du bord inférieur de la section et dans la membrure à 80mm du bord supérieur de la section et ce, pour (HR = 50%,  $(\Delta P/P)_0 = 0,5\%$ , avec humidification) qui est la variante pour laquelle les déformations mesurées sont le mieux représentées par les déformations calculées.

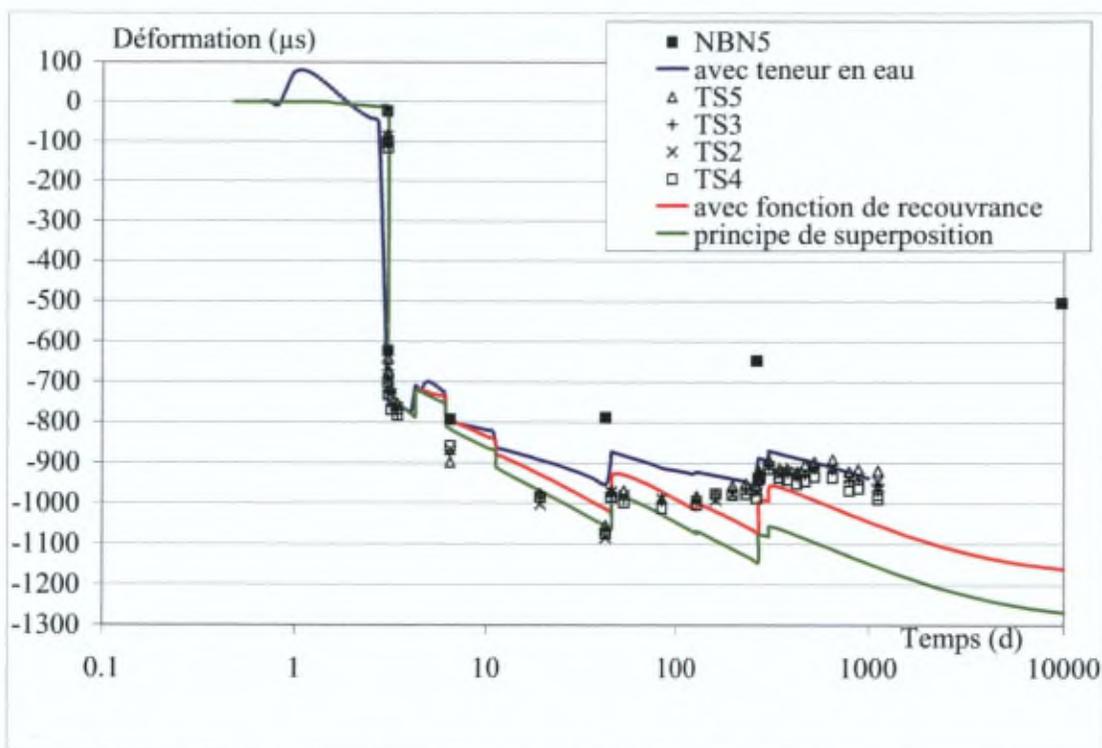


Figure C.7.82 Déformation dans la dalle à 50mm du bord inférieur de la section avec  $HR = 70\%$ ,  $(\Delta P/P)_0 = 0,5\%$  et avec humidification

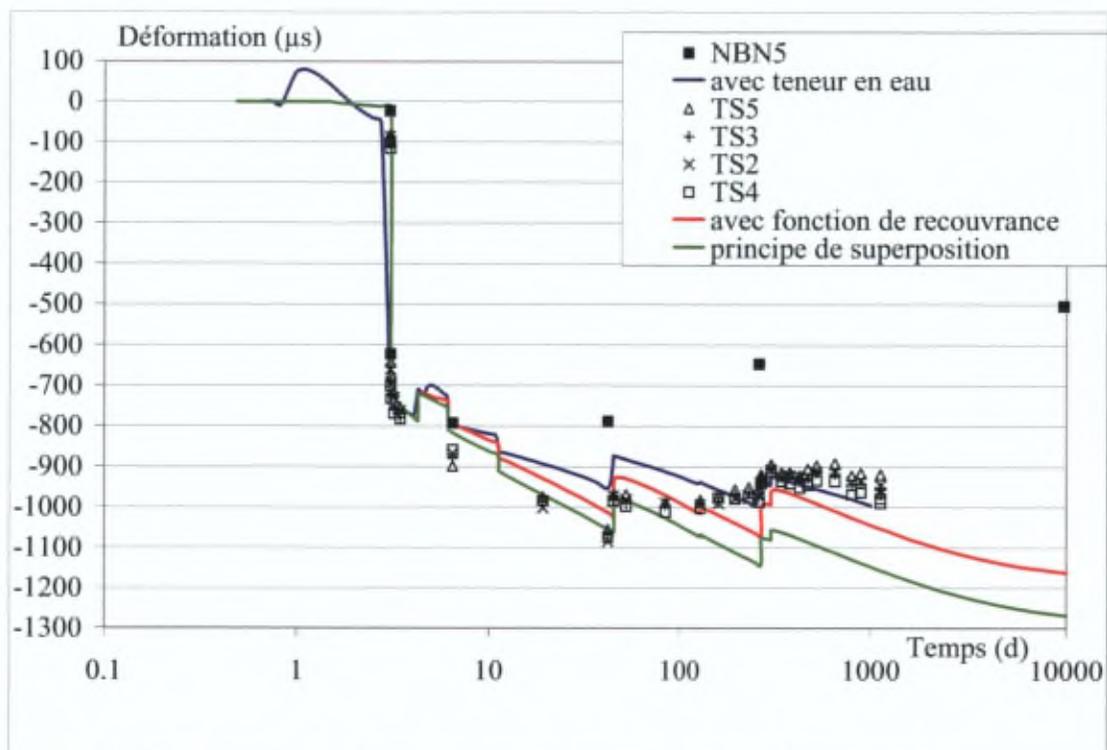


Figure C.7.83 Déformation dans la dalle à 50mm du bord inférieur de la section avec  $HR = 70\%$ ,  $(\Delta P/P)_0 = 0,8\%$  et avec humidification

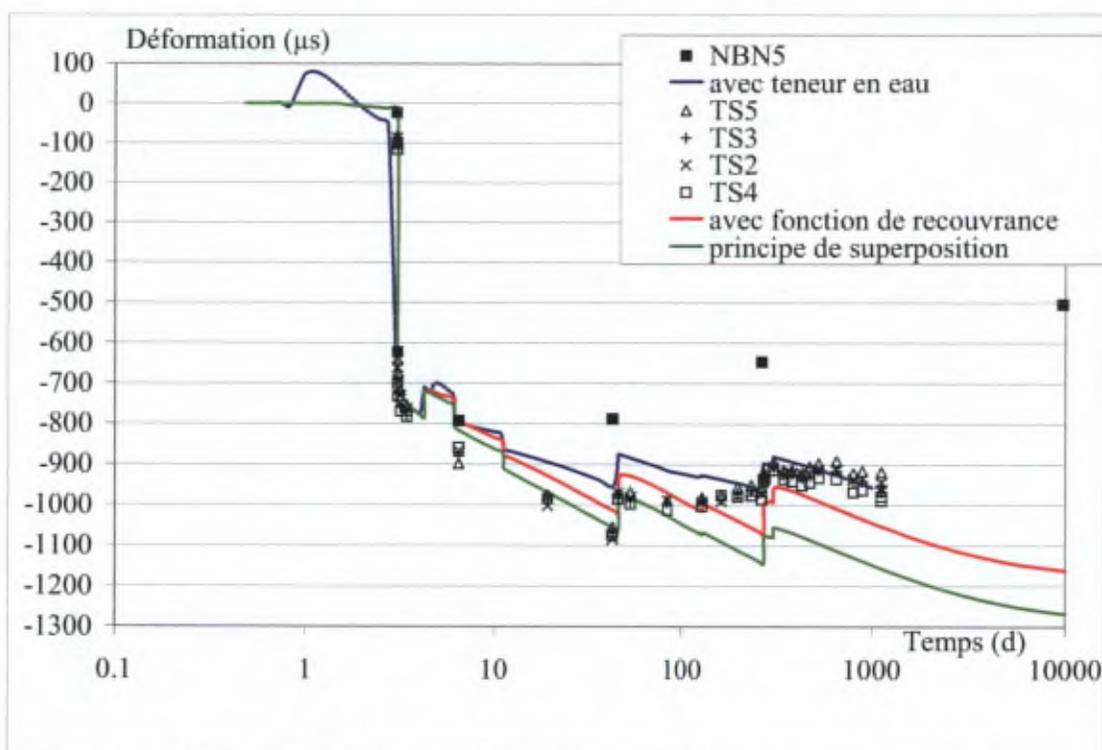


Figure C.7.84 Déformation dans la dalle à 50mm du bord inférieur de la section avec  $HR = 70\%$ ,  $(\Delta P/P)_0 = 0,5\%$  et sans humidification

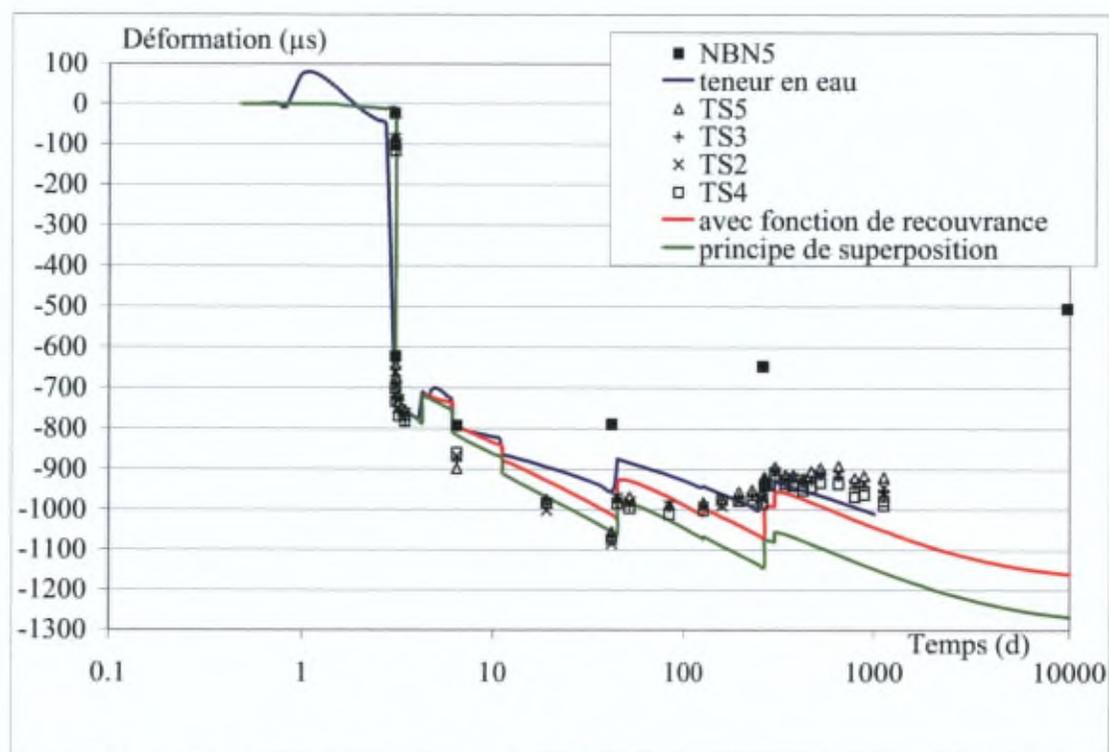


Figure C.7.85 Déformation dans la dalle à 50mm du bord inférieur de la section avec  $HR = 70\%$ ,  $(\Delta P/P)_0 = 0,8\%$  et sans humidification

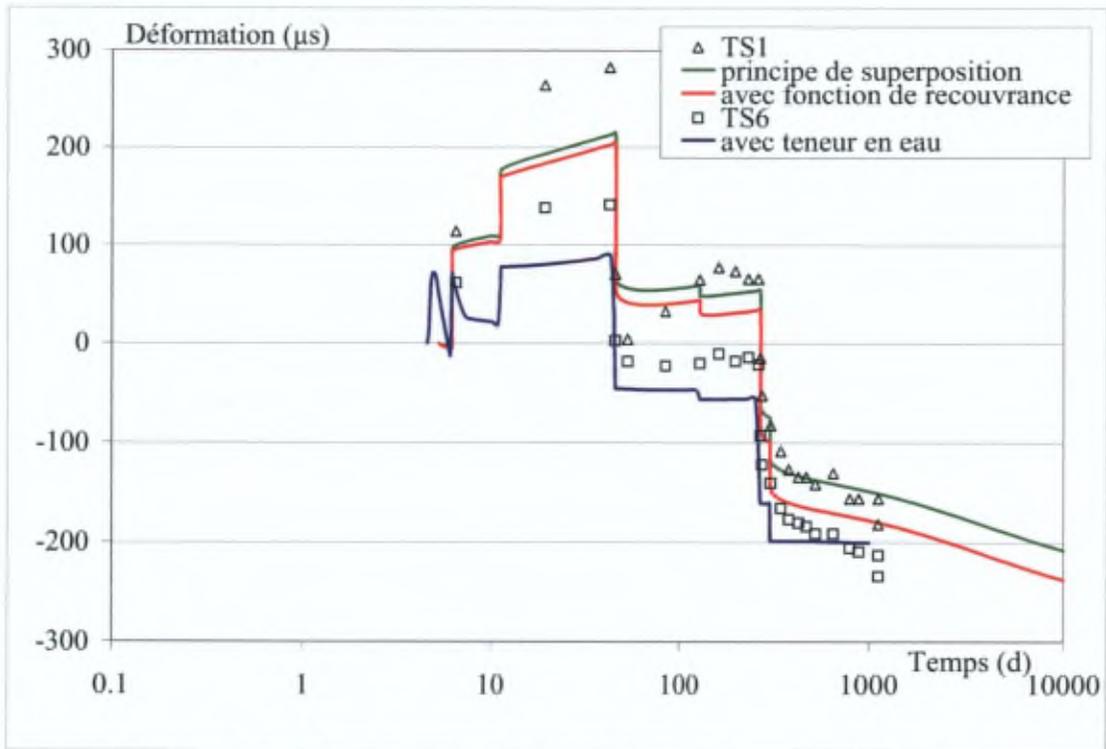


Figure C.7.86 Déformation dans la membrure à 80mm du bord supérieur de la section avec HR = 50%,  $(\Delta P/P)_0 = 0,5\%$  et avec humidification

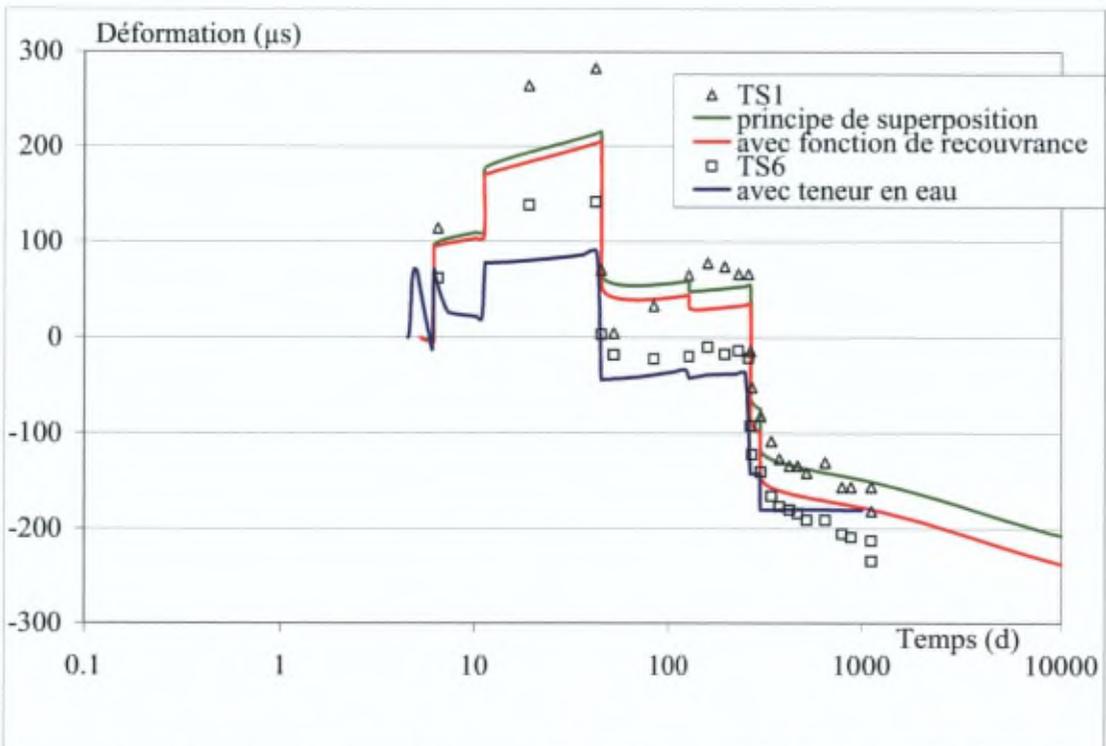


Figure C.7.87 Déformation dans la membrure à 80mm du bord supérieur de la section avec HR = 50%,  $(\Delta P/P)_0 = 0,8\%$  et avec humidification

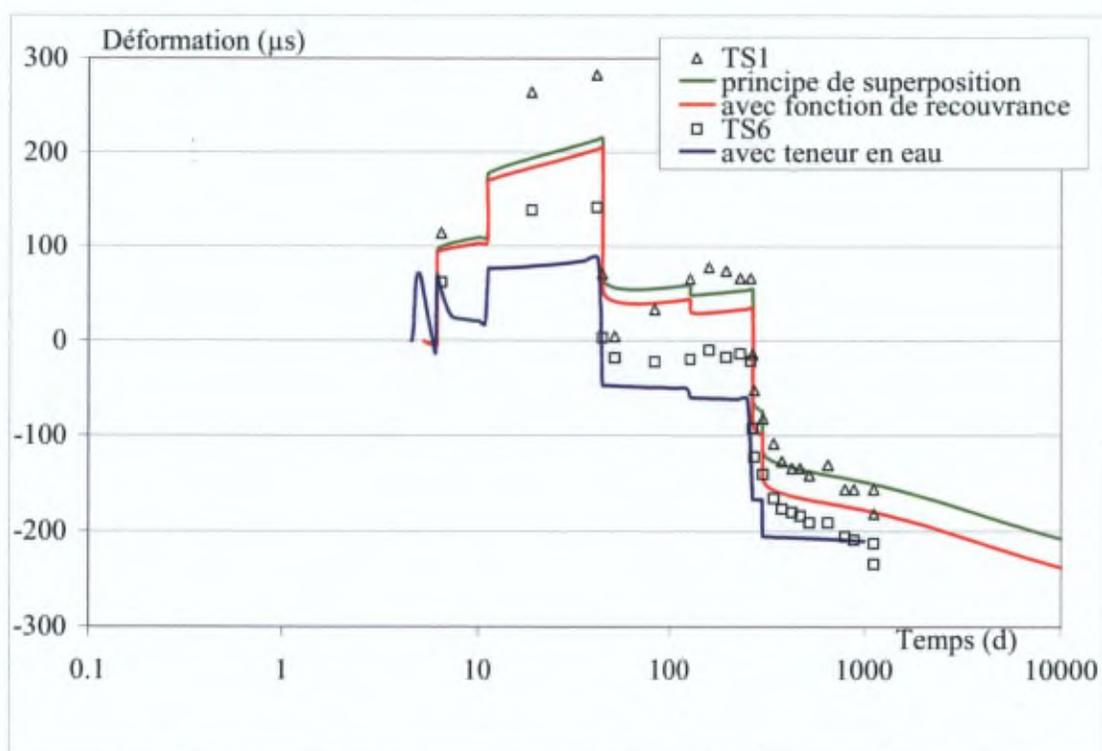


Figure C.7.88 Déformation dans la membrure à 80mm du bord supérieur de la section avec HR = 50%,  $(\Delta P/P)_0 = 0,5\%$  et sans humidification

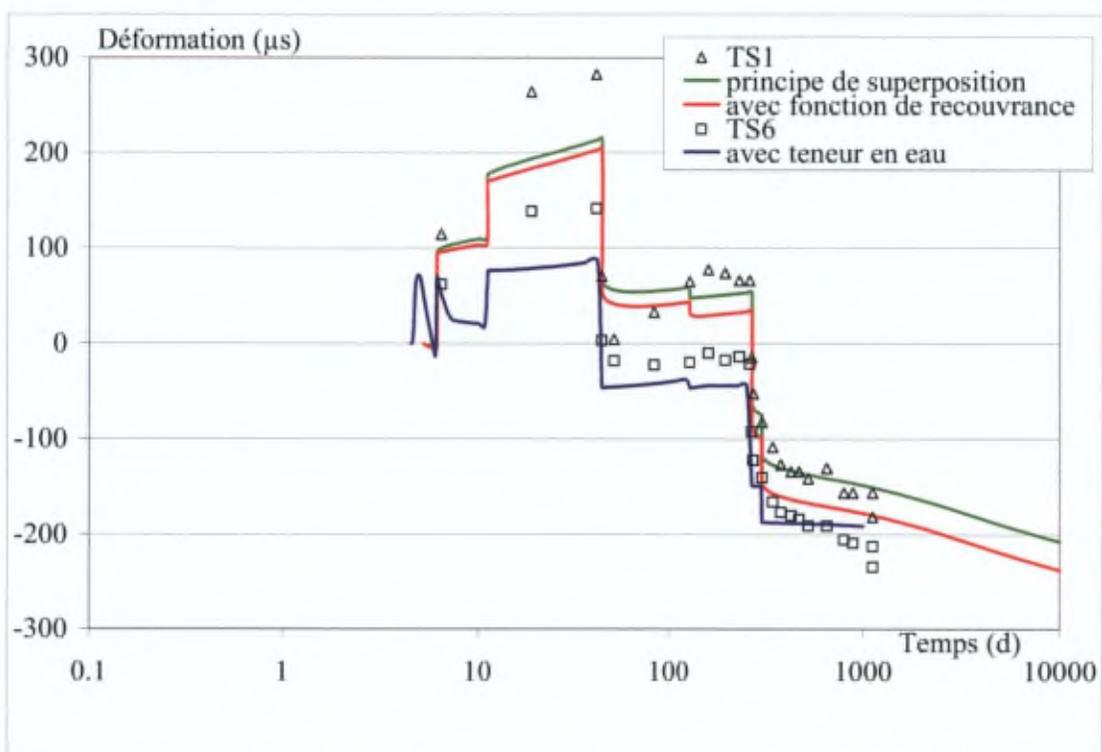


Figure C.7.89 Déformation dans la membrure à 80mm du bord supérieur de la section avec HR = 50%,  $(\Delta P/P)_0 = 0,8\%$  et sans humidification

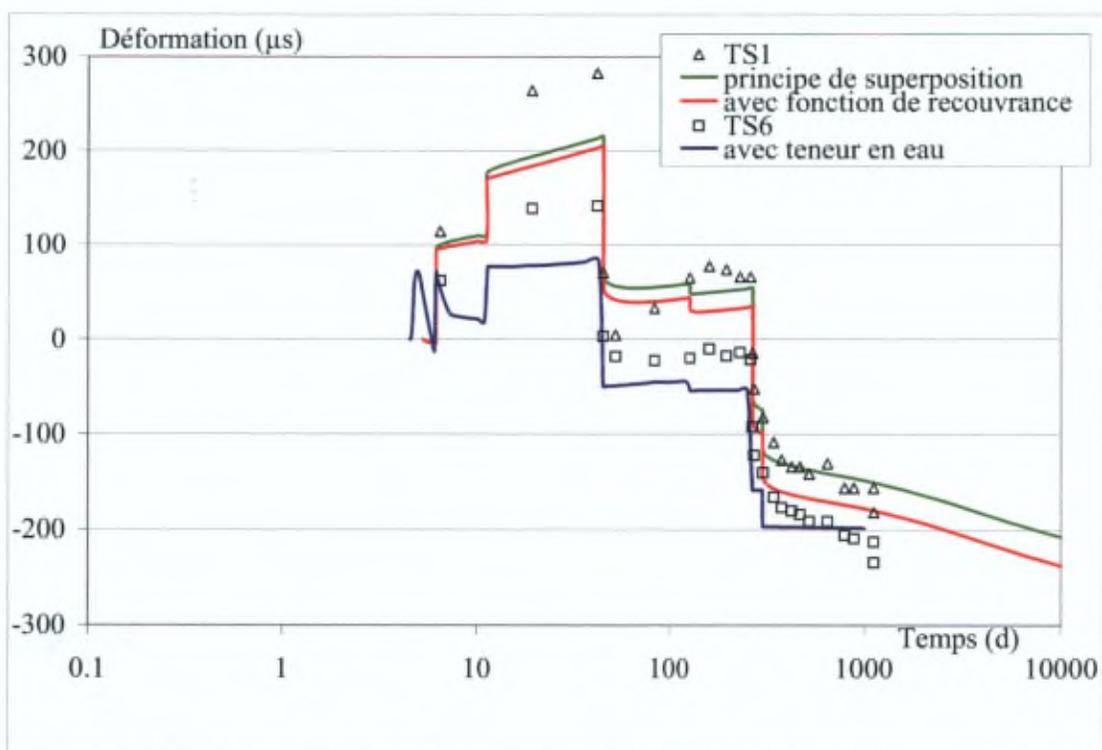


Figure C.7.90 Déformation dans la membrure à 80mm du bord supérieur de la section avec HR = 70%,  $(\Delta P/P)_0 = 0,5\%$  et avec humidification

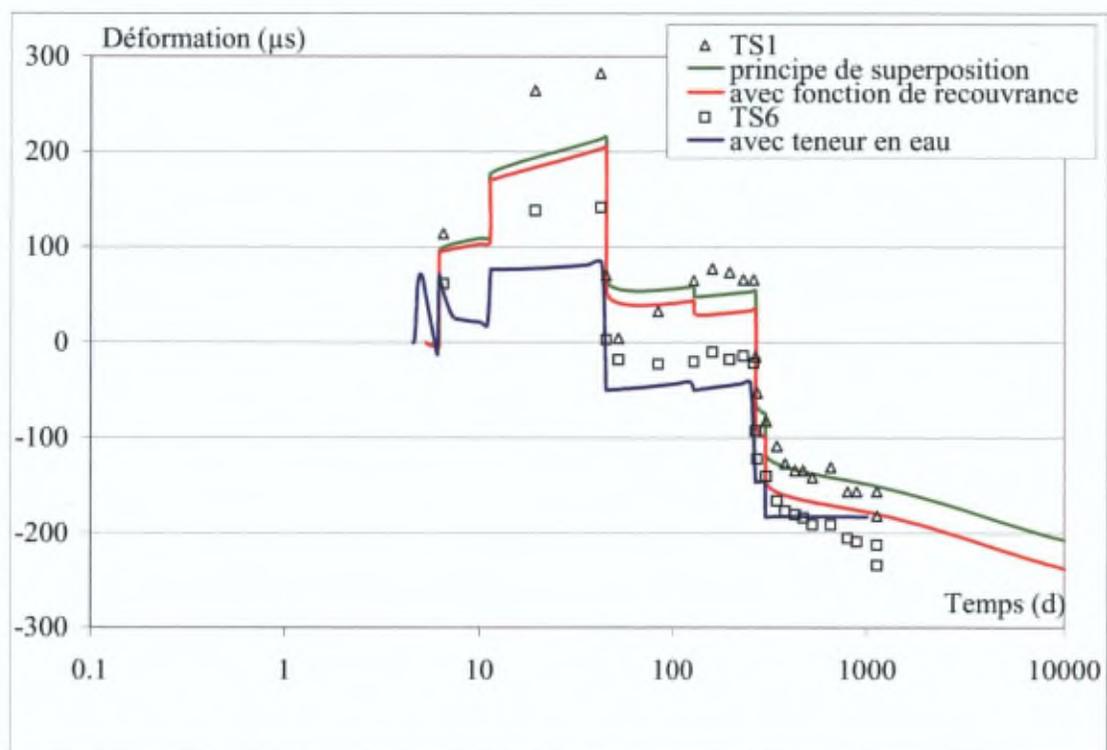


Figure C.7.91 Déformation dans la membrure à 80mm du bord supérieur de la section avec HR = 70%,  $(\Delta P/P)_0 = 0,8\%$  et avec humidification

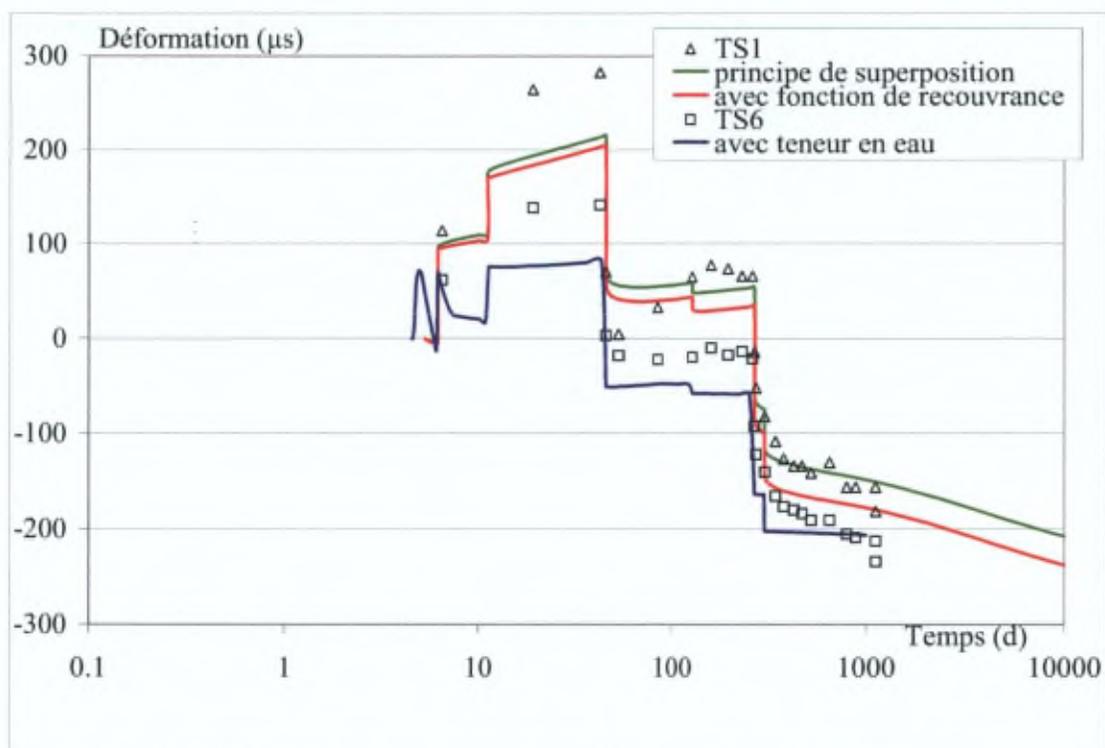


Figure C.7.92 Déformation dans la membrure à 80mm du bord supérieur de la section avec HR = 70%,  $(\Delta P/P)_0 = 0,5\%$  et sans humidification

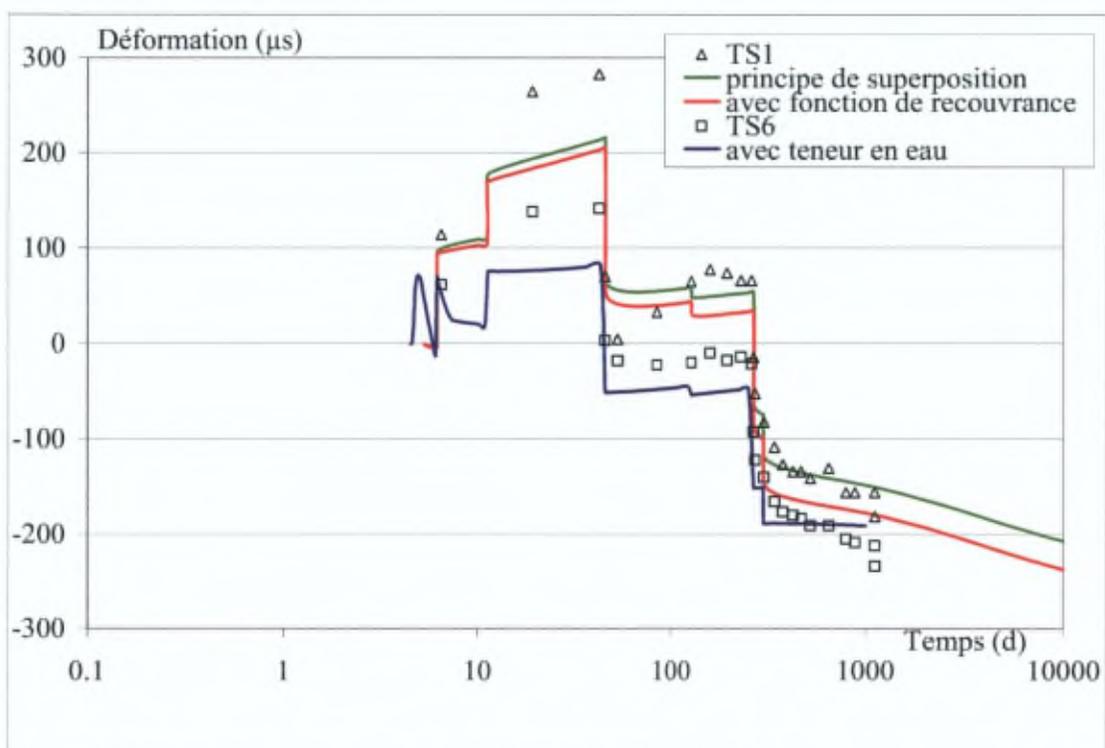


Figure C.7.93 Déformation dans la membrure à 80mm du bord supérieur de la section avec HR = 70%,  $(\Delta P/P)_0 = 0,8\%$  et sans humidification

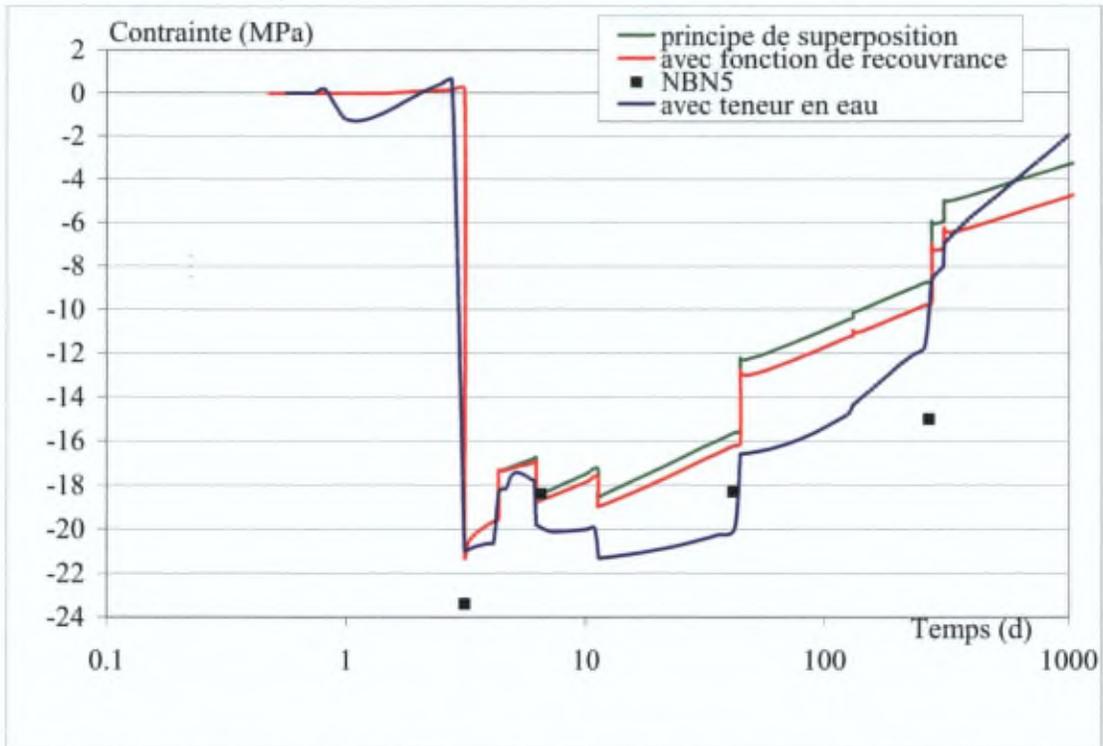


Figure C.7.94 Contrainte dans la dalle à 50mm du bord inférieur de la section avec  $HR = 50\%$ ,  $(\Delta P/P)_0 = 0,5\%$  et avec humidification

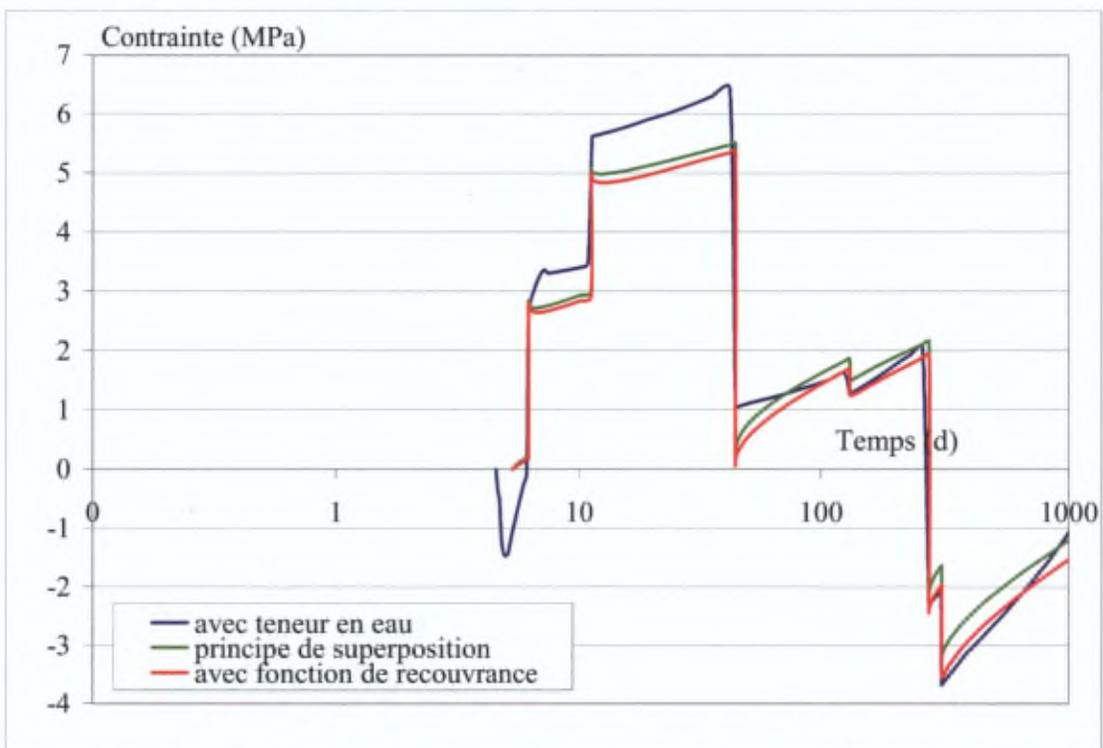


Figure C.7.95 Contrainte dans la membrure à 80mm du bord supérieur de la section avec  $HR = 50\%$ ,  $(\Delta P/P)_0 = 0,5\%$  et avec humidification

---

### 7.4.3. Contraintes calculées au niveau de la peau inférieure et de la peau supérieure de la dalle du pont-bac instrumenté

Les figures C.7.96 à C.7.103 illustrent les contraintes qui se développent au cours du temps au niveau de la peau supérieure ( $y = 250\text{mm}$ ) et de la peau inférieure ( $y = 0$ ) de la dalle pour les différentes combinaisons de paramètres évoqués plus haut.

Dans cette série de graphiques, on remarque que suite au séchage de la face supérieure de la dalle entre le moment du coulage du béton de première phase et le transfert de la précontrainte ainsi qu'au refoidissement progressif du béton, des contraintes de traction se développent progressivement et atteignent plus de 4MPa à la peau supérieure de la dalle avant le transfert de la précontrainte, ce qui signifie très probablement que la dalle est fissurée en surface. Par ailleurs, dans chacune de ces simulations, les pentes obtenues pour  $t > 45$  jours (instant où a lieu l'imperméabilisation de la face supérieure de la dalle) traduisent très clairement les évolutions de la teneur en eau locale au niveau de la peau inférieure (qui continue à sécher au cours du temps) et de la peau supérieure (dont la teneur en eau réaugmente significativement après l'imperméabilisation). Suivant la valeur fixée pour  $(\Delta P/P)_0$ , les effets en terme de contrainte sont plus ou moins importants compte tenu du fait que le retrait de dessiccation (donnée locale) par opposition au fluage de dessiccation structural (donnée globale pour la phase) intervient dans le calcul pour des pas de temps plus ou moins avancés. Pour la peau supérieure en particulier, on note une nette différence dans les résultats suivant que l'on considère l'humidification ou non.

D'une manière générale, à 1000 jours, on atteint à la peau inférieure des contraintes de traction qui sont excessivement élevées (de l'ordre de 15MPa) et qui n'ont en fait plus beaucoup de sens physique. C'est évidemment lié à la non prise en compte de manière explicite et locale de la fissuration dans la modélisation qui a été envisagée dans ce travail. Les figures C.7.104 à C.7.155 qui ont été générées avec Matlab (à partir des résultats fournis par le programme en Fortran), montrent que cela ne concerne qu'une épaisseur très faible. C'est la raison pour laquelle nous avons opté dans une première étape pour la modélisation qui est proposée dans cette partie. Toutefois, pour palier à ces inconvénients, nous pourrions introduire dans une étape future un paramètre d'endommagement qui interviendrait sur le module du béton ou encore au moyen d'un comportement adoucissant.

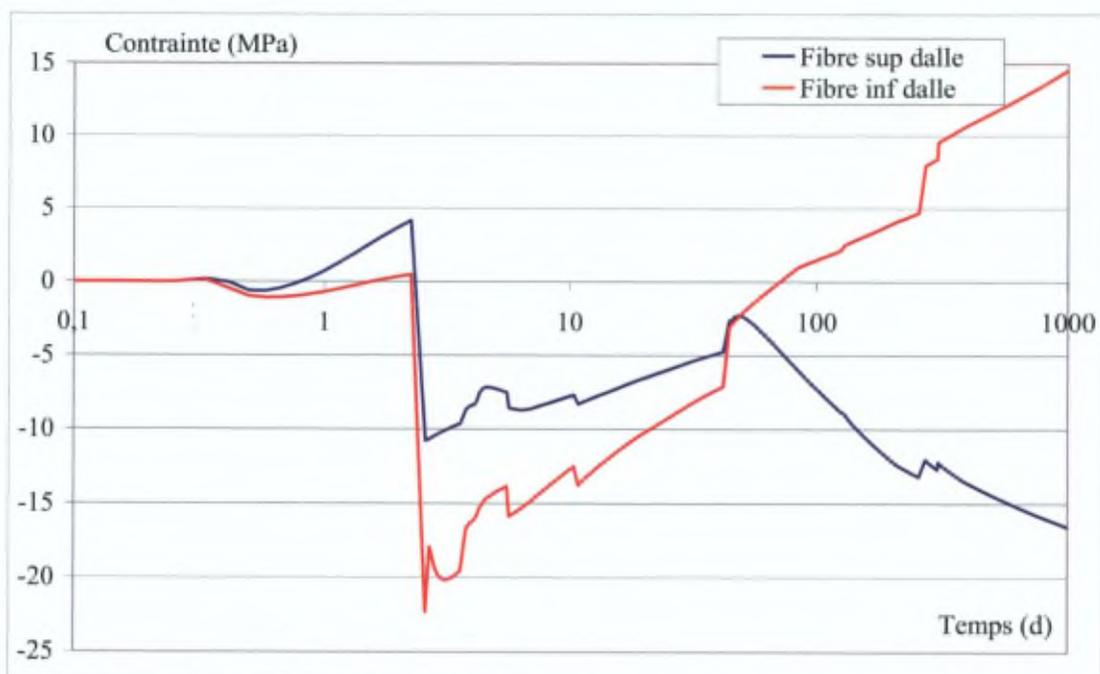


Figure C.7.96 Contraintes dans la dalle en peau inférieure et en peau supérieure avec  $HR = 50\%$ ,  $(\Delta P/P)_0 = 0,5\%$  et avec humidification

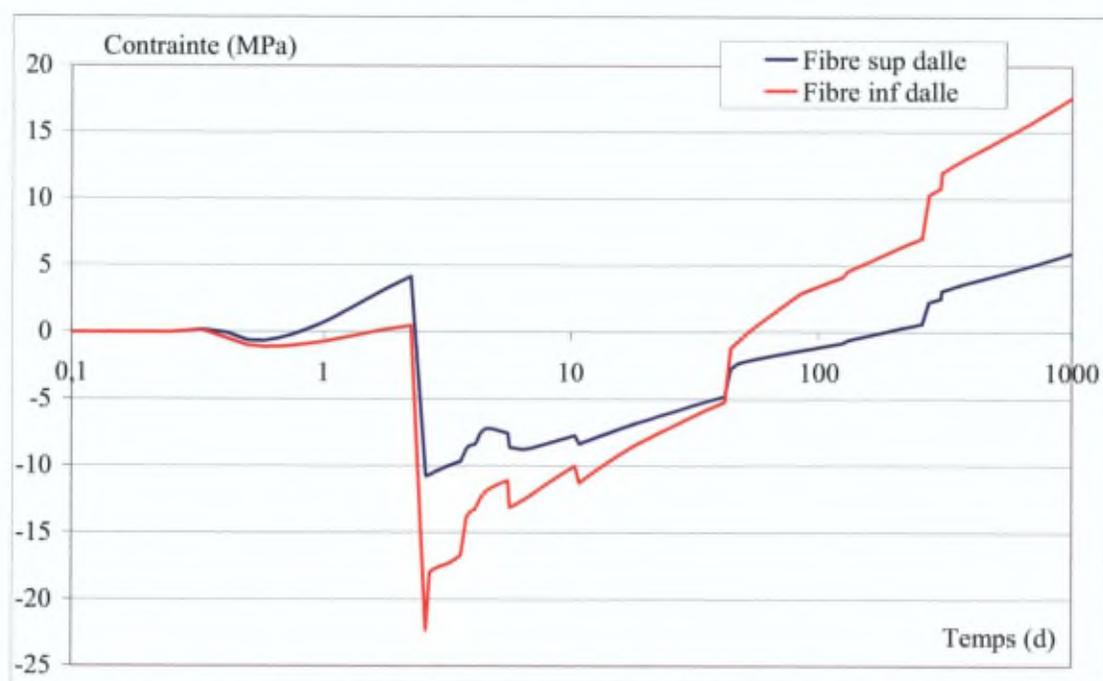


Figure C.7.97 Contraintes dans la dalle en peau inférieure et en peau supérieure avec  $HR = 50\%$ ,  $(\Delta P/P)_0 = 0,5\%$  et sans humidification

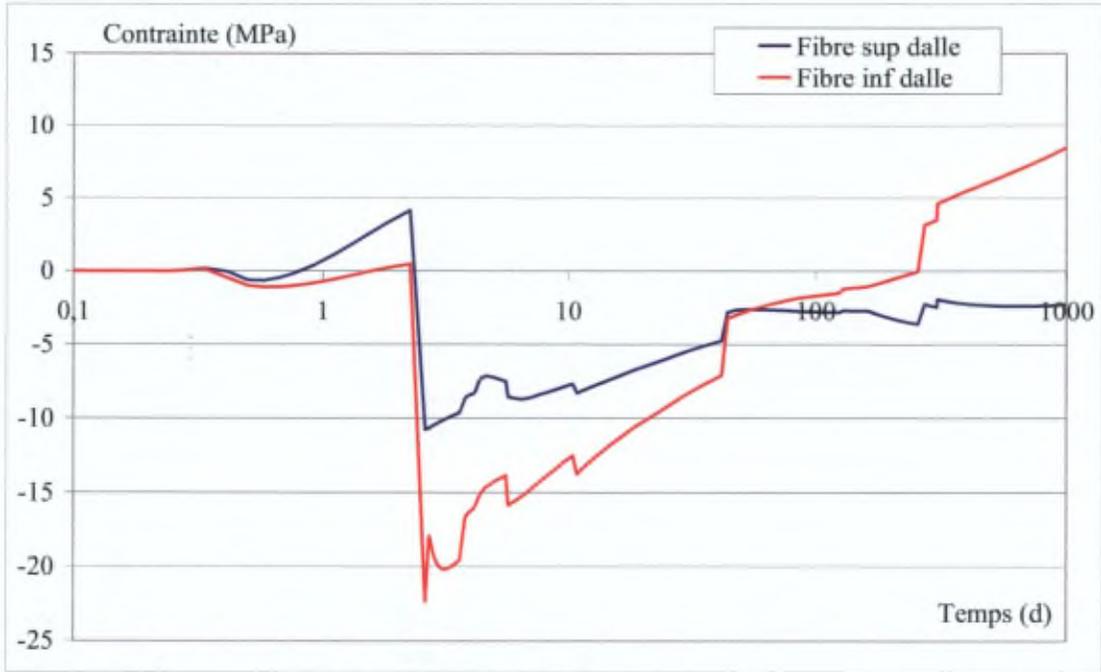


Figure C.7.98 Contraintes dans la dalle en peau inférieure et en peau supérieure avec  $HR = 50\%$ ,  $(\Delta P/P)_0 = 0,8\%$  et avec humidification

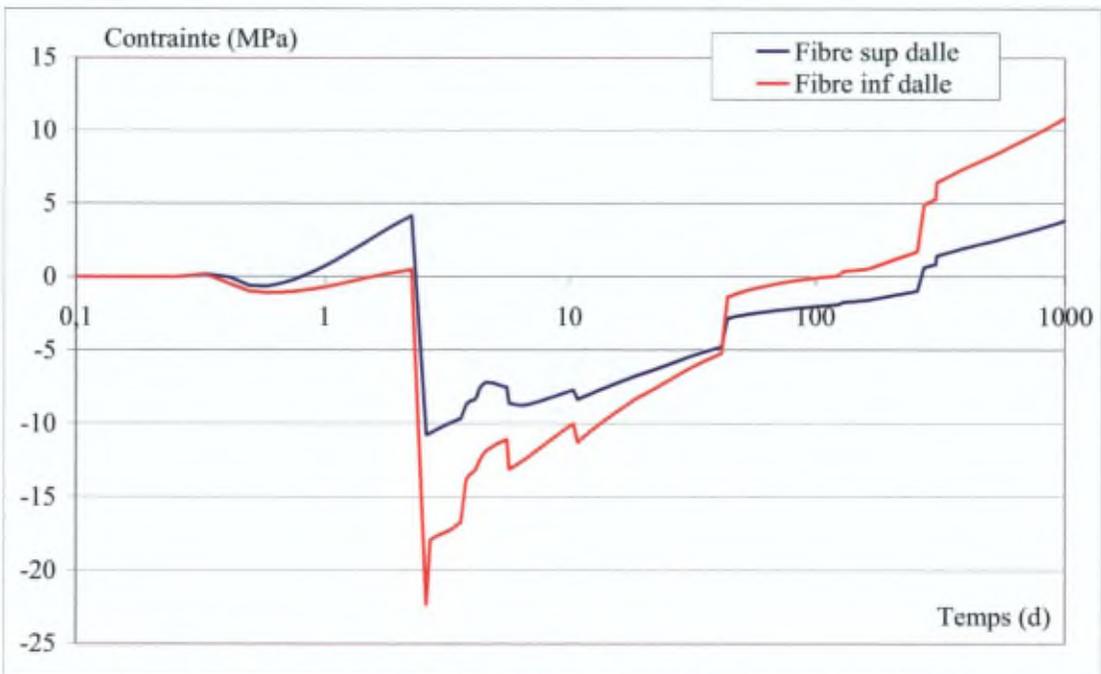


Figure C.7.99 Contraintes dans la dalle en peau inférieure et en peau supérieure avec  $HR = 50\%$ ,  $(\Delta P/P)_0 = 0,8\%$  et sans humidification

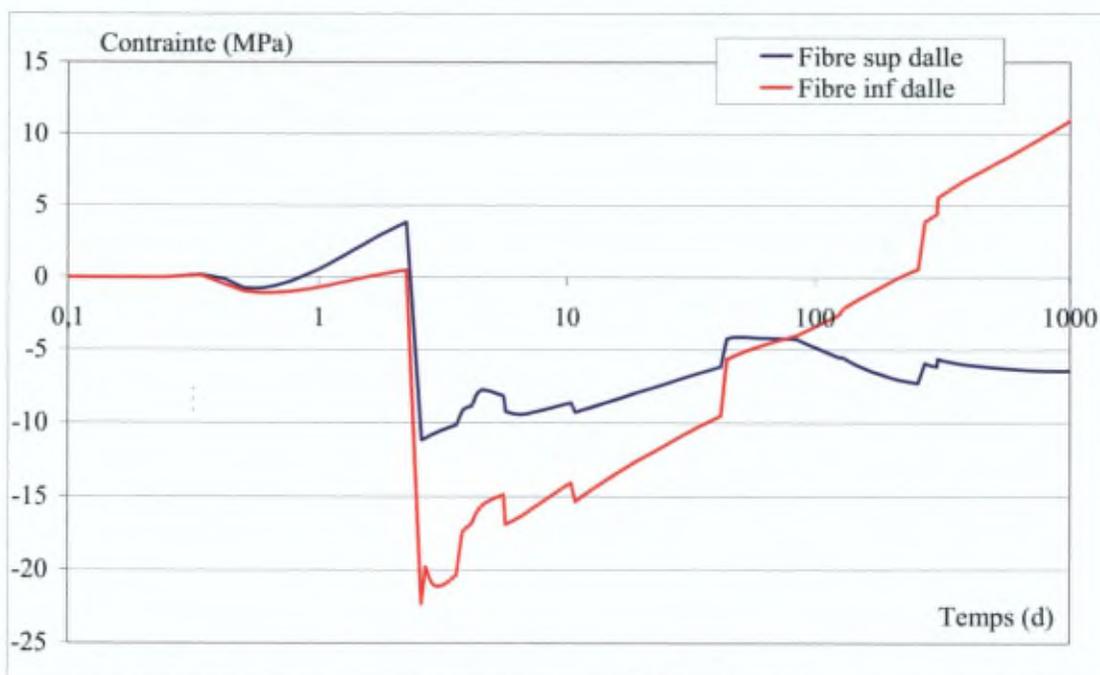


Figure C.7.100 Contraintes dans la dalle en peau inférieure et en peau supérieure avec  $HR = 70\%$ ,  $(\Delta P/P)_0 = 0,5\%$  et avec humidification

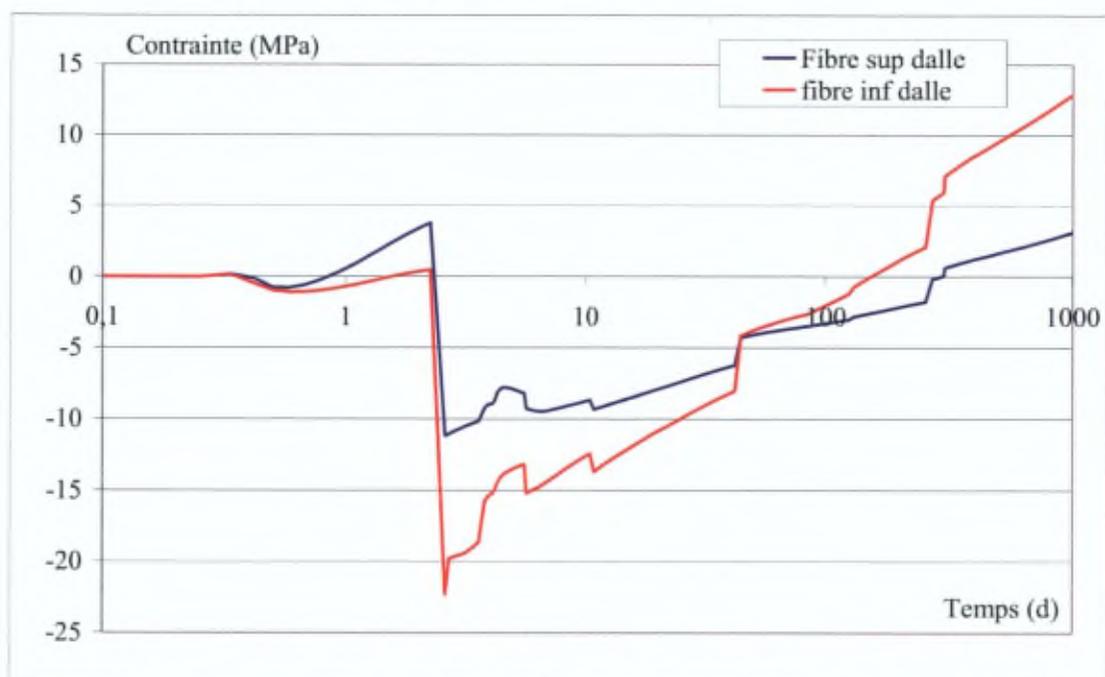


Figure C.7.101 Contraintes dans la dalle en peau inférieure et en peau supérieure avec  $HR = 70\%$ ,  $(\Delta P/P)_0 = 0,5\%$  et sans humidification

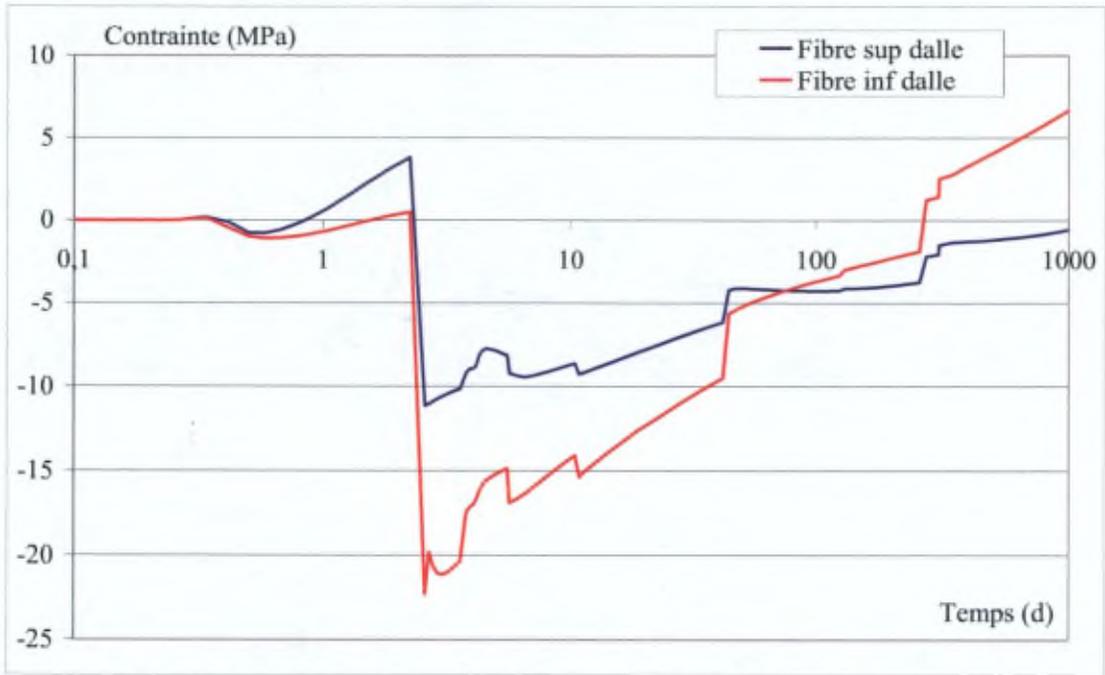


Figure C.7.102 Contraintes dans la dalle en peau inférieure et en peau supérieure avec  $HR = 70\%$ ,  $(\Delta P/P)_0 = 0,8\%$  et avec humidification

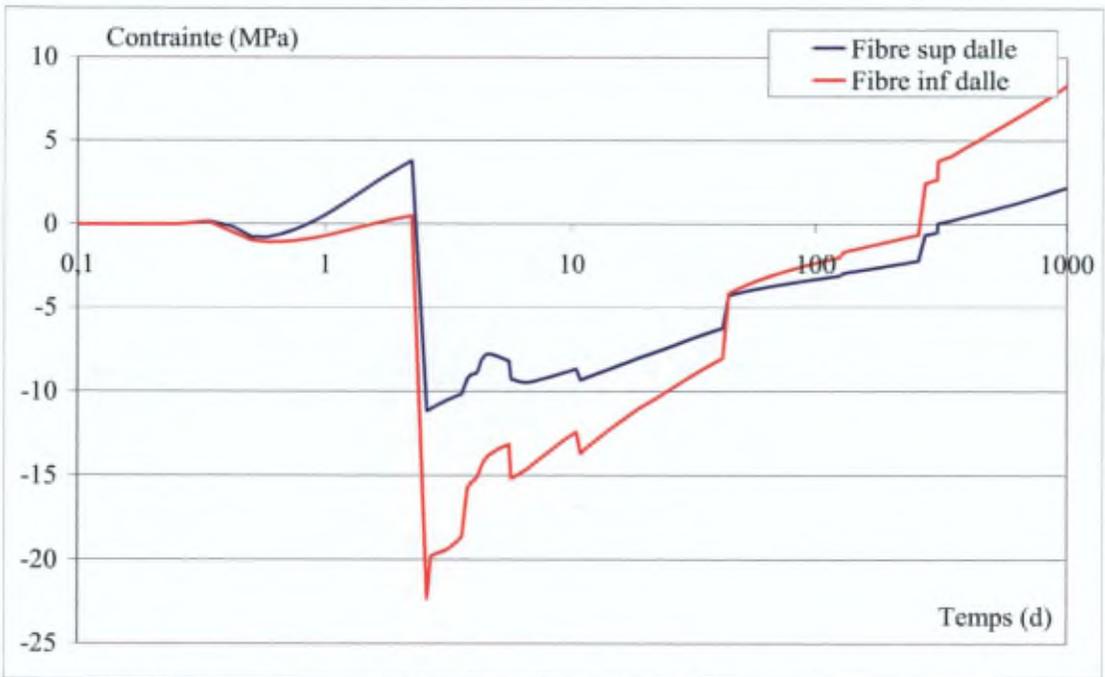


Figure C.7.103 Contraintes dans la dalle en peau inférieure et en peau supérieure avec  $HR = 70\%$ ,  $(\Delta P/P)_0 = 0,8\%$  et sans humidification

#### 7.4.4. Evolution des contraintes dans le pont-bac instrumenté (graphiques Matlab)

##### 7.4.4.1. *HR = 70%, $(\Delta P/P)_0 = 0,5\%$ et avec humidification*



Figure C.7.104 Contraintes dans la dalle en  $t = 2,25$  jours



Figure C.7.105 Contraintes dans la dalle en  $t = 2,6$  jours



Figure C.7.106 Contraintes dans la dalle en  $t = 42,37$  jours



Figure C.7.107 Contraintes dans la dalle en  $t = 45$  jours



Figure C.7.108 Contraintes dans la dalle en  $t = 124,2$  jours



Figure C.7.109 Contraintes dans la dalle en  $t = 306,325$  jours



Figure C.7.110 Contraintes dans la dalle en  $t = 1000$  jours

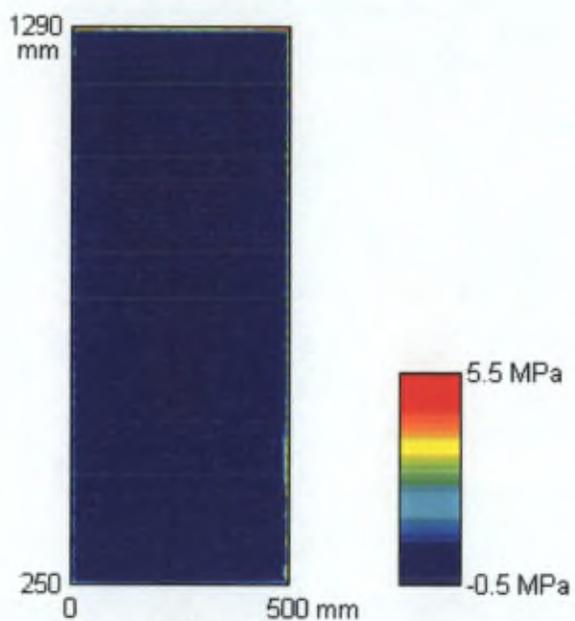


Figure C.7.111 Contraintes dans la membrure en  $t = 5,59$  jours

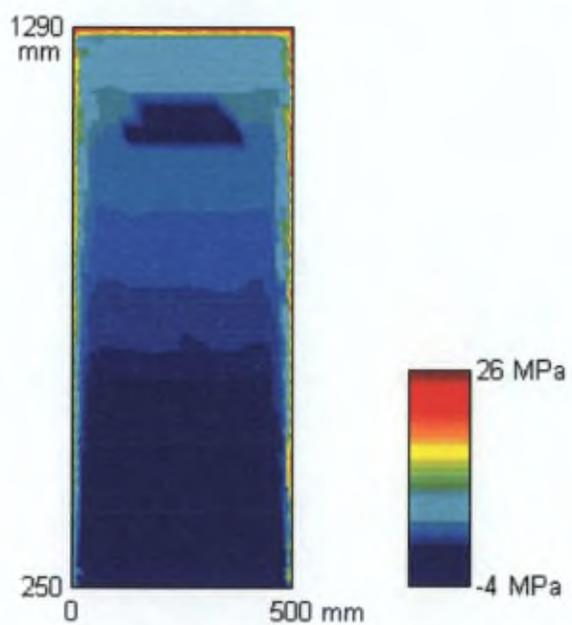


Figure C.7.112 Contraintes dans la membrure en  $t = 42,37$  jours

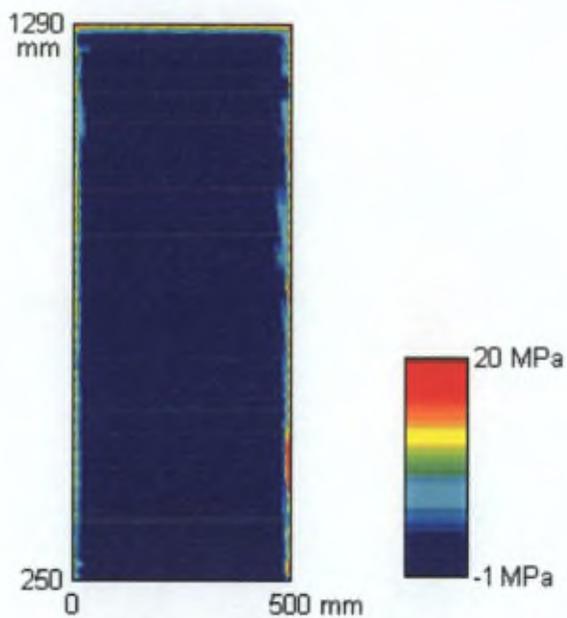


Figure C.7.113 Contraintes dans la membrure en  $t = 45$  jours

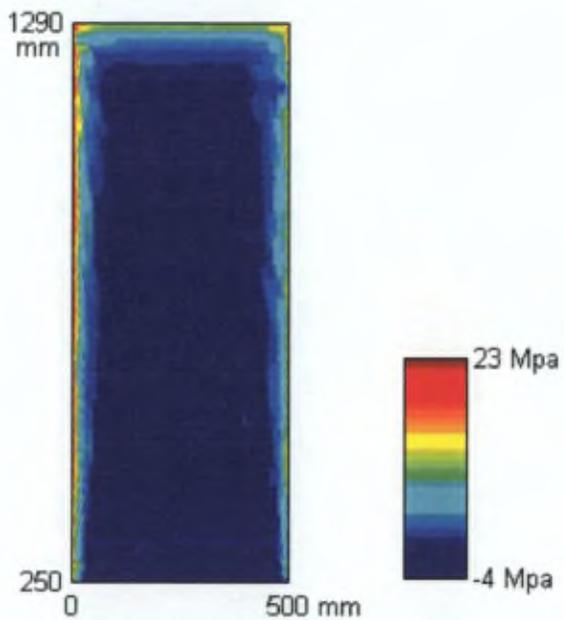


Figure C.7.114 Contraintes dans la membrure en  $t = 124,2$  jours

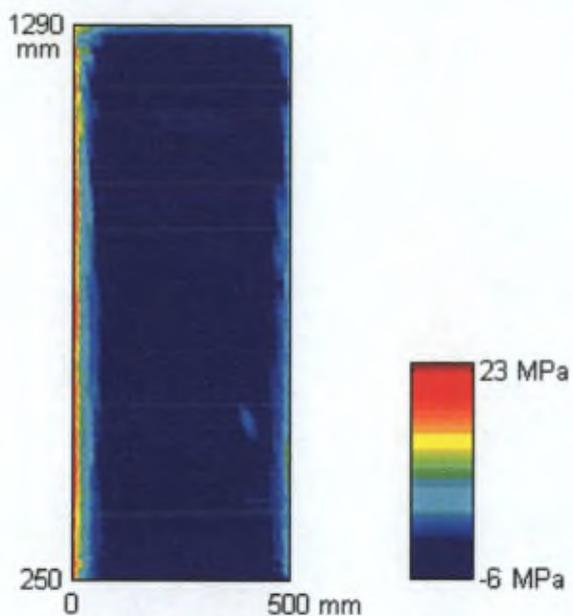


Figure C.7.115 Contraintes dans la membrure en  $t = 306,32$  jours

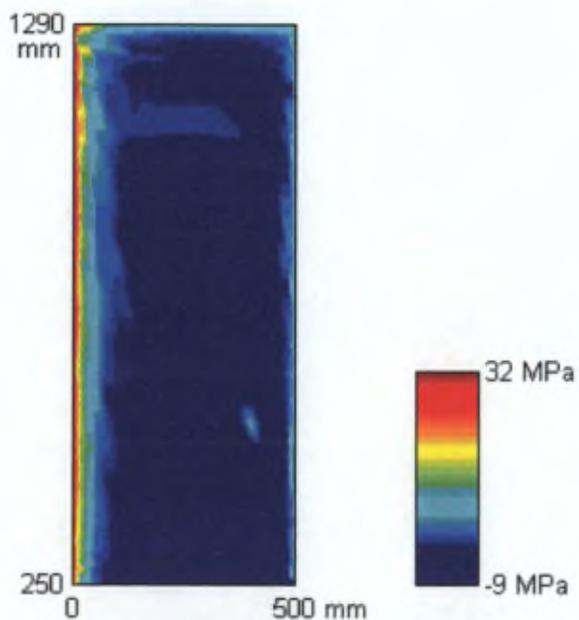


Figure C.7.116 Contraintes dans la membrure en  $t = 1000$  jours

7.4.4.2.  $HR = 70\%$ ,  $(\Delta P/P)_0 = 0,5\%$  et sans humidification



Figure C.7.117 Contraintes dans la dalle en  $t = 2,25$  jours



Figure C.7.118 Contraintes dans la dalle en  $t = 2,6$  jours



Figure C.7.119 Contraintes dans la dalle en  $t = 42,37$  jours



Figure C.7.120 Contraintes dans la dalle en  $t = 45$  jours



Figure C.7.121 Contraintes dans la dalle en  $t = 124,2$  jours

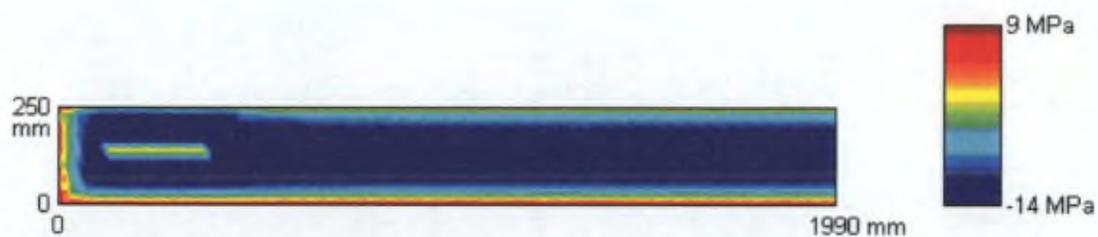


Figure C.7.122 Contraintes dans la dalle en  $t = 306,325$  jours

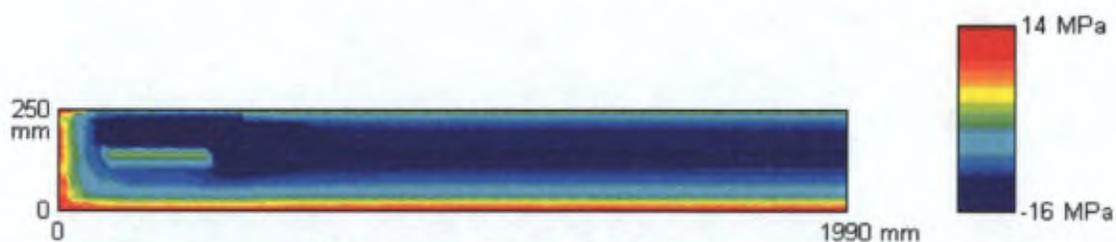


Figure C.7.123 Contraintes dans la dalle en  $t = 1000$  jours

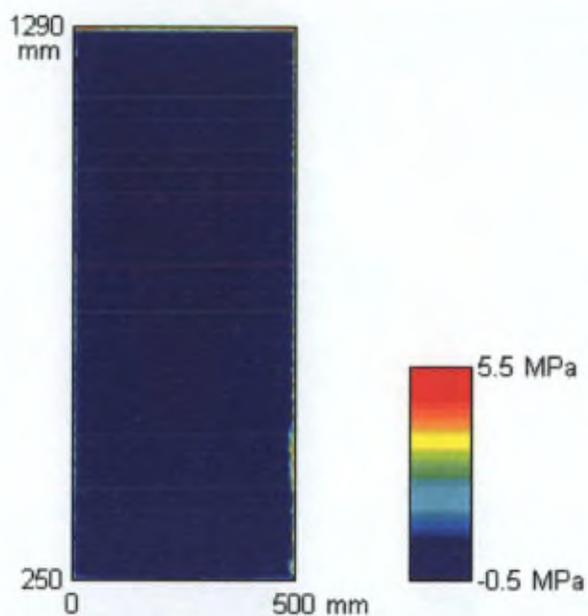


Figure C.7.124 Contraintes dans la membrure en  $t = 5,59$  jours

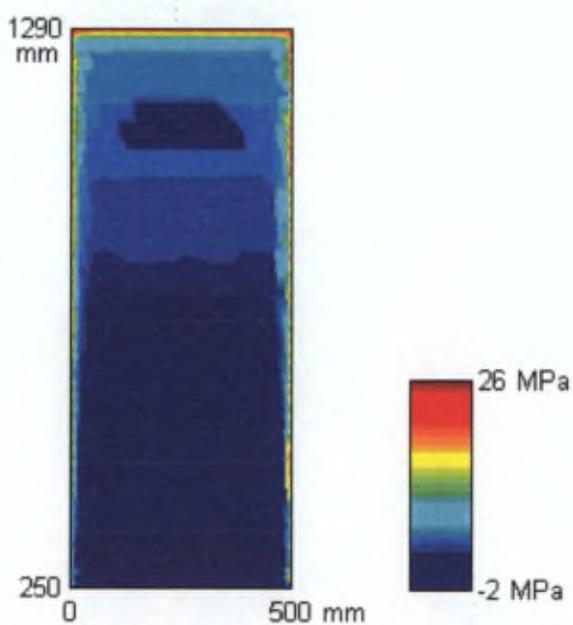


Figure C.7.125 Contraintes dans la membrure en  $t = 42,37$  jours

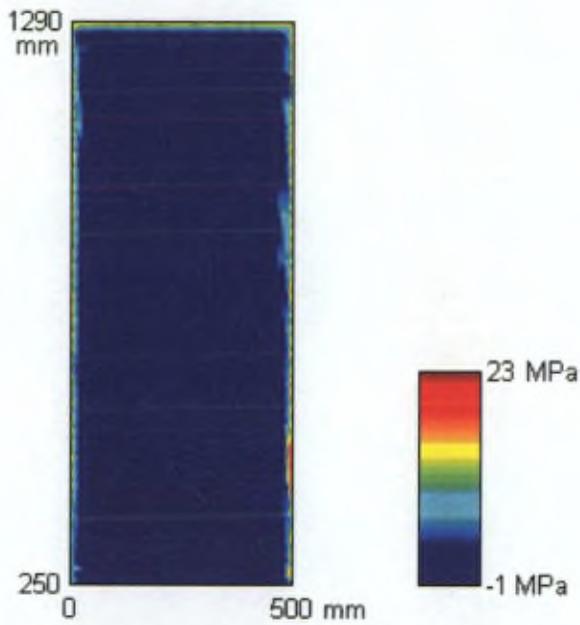


Figure C.7.126 Contraintes dans la membrure en  $t = 45$  jours

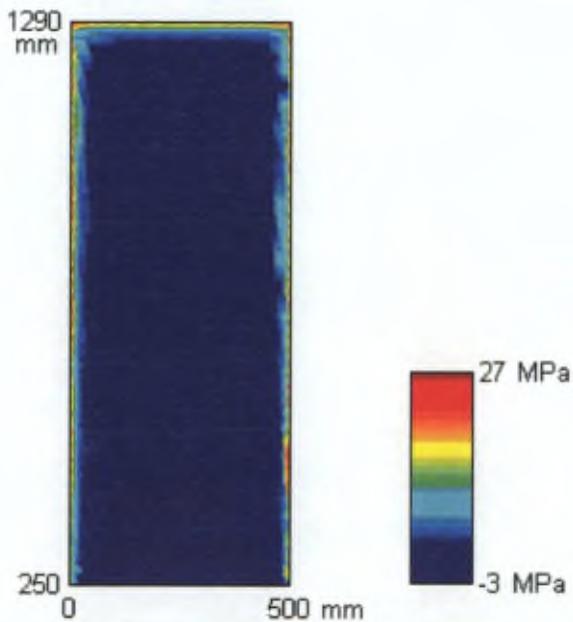


Figure C.7.127 Contraintes dans la membrure en  $t = 124,2$  jours

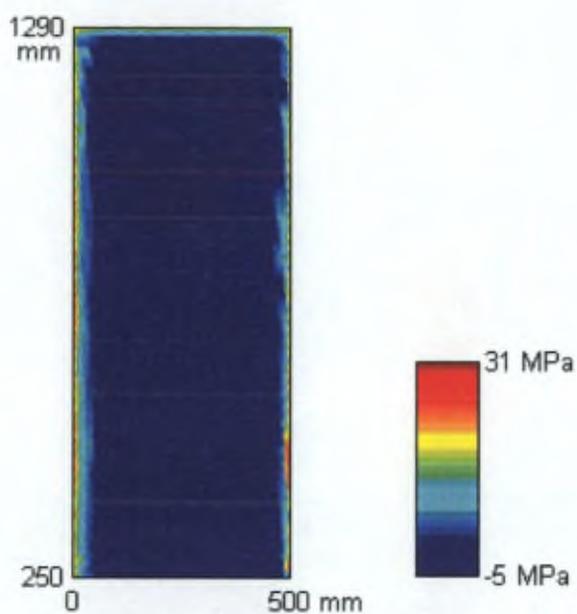


Figure C.7.128 Contraintes dans la membrure en  $t = 306,32$  jours

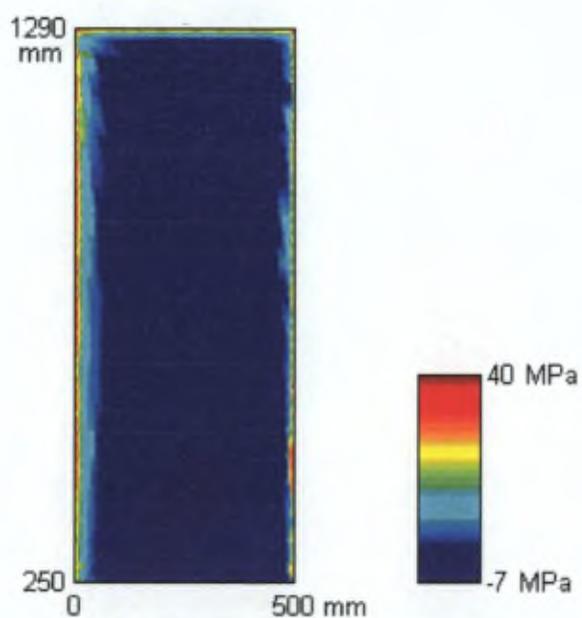


Figure C.7.129 Contraintes dans la membrure en  $t = 1000$  jours

7.4.4.3.  $HR = 70\%$ ,  $(\Delta P/P)_0 = 0,8\%$  et avec humidification



Figure C.7.130 Contraintes dans la dalle en  $t = 2,25$  jours



Figure C.7.131 Contraintes dans la dalle en  $t = 2,6$  jours

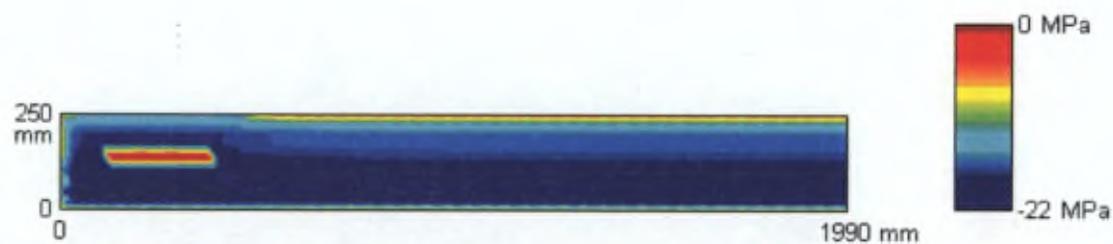


Figure C.7.132 Contraintes dans la dalle en  $t = 42,37$  jours



Figure C.7.133 Contraintes dans la dalle en  $t = 45$  jours



Figure C.7.134 Contraintes dans la dalle en  $t = 124,2$  jours



Figure C.7.135 Contraintes dans la dalle en  $t = 306,325$  jours



Figure C.7.136 Contraintes dans la dalle en  $t = 1000$  jours

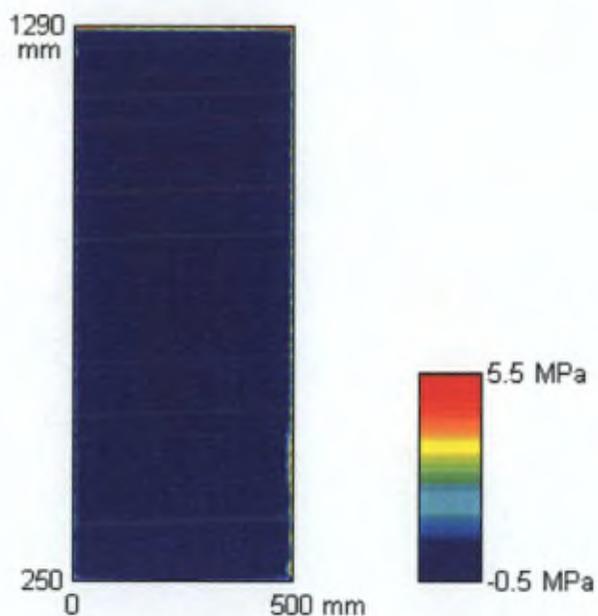


Figure C.7.137 Contraintes dans la membrure en  $t = 5,59$  jours

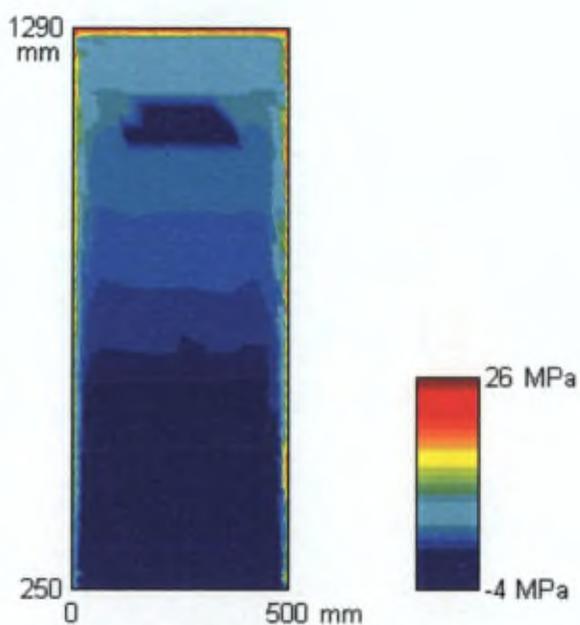


Figure C.7.138 Contraintes dans la membrure en  $t = 42,37$  jours

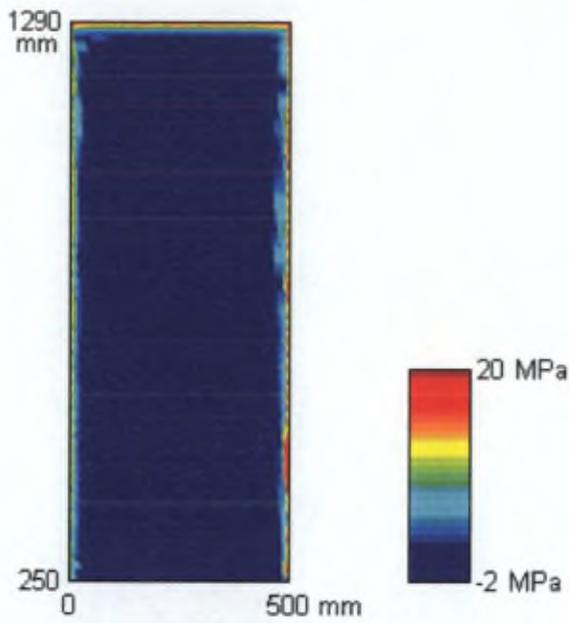


Figure C.7.139 Contraintes dans la membrure en  $t = 45$  jours

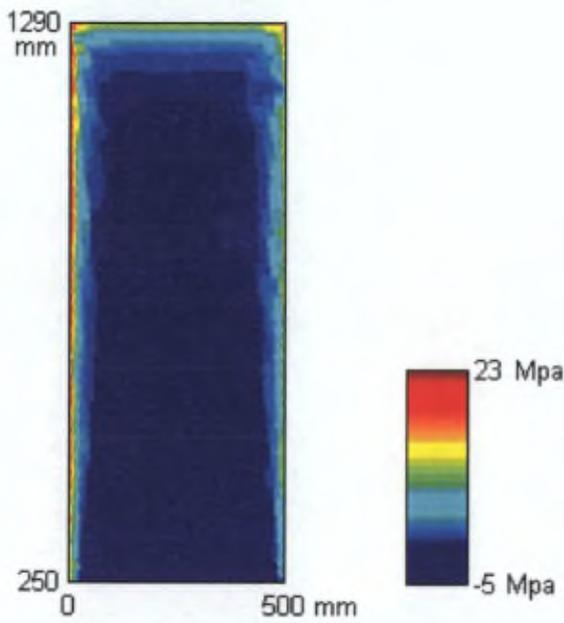


Figure C.7.140 Contraintes dans la membrure en  $t = 124,2$  jours

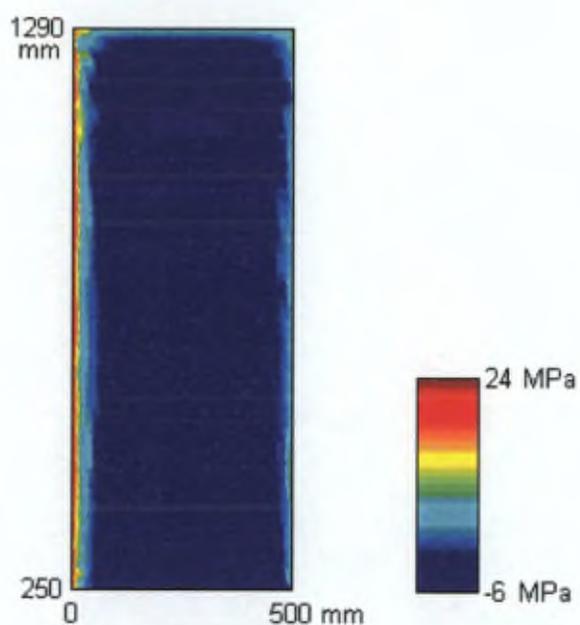


Figure C.7.141 Contraintes dans la membrure en  $t = 306,32$  jours

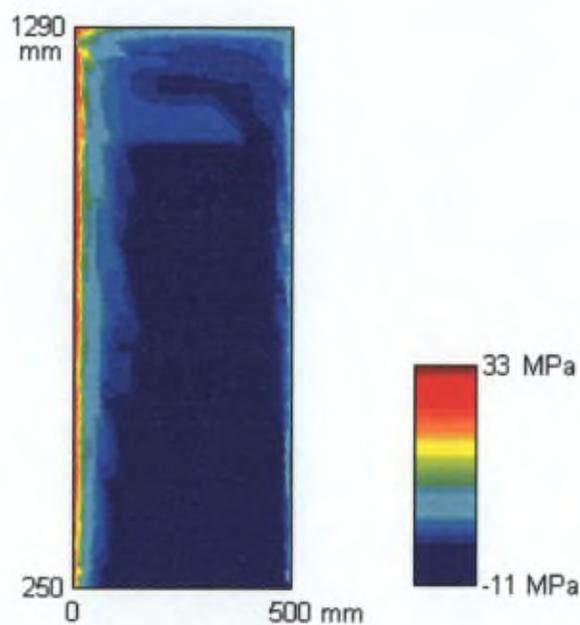


Figure C.7.142 Contraintes dans la membrure en  $t = 1000$  jours

7.4.4.4.  $HR = 70\%$ ,  $(\Delta P/P)_0 = 0,8\%$  et sans humidification



Figure C.7.143 Contraintes dans la dalle en  $t = 2,25$  jours



Figure C.7.144 Contraintes dans la dalle en  $t = 2,6$  jours



Figure C.7.145 Contraintes dans la dalle en  $t = 42,37$  jours



Figure C.7.146 Contraintes dans la dalle en  $t = 45$  jours



Figure C.7.147 Contraintes dans la dalle en  $t = 124,2$  jours



Figure C.7.148 Contraintes dans la dalle en  $t = 306,325$  jours



Figure C.7.149 Contraintes dans la dalle en  $t = 1000$  jours

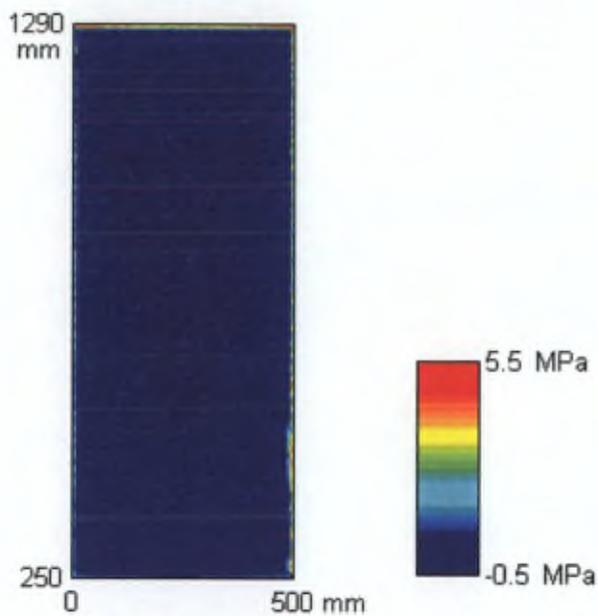


Figure C.7.150 Contraintes dans la membrure en  $t = 5,59$  jours

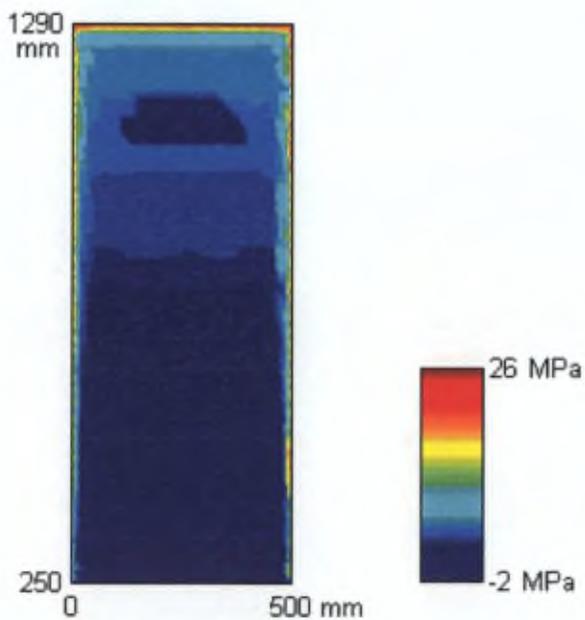


Figure C.7.151 Contraintes dans la membrure en  $t = 42,37$  jours

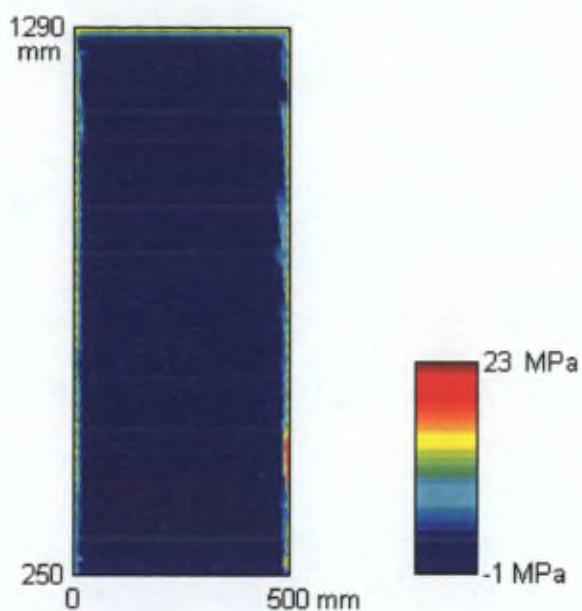


Figure C.7.152 Contraintes dans la membrure en  $t = 45$  jours

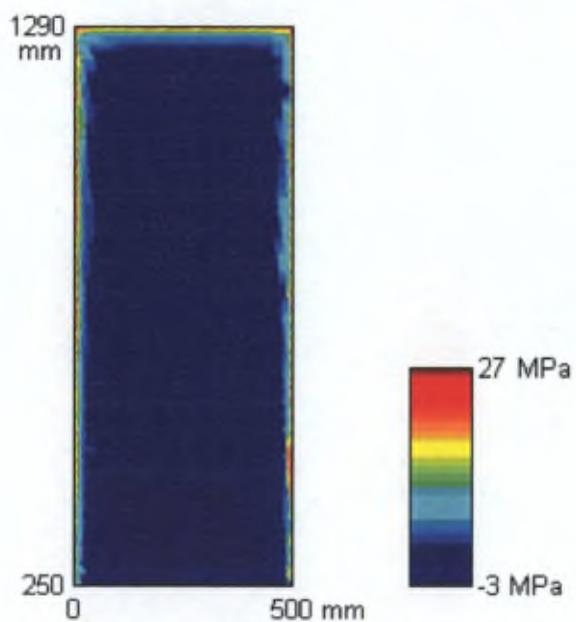


Figure C.7.153 Contraintes dans la membrure en  $t = 124,2$  jours

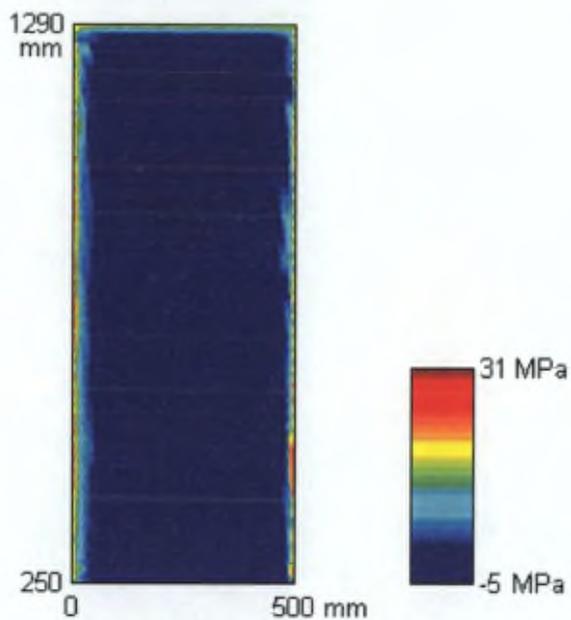


Figure C.7.154 Contraintes dans la membrure en  $t = 306,32$  jours

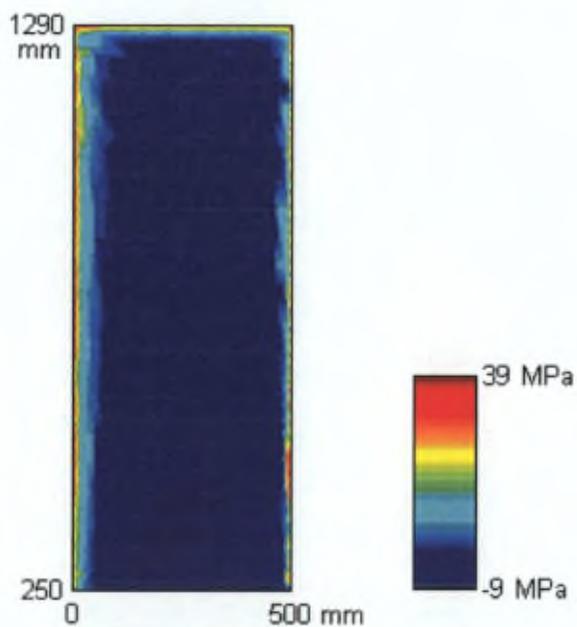


Figure C.7.155 Contraintes dans la membrure en  $t = 1000$  jours

---

## 8. Conclusions de la 3<sup>ème</sup> partie

Une modélisation fondée sur la compréhension des phénomènes physico-chimiques qui sont à l'origine des déformations différées et qui recourt ainsi à des lois de comportement intrinsèques pour le comportement différé du béton couplée à une étude locale de l'évolution de l'évolution du degré d'hydratation et de la teneur en eau a été proposée. Ce type d'approche s'est révélée indispensable pour tenir compte finement des changements multiples des conditions aux limites en terme d'échange de chaleur et d'humidité qui ont lieu au cours de l'histoire de construction des ponts-bacs dans l'évaluation du comportement à long terme de ceux-ci.

Dans une première étape, la prise en compte de la consommation d'eau liée à l'avancement de la réaction d'hydratation a été introduite dans le module Expert HEXO du logiciel de calcul par éléments finis CESAR-LCPC pour le calcul de l'évolution de la teneur en eau dans le béton suite aux processus d'hydratation et de séchage.

A l'échelle du matériau béton, pour chaque composante des déformations différées à savoir le retrait thermique, le retrait endogène, le retrait de dessiccation, le fluage fondamental et le fluage de dessiccation, une modélisation a été proposée. Tous les paramètres du modèle ont été calibrés sur des résultats de mesures de la perte en masse relative, du retrait et du fluage d'éprouvettes testées au laboratoire et confectionnées chez le préfabricant avec le béton typique des ponts-bacs. Une étude statistique ultérieure serait particulièrement utile pour évaluer la variabilité de ces paramètres en fonction de la taille de l'éprouvette testée, l'âge du béton au début des mesures, le type de cure et la formulation du béton.

A l'échelle de la structure, un programme général d'analyse en deux dimensions (section transversale) du comportement à long terme d'une structure type pont-bac et basé sur une approche incrémentale avec l'algorithme récursif et exponentiel proposé par Bazant a été développé. Les différentes composantes de la modélisation des effets différés basées sur le degré d'hydratation et la teneur en eau locale ont été intégrées dans ce programme d'analyse. De ce point de vue, il constitue certainement un outil de prédiction original. Ensuite, l'évolution du degré d'hydratation et de la teneur en eau due aux processus de séchage et d'hydratation dans le pont-bac instrumenté a été simulée. L'effet des phases de construction telles que l'imperméabilisation de certaines faces du pont-bac sur la teneur en eau locale a pu être quantifié. A partir de ces résultats, nous avons comparé les déformations mesurées sur le pont-bac avec les valeurs prédites par la modélisation basée sur l'évolution du degré d'hydratation et de la teneur en eau. Les résultats semblent très encourageants car ils ont permis, dans une certaine mesure, de reproduire de manière beaucoup plus réaliste les évolutions des déformations mesurées dans le béton du pont-bac instrumenté et notamment, les évolutions relatives à la période qui suit l'imperméabilisation des faces intérieures de l'ouvrage. Une étude de sensibilité des résultats vis-à-vis de la variation des paramètres relatifs à l'humidité relative extérieure, le seuil de perte en masse relative et l'humidification a permis d'identifier les paramètres les plus influents et les plus pertinents dans l'évaluation du comportement à long terme des ponts-bacs.

---

## D. Conclusion générale

Ce travail de thèse fournit des éléments de réponse précis aux questions posées initialement par le bureau d'étude Tucrail et par le préfabricant Ronveaux sur l'évaluation du comportement à long terme des actuels ponts-bacs isostatiques et également des viaducs hyperstatiques constitués par la jonction de deux ponts-bacs. Premièrement, les phases de construction des ponts-bacs isostatiques ont pu être optimisées, ce qui a permis de réduire à moins d'une journée le temps d'attente entre le coulage de la dalle et sa mise en précontrainte par le relâchement de la préflexion et le transfert des efforts de précontrainte par les torons. Deuxièmement, les paramètres les plus pertinents pour optimiser la construction des viaducs hyperstatiques ont pu être identifiés et classés par ordre d'importance relative.

Ce que nous considérons comme notre apport personnel dans ce travail de thèse, peut être synthétisé par les points principaux suivants :

- douze campagnes d'essais de retrait et de fluage ont été réalisées sur le béton typique des ponts-bacs totalisant pas moins d'une centaine d'éprouvettes mises en charge au laboratoire. Plusieurs paramètres spécifiques aux conditions de préfabrication de ces tabliers ont été étudiés dans le détail de manière à déterminer leur influence sur les déformations différées du béton. Ces paramètres sont principalement le traitement thermique appliqué au béton préalablement à sa mise en charge, le niveau de contrainte appliqué (pour des rapports entre la contrainte appliquée et la résistance du béton au moment du chargement variant entre 30 et 70 % et pour des âges du béton au moment du chargement variant entre 1 et 2 jours), le déchargement total appliqué à des âges divers sur des éprouvettes chauffées ou non et chargées aussi bien à très jeune âge qu'à un âge tardif et la taille des éprouvettes ;
- plusieurs programmes d'analyse de section et un programme d'analyse de structure permettant de prédire le comportement à long terme de structures mixtes préfléchies précontraintes et construites par phases totalisant pas moins de 30000 lignes de code Fortran ont été développés. Les programmes d'analyse de section appliquent respectivement dans l'ordre chronologique de leur développement la méthode du module effectif ajusté et la méthode pas-à-pas qui mettent en application le principe de superposition de la viscoélasticité linéaire, la méthode aux deux fonctions qui permet de tenir compte de la recouvrance du béton et la modélisation que nous avons proposée dans le cadre de cette thèse pour chacune des composantes différées du béton et qui est basée sur l'évolution du degré d'hydratation et de la teneur en eau suite à l'avancement de l'hydratation et du séchage de la structure. Pour ce faire, la prise en compte de la consommation d'eau suite à l'avancement de la réaction d'hydratation a été intégrée au module Expert HEXO du logiciel de calcul par la méthode des éléments finis CESAR-LCPC. Le programme d'analyse de structure applique la méthode aux deux fonctions et permet de considérer des phasages de construction assez complexes tels que la jonction de deux ponts-bacs à un moment quelconque de leur histoire, plusieurs géométries par travée avec des propriétés viscoélastiques différentes.

---

Au-delà des résultats très encourageants que nous avons obtenus au niveau de la bonne concordance entre les mesures des déformations du béton qui ont été effectuées sur le tablier instrumenté et les valeurs de calcul obtenues d'une part par la méthode aux deux fonctions et d'autre part dans le cadre de la modélisation basée sur l'évolution du degré d'hydratation et de la teneur en eau, il convient de préciser les perspectives immédiates en terme de recherches futures qui en découlent directement et qui permettront de mieux appréhender le comportement différé du béton tant à l'échelle du matériau qu'à l'échelle de la structure.

● Au niveau de la modélisation :

- la prise en compte de manière explicite et locale de la fissuration au moyen d'un paramètre d'endommagement ou encore au moyen d'un comportement adoucissant dans le programme d'analyse en section basé sur l'évolution du degré d'hydratation et de la teneur en eau permettrait d'évaluer de manière plus réaliste l'état de contrainte en particulier au niveau de la peau de la structure qui est exposée au séchage ;
- la fissuration induite par le séchage peut être à l'origine de la dégradation des propriétés mécaniques du béton. Dans le cas de structures en béton exposées au séchage au très jeune âge, l'effet de la fissuration induite par le séchage s'accompagne des effets d'inhibition de l'hydratation en particulier lorsque l'humidité relative descend en dessous de 75%. Par conséquent, dans l'optique d'obtenir une modélisation plus fine au niveau de l'évaluation de l'avancement du degré d'hydratation, il faudrait envisager un couplage au lieu d'un chaînage (comme nous l'avons développé dans le cadre de cette thèse) entre le module TEXO de CESAR-LCPC dédié au calcul de l'évolution de la température et du degré d'hydratation et le module HEXO de CESAR-LCPC dédié au calcul de l'évolution de la teneur en eau suite au processus de séchage et d'hydratation du béton. Ceci nous semble une perspective vraiment intéressante au niveau d'une part de la prédiction du temps minimal d'attente avant le décoffrage de structures en béton sous peine de provoquer des dégradations suite au séchage qui risquent d'affecter la durabilité de l'ouvrage et d'autre part, de la définition du type de cure à appliquer au béton après le coulage pour éviter ces désagréments ;
- à partir de la non linéarité que nous avons observée de la fonction de fluage tant en fondamental qu'en total, d'éprouvettes non chauffées et chargées entre 1 et 2 jours à des niveaux de contrainte de 50 et 70%, la mise au point d'une modélisation de cette non linéarité qui serait basée sur l'évolution du degré d'hydratation et de la teneur en eau locale constitue certainement une piste de réflexion permettant de mieux comprendre le comportement différé du béton chargé au très jeune âge à des niveaux de contrainte très élevés ;
- la modélisation qui a été proposée pour chaque composante des déformations différées du béton pourrait être étendue à d'autres gammes de bétons incluant des bétons à plus hautes performances avec fumée de silice, ce qui permettrait d'étendre le champ d'application des ponts-bacs.

---

• Au niveau de l'expérimentation

- des séries d'essais de retrait effectués sous une humidité extérieure variable (mais néanmoins contrôlée) permettraient de mieux appréhender les mécanismes de réhumidification et d'évaluer de manière plus fine la part irréversible de la déformation de retrait ;
- des séries d'essais de fluage fondamental où l'éprouvette en béton est chauffée préalablement au chargement et pendant le chargement permettraient de simuler le comportement de structures relativement massives en béton qui sont précontraintes à très jeune âge, ce qui correspond à une période où la température est encore très élevée dans la structure. Au niveau de la structure, une instrumentation d'un pont-bac chauffé qui serait précontraint à un jour fournirait une base de données certainement très intéressante ;
- une instrumentation d'un ouvrage au moyen de capteurs d'humidité relative (sondes capacitives noyées dans le béton par exemple) permettrait de valider le modèle de diffusion de l'humidité dans le béton pour des historiques variables de température extérieure et d'humidité relative extérieure qui correspondent à la réalité de la vie de l'ouvrage ;
- une analyse approfondie sur le plan technologique s'avère indispensable pour mettre au point le noeud de jonction entre deux ponts-bacs rendus continus.

---

## *E. Bibliographie générale*

1. **ACI Committee 209 (209 R-92 1992)**, Prediction of creep, shrinkage and temperature effects in concrete structures, Detroit, 92 pp.
2. **ACI Committee 209 (209 R-92-reapproved 1997)**, Prediction of creep, shrinkage and temperature effects in concrete structures, Detroit, 11 pp.
3. **Acker P. (1983)**, De la controverse sur les lois de fluage du béton et des moyens d'en sortir, *Cement and Concrete Research*, 13, p.580-582.
4. **Acker P., Boulay C., Rossi P. (1987)**, On the importance of initial stresses in concrete and of the resulting mechanical effects, *Cement and Concrete Research*, 17.
5. **Acker P. (1988)**, Comportement mécanique des bétons: apports de l'approche physico-chimique, Thèse de doctorat de l'ENPC, Paris – Rapport de recherche des Laboratoires des Ponts et chaussées, n°152.
6. **Acker P., Eymard R. (1992)**, Fluage du béton: un modèle plus performant et plus simple à introduire dans les calculs de structures, *Annales de l'ITBTP*, n°507, série: Béton 295.
7. **Acker P. (2001)**, Micromechanical analysis of creep and shrinkage mechanisms, dans : F.-J.Ulm, Z.P. Bažant and F.H.Wittmann (Eds.), *Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of Concrete and other Quasi-Brittle Materials*, Elsevier, Cambridge, p.15-25.
8. **Acker P. (2003)**, Sur les origines du retrait et du fluage du béton, *Revue Française de Génie Civil*, vol.7 n°6, p.761-776.
9. **Al-Manaseer A., Monawar T. (1997)**, Creep and shrinkage of concrete-experimental verification example on the Bažant and Gardner models, *ACI Atlanta 97 Convention*, preprint, 14 pp.
10. **Al-Manaseer A., Lakshmikantan S. (1998)**, Comparison between Current and Future Design Code Models for creep and shrinkage, *Paris Symposium 98-04-06, 1998*, preprint, 48pp.
11. **Al-Manaseer A., Espion B., Ulm F.-J. (1999)**, *ACI-RILEM Workshop on Creep and Shrinkage in Concrete Structures*, *ACI Concrete International*, vol.21 (3), 25-27.
12. **Aïtcin P., Neville A., Acker P. (1998)**, Les différents types de retrait du béton, *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, 215, p.41-51.

- 
13. **Ali I., Kesler C. E. (1964)**, Mechanism of creep in concrete, Symposium on creep of concrete, Détroit, American Concrete Institute, Publication, S-P 9, p.35-63.
  14. **Altoubat S.A., Lange D.A. (2002)**, The Pickett effect at early age and experiment separating its mechanisms in tension, *Materials and Structures*, 35, p.211-218.
  15. **Alvaredo A.M., Wittmann F.H. (1993)**, Shrinkage as influenced by strain softening and crack formation, dans: *Creep and shrinkage of concrete*, Bažant Z.P and Carol I. editors, E&FN Spon, London, p.103-113.
  16. **Atlassi E. (1991)**, Influence of cement type on the desorption isotherm of mortar, *Nordic Concrete Research*, vol.10, p.25-36.
  17. **Ayano T., Wittmann F.H. (2002)**, Drying, moisture distribution, and shrinkage of cement-based materials, *Materials and Structures*, 35, p.134-140.
  18. **BAEL (1991)**, Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états limites, fascicule 62 du CCTG, Règlement français.
  19. **Baes L., Lipski A. (1957)**, La poutre Préflex, la décompression du béton enrobant l'aile tendue, le problème du retrait et du fluage, *Revue C*, 1-4, p.29-49.
  20. **Baroghel-Bouny V. (1994)**, Caractérisation des pâtes de ciment et des bétons. Méthodes, analyse, interprétation, Thèse de doctorat de l'ENPC, Paris, 468 p.
  21. **Baroghel-Bouny V., Mainguy M., Lassabatère T., Coussy O. (1999)**, Characterization and identification of equilibrium and transfer moisture properties for ordinary and high-performance cementitious materials, *Cement and Concrete Research*, 29, p.1225-1238.
  22. **Baroghel-Bouny V., Ammouche A., Hornain H., Gawsewitch J. (2000)**, Vieillissement des bétons en milieu naturel: Une experimentation pour le XXI<sup>e</sup> siècle. I- Caractérisation microstructurale sur des éprouvettes de bétons de résistance 25 à 120 MPa, *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, 228, p.71-86.
  23. **Bažant Z.P. (1971)**, Numerically stable algorithm with increasing time steps for integral-type aging creep, *Proc. SMIRT-1*, Berlin, vol.3, paper H2/3.
  24. **Bažant Z.P. (1972)**, Thermodynamics of hindered adsorption and its implications for hardened cement paste and concrete, *Cement and Concrete Research*, 2, p.1-16.

- 
25. **Bažant Z.P., Najjar L.J. (1972)**, Non linear water diffusion in non saturated concrete, *Materials and Structures*, 5(25), p.3-10.
  26. **Bažant Z.P., Wu S.T. (1973)**, Dirichlet series creep function for aging concrete, *Journal of Eng. Mechanic. Div., ASCE*, 99(2), April 1973, p.367-387.
  27. **Bažant Z.P., Hemann J.H., Koller H., Najjar L.A. (1973)**, Thin-walled cement paste cylinder for creep test at variable humidity or temperature, *Materials and Structures*, 6 (34), p.277-281.
  28. **Bažant Z.P., Wu S.T. (1974)**, Creep and shrinkage law of concrete at variable humidity, *Journal of Eng. Mechanic. Div., ASCE*, 100(6), p.1183-1209.
  29. **Bažant Z.P., Asghari A. (1974)**, Computation of Kelvin chain retardation spectra of aging concrete, *Cement and Concrete Research*, vol.4, p.797-806.
  30. **Bažant Z.P., Asghari A., Scamiot J. (1976)**, Experimental study of creep of hardened Portland cement paste at variable water content, *Materials and Structures*, 9 (52), p.279-290.
  31. **Bažant Z.P. (1982)**, Mathematical models for creep and shrinkage in concrete, dans 'Creep and shrinkage in concrete structures', édité par Bažant Z.P. et Wittmann F.H., Wiley, Londres.
  32. **Bažant Z.P., Chern J.C. (1984)**, Rate-type concrete creep law and reduced time, *Journal of Eng. Mechanic. Div., ASCE*, 110 (3), p.329-340.
  33. **Bažant Z.P., Chern J.C. (1985)**, Strain-softening with creep and exponential algorithm, *Journal of Eng. Mechanic. Div., ASCE*, 111 (3), p.391-415.
  34. **Bažant Z.P., Chern J.C. (1985)**, Concrete creep at variable humidity: constitutive law and mechanism, *Materials and Structures*, 18 (103), p.1-20.
  35. **Bažant Z.P., Sener S., Kim J.K. (1986)**, Effect of cracking on drying permeability and diffusivity of concrete, *ACI Materials Journal*, 84, p.351-357.
  36. **Bažant Z.P., Prasannan S.(1989)**, Solidification theory for concrete creep I. Formulation, *Journal of Eng. Mechanic. Div., ASCE*, 115(8), p.1691-1703.
  37. **Bažant Z.P., Xi Y. (1994a)**, Drying creep of concrete: constitutive model and new experiments separating its mechanisms, *Materials and Structures*, 27, p.3-14.
  38. **Bažant Z.P., Baweja S. (1994b)**, Discussion of creep and shrinkage revisited proposed in the paper of Gardner N.J. and Zhao J.W., *ACI Material Journal*, 91 (2), 204-216.

- 
39. **Bažant Z.P., Baweja S. (1995a)**, Creep and shrinkage predictions models for analysis and design of concrete structures- Model B3, *Materials and Structures*, (28), 357-365.
  40. **Bažant Z.P., Baweja S. (1995b)**, Justification and refinements of Model B3 for concrete and shrinkage: 1. Statistics and sensitivity, *Materials and Structures*, (28), 415-430.
  41. **Bažant Z.P., Baweja S. (1995c)**, Justification and refinements of Model B3 for concrete and shrinkage: 2. Updating and theoretical basis, *Materials and Structures*, (28), 488-495.
  42. **Bažant Z.P., Baweja S. (1995d)**, Short form of creep and shrinkage prediction model B3 for structures of medium sensitivity, *Materials and Structures*, (29), 587-593.
  43. **Bažant Z.P., Huggaard A.B., Baweja S., Ulm F.J. (1997)**, Microprestress-solidification theory for concrete creep. I: Aging and drying effects, *Journal of Engineering Mechanics*, 123 (11), p.1188-1194.
  44. **Bažant Z.P., Ferretti D. (2001)**, Asymptotic temporal and spatial scaling of coupled creep, aging, diffusion and fracture processes, dans : F.-J.Ulm, Z.P. Bažant and F.H.Wittmann (Eds.), *Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of Concrete and other Quasi-Brittle Materials*, Elsevier, Cambridge, 2001, p.121-145.
  45. **Benboudjema F., Meftah F., Torrenti J.-M., Heinfling G., Sellier A. (2001a)**, A basic creep model for concrete subjected to multiaxial loads, 4<sup>th</sup> International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, Cachan, France, 28-31 Mai 2001, p.161-168.
  46. **Benboudjema F., Meftah F., Sellier A., Torrenti J.-M., Heinfling G. (2001b)**, On the prediction of delayed strains for concrete subjected to drying and loading simultaneously, dans: F.-J.Ulm, Z.P. Bažant and F.H.Wittmann (Eds.), *Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of Concrete and other Quasi-Brittle Materials*, Elsevier, Cambridge, 2001, p.245-250.
  47. **Benboudjema F., Meftah F., Torrenti J.-M. (2003)**, A unified approach for the modelling of drying shrinkage and basic creep of concrete: analysis of intrinsic behaviour and structural effects, dans *Computational Modelling of Concrete Structures, EURO-C 2003*, N.Bićanić, R.de Borst, H.Mang, G.Meschke (Eds.), Balkema, 2003, p.391-399.
  48. **Bengougam A., Guidoum A., Huet C. (2001)**, Creep of old Dam Concrete at Ambient Temperature and above, dans: F.-J.Ulm, Z.P. Bažant and F.H.Wittmann (Eds.), *Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of Concrete and other Quasi-Brittle Materials*, Elsevier, Cambridge, 2001, p.213-218.

- 
49. **Bentur A., Berger R.L., Lawrence F.V., Milestone N.B., Mindess S., Young J.F. (1979)**, Creep and Drying Shrinkage of Calcium Silicate Pastes: III. A hypothesis of Irreversible Strains, *Cement and Concrete Research*, 9, p.83-96.
  50. **Bisschop J., van Mier J.G.M. (2002)**, How to study drying shrinkage microcracking in cement-based materials using optical and scanning electron microscopy?, *Cement and Concrete Research*, 32, p.279-287.
  51. **Bissonnette B., Pierre P., Pigeon M. (1999)**, Influence of key parameters on drying shrinkage of cementitious materials, *Cement and Concrete Research*, 29(10), p.1655-1662.
  52. **Boulay C., Paties C. (1993)**, Mesure des déformations du béton au jeune âge, *Materials and Structures*, 26, p.307-311.
  53. **BPEL (1991)**, Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton précontraint suivant la méthode des états limites, fascicule 62 du CCTG, Règlement français.
  54. **Brooks J.J., Neville A.M. (1977)**, A comparison of creep, elasticity and strength of concrete in tension and in compression, *Magazine of Concrete Research*, 29, n°100.
  55. **Brooks J.J. (2001)**, The influence of pore stress on creep of hardened cement paste, dans: F.-J.Ulm, Z.P. Bažant and F.H.Wittmann (Eds.), *Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of Concrete and other Quasi-Brittle Materials*, Elsevier, Cambridge, p.61-66.
  56. **Buil M. (1990)**, Etude numérique simplifiée de l'influence de l'effet de fissuration superficielle du béton dans des essais de fluage de dessiccation récents, *Materials and Structures*, 23, p.341-351.
  57. **CEB (1990)**, Evaluation of the time dependent behavior of concrete, *Bulletin d'information du CEB n°199*, 08/1990, 201 pp.
  58. **CEB-FIP (1993)**, Model Code 1990, *Bulletin d'information du CEB n°213/214*, Thomas Telford London, 1993.
  59. **CESAR-LCPC (1992)**, Manuel de programmation, LCPC, Paris.
  60. **Cheyrezy M., Behloul M. (2001)**, Creep and shrinkage of ultra-high performance concrete, dans: F.-J.Ulm, Z.P. Bažant and F.H.Wittmann (Eds.), *Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of Concrete and other Quasi-Brittle Materials*, Elsevier, Cambridge, 2001, p.527-538.

- 
61. **Chern J.-C., Chan Y.-W. (1989)**, Deformations of Concrete made with blast-furnace Slag Cement and ordinary Portland Cement, *ACI Material Journal*, 86 (4), p.372-382.
  62. **Chiorino M.A. (1993)**, CEB Design Manual, Structural effects of time-dependent behaviour of concrete, *Bulletin d'information du CEB*, n° 215, p.269-271.
  63. **Colina H., Acker P. (2000)**, Drying cracks: kinematics and scale laws, *Materials and Structures*, 33, p.101-107.
  64. **Couchard I. et Detandt H. (2000)**, Entrance of the high speed line in the Brussels South Station, *Proc.16<sup>th</sup> IABSE Congress*, Lucerne, Switzerland.
  65. **Coussy O. (1995)**, *Mechanics of Porous Continua*, John Wiley & Sons.
  66. **Coussy O., Baroghel-Bouny V., Dangla P., Mainguy M. (2001)**, Evaluation de la perméabilité à l'eau liquide des bétons à partir de leur perte de masse durant le séchage, *Revue Française de Génie Civil*, Mai 2001, p.269-284.
  67. **Day R.L., Gamble B.R. (1983)**, The effect of changes in structure on the activation energy for the creep of concrete, *Cement and Concrete Research*, 13 (4), p.529-540.
  68. **Day R.L., Cuffaro P., Illston J.M. (1984)**, The effect of drying on the drying creep of hardened cement paste, *Cement and Concrete Research*, 14 (3), p.329-338.
  69. **De Keyser R., Daoust J., Ledent H., Counasse C. (1990)**, La poutre mixte préfléchiée et précontrainte (Flexstress) dans le cadre du pont sur le barrage de Lixhe, *Annales des Travaux Publics de Belgique*, n°3, 165-198.
  70. **De Schutter G. (1996 a)**, Fundamentele en praktische studie van thermische spanningen in verhardende massieve betonelementen, Thesis, Universiteit Gent, Laboratorium Magnel voor Betononderzoek, Augustus 1996, 364pp.
  71. **De Schutter G., Taerwe L. (1996 b)**, Degree of hydration-based description of mechanical properties of early age concrete, *Materials and Structures*, 29, p.335-344.
  72. **De Schutter G., Taerwe L. (1997)**, Towards a more fundamental non-linear basic creep model for early age concrete, *Magazine of Concrete Research*, 49, n°180, p.195-200.
  73. **De Schutter G., Taerwe L. (1999)**, Degree of hydration based Kelvin model for the basic creep of early age concrete, *Materials and Structures*, 32, p.260-265.

- 
74. **De Schutter G., Taerwe L. (2000)**, Fictitious degree of hydration method for the basic creep of early age concrete, *Materials and Structures*, 33, p.370-380.
  75. **De Schutter G. (2002)**, Fundamental study of early age concrete behaviour as a basis for durable concrete structures, *Materials and Structures* 35, p.15-21.
  76. **Detandt H. (Tucrail s.a.)**, Voorgebogen voorgespannen U-vormig gemengd staal-beton brugdekken, rapport interne.
  77. **Dias W.P.S., Khoury G.A., Sullivan P.J.E. (1987)**, An activation approach for the temperature dependence of basic creep of hardened cement paste, *Magazine of Concrete Research*, 39 (140), p.141-147.
  78. **Eymard R. (1993)**, Prise en compte du fluage du béton dans un calcul de structure par éléments finis, *Annales de l'ITBTP*, n°514, p.9-23.
  79. **Espion B. (1986)**, Contribution à l'analyse non linéaire des ossatures planes, application aux structures en béton armé, thèse de doctorat, Service Génie Civil, ULB, 2 volumes.
  80. **Espion B. (1990)**, Numerical analysis of prestressed and partially prestressed beams under long term loading, *Proc. Computer Aided analysis and design of concrete structures*, Zell Am See, Austria, vol.1, p.237-248.
  81. **Espion B., Halleux P. (1991)**, Long-term behaviour of prestressed and partially prestressed concrete beams: experimental and numerical results, *ACI SP-129, Computer Analysis of concrete structures*, p.19-38.
  82. **Espion B. (1996)**, Evaluation du retrait et du fluage du béton dans les codes de calcul actuels en Europe et aux Etats-Unis, *Bulletin LPC, spécial XX*, 21-27.
  83. **Espion B. (1998)**, Aspects anélastiques du calcul des constructions, notes de cours, Service Génie Civil, ULB, Presses Universitaires de Bruxelles, 2<sup>ème</sup> édition, 161 pages.
  84. **Espion B. (1999)**, Notes de cours relatives à la précontrainte, Service Génie Civil, ULB.
  85. **Eurocode 2 (1991)**, Calcul des structures en béton-Partie 1-1 :Règles générales et règles pour les bâtiments, CEN, Bruxelles, 252 pages.
  86. **Favre R., Jaccoud J.-P., Burdet O., Charif H. (1997)**, Dimensionnement des structures en béton, *Traité de Génie Civil de l'Ecole Polytechnique fédérale de Lausanne*, vol.8, PPUR, ISBN 2-88074-330-3, 191-250.

- 
87. **Feldman R.F., Sereda P.J. (1968)**, The model for hydrated Portland cement as deduced from sorption-length change and mechanical properties, *Matériaux et Constructions*, 1, p.509-520.
  88. **FIB (1999)**, Structural Concrete, Updated knowledge of the CEB/FIP Model Code 1990, Bulletin 1, 07/1999, 224pp.
  89. **Gamble B.R., Parrott L.J. (1978)**, Creep of concrete in compression during drying and wetting, *Magazine of Concrete Research*, 25 (4), p.790-802.
  90. **Garboczi E.J (1990)**, Perméabilité, diffusivité et paramètres microstructuraux: revue critique, *Cement and Concrete Research*, vol.20, pp.691-701.
  91. **Garboczi E.J., Halamickova P., Detwiler R.J., Bentz D.P. (1995)**, Water permeability and chloride diffusion in Portland cement mortars, *Cement and Concrete Research*, 25 (4), p.790-802.
  92. **Gardner N.J., Zhao J.W. (1993)**, Creep and shrinkage revisited, *ACI Materials Journal*, 90 (3), p.236-246.
  93. **Gardner N.J. (1997)**, Design provisions for shrinkage and creep of concrete, *ACI Atlanta 97 Convention*, preprint, 8pp.
  94. **Gardner N.J. (1998)**, Design provisions for shrinkage and creep of concrete, *Paris Symposium 98-04-06*, preprint, 15pp.
  95. **Gardner N.J. (1999)**, Considerations in Developing Design Provisions for shrinkage and creep of concrete, *Revue Française de Génie Civil*, 3 (3-4), 91.
  96. **Gérard B., Marchand J. (2000)**, Influence of cracking on the diffusion properties of cement-based materials part I: Influence of continuous cracks on the steady-state regime, *Cement and Concrete Research*, 30, p.37-43.
  97. **Ghali A., Favre R. (1986)**, Stresses and Deformations of Composite Members, *IABSE Proceedings P-94/86*, 02/86, 16pp.
  98. **Ghali A., Favre, R., Elbadry M. (2002)**, Concrete structures: stresses and deformations. (3<sup>rd</sup> ed.), E&FN Spon, London and New York.
  99. **Ghali A., Trevino J. (1985)**, Relaxation of Steel in Prestressed Concrete, *PCI Journal*, vol 30 (5), 82-94.
  100. **Ghost R.S. (1973)**, A hypothesis on mechanism of maturing creep of concrete, *Materials and Structures*, 6 (31), p.23-26.

- 
101. **Gilbert R.I. (1988)**, Time effects in concrete structures, *Developments in Civil Engineering*, 23, Elsevier Science Publishers B.V., ISBN 0-444-70473-6, 321pp.
  102. **Glücklich J. (1962)**, Creep mechanism in cement mortar, *Journal of the American Concrete Institute*, 59, p.929-948.
  103. **Granger L., Torrenti J.M., Ithurralde G. (1993)**, Comportement différé du béton dans les enceintes de centrales nucléaires: démarche d'analyse et modélisation, *Bulletin de liaison LPC*, 188, p.23-31.
  104. **Granger L., Torrenti J.M., Diruy M. (1994)**, Simulation numérique du retrait du béton sous hygrométrie variable, *Bulletin de liaison LPC*, 190, p.57-64.
  105. **Granger L. (1996)**, Comportement différé du béton dans les enceintes de centrales nucléaires. Analyse et modélisation. Thèse de doctorat de l'ENPC, avril 1996.
  106. **Granger L., Torrenti J.M., Acker P. (1997)**, Thoughts about drying shrinkage: Scale effects and modelling, *Materials and Structures*, 30 (196), p.96-105.
  107. **Granger L., Torrenti J.M., Acker P. (1997)**, Thoughts about drying shrinkage: Experimental results and quantification of structural drying creep, *Materials and Structures*, 30 (204), p.588-598.
  108. **Guénot I. (1993)**, Simulation des effets thermiques au jeune âge dans les structures massives en béton. Contribution à l'introduction du fluage dans CESAR-LCPC, Mémoire de DEA, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, 28p.
  109. **Guénot-Delahaie I. (1997)**, Contribution à l'analyse physique et à la modélisation du fluage propre du béton, Série Ouvrages d'art OA25, LCPC, 180 pages.
  110. **Hansen T.C. (1986)**, Physical structure of hardened cement paste. A classical approach, *Materials and Structures*, 19 (114), p.423-436.
  111. **Hearn N. (1999)**, Effect of shrinkage and load-induced cracking on water permeability of concrete, *ACI Materials Journal*, 96 (2), p.234-241.
  112. **Hedenblad G. (1997)**, The use of Mercury intrusion porosity or Helium porosity to predict the moisture transport properties of hardened cement paste, *Advanced Cement Based Materials*, 6, p.123-129.

- 
113. **Heinfling G., Courtois A., Espion B. (1999)**, A comparative study of code type models for creep and shrinkage of concrete, as an illustration of a guide for the engineer, *Revue Française de Génie Civil, Special Issue 'Creep and Shrinkage of Concrete'*, Hermès, Paris, 24pp.
  114. **Hever M., Haller M., Conan Y. (2002)**, Le système Préflex, synthèse bibliographique, Profil Arbed Research & Development, rapport pour le Projet National « MIKTI », (Mars 2002), 113pp.
  115. **Hubert F.X., Burlion N., Shao J.F. (2003)**, Numerical simulation of hydrous damage in concrete :application to a structural element, dans *Computational Modelling of Concrete Structures, EURO-C 2003*, N.Bićanić, R.de Borst, H.Mang, G.Meschke (Eds.), Balkema, 2003, p.411-421.
  116. **Hubert F.X., Burlion N., Shao J.F. (2003)**, Drying of concrete: modelling of a hydric damage, *Materials and Structures*, 36, p.12-21.
  117. **Humbert P. (1989)**, CESAR-LCPC: un code de calcul aux elements finis, *Bulletin de liaison LPC*, 160, p.112-115.
  118. **Illston J.M. (1965)**, The components of strains in concrete under sustained compressive stress, *Magazine of Concrete Research*, 17 (50), p.21-28.
  119. **Jennings H.M., Tennis P.D. (1994)**, A model for the developing microstructure in Portland Cement Paste, *Journal of the American Ceramic Society*, 77(2), p.3161-3172.
  120. **Jordaan I.J., Illston J.M. (1969)**, The creep of sealed concrete under multiaxial compressive stresses, *Magazine of Concrete Research*, 21(69), p.195-204.
  121. **Kanna V., Olson R.A., Jennings H.M. (1998)**, Effect of shrinkage and moisture content on the physical characteristics of blended cement mortars, *Cement and Concrete Research*, 18 (10), p.1467-1477.
  122. **Kanstad T. (1991)**, Evaluation of material models for shrinkage and creep of concrete, *Nordic Concrete Research*, 10, p.93-104.
  123. **Kim J.K., Lee C.S. (1998)**, Prediction of differential drying shrinkage in concrete, *Cement and Concrete Research*, 28(7), p.985-994.
  124. **Kovler K. (2001)**, Drying creep of stress-induced shrinkage ?, dans : F.-J.Ulm, Z.P. Bažant and F.H.Wittmann (Eds.), *Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of Concrete and other Quasi-Brittle Materials*, Elsevier, Cambridge, p.67-72.

- 
125. **Koprna M. (1986)**, Effets différés: fluage, retrait, relaxation, Notes de cours, Département de Génie Civil, EPFL, Lausanne, 63 pages.
  126. **Laplante P. (1992)**, Propriétés mécaniques des bétons durcissants: analyse comparée des bétons classiques et à très hautes performances, Thèse de doctorat de l'ENPC.
  127. **Lassabatère T. (1994)**, Couplages hydromécaniques en milieu poreux non saturé avec changement de phase. Application au retrait de dessiccation. Thèse de l'ENPC, Paris, novembre 1994.
  128. **Lawson C. L. (1974)**, Solving least squares problems, Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall., 340pp.
  129. **Le Roy R., de Larrard F. et Pons G. (1996a)**, Calcul des déformations différées des bétons à hautes performances, Bulletin LPC, Spécial XIX, 1996, 63-84.
  130. **Le Roy R. (1996b)**, Déformations instantanées et différées des bétons à hautes performances, Série Ouvrages d'art OA22, LCPC, 376 pages.
  131. **Li J., Yao Y. (2001)**, A study on creep and drying shrinkage of high performance concrete, Cement and Concrete Research, 31, p.1203-1206.
  132. **Loukili A. (1996)**, Etude du retrait et du fluage de Bétons à Ultra-Hautes Performances, Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 155 pp.
  133. **Mazzotti C., Savoia M. (2001)**, Experimental study of non-linear creep of concrete at high stress level, dans: F.-J.Ulm, Z.P. Bažant and F.H.Wittmann (Eds.), Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of Concrete and other Quasi-Brittle Materials, Elsevier, Cambridge, 2001, p.259-264.
  134. **Mazzotti C., Savoia M. (2003)**, Nonlinear damage model for concrete under uniaxial compression, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 129, n°9, p.1065-1075.
  135. **Meftah F., Torrenti J.-M., Nechnech W., Benboudjema F., de Sa C. (2000)**, An elasto-plastic damage approach for the modeling of concrete submitted to the mechanical induced effects of drying, Shrinkage 2000 Proceedings, Rilem Publications, Paris, France.
  136. **Mensi R., Acker P., Attolou A. (1988)**, Séchage du béton: analyse et modélisation, Materials and Structures, 21, p.3-10.
  137. **Molez L., Berthaud Y., Bissonnette B., Beaupré D.(2003)**, Modelling drying and loading effect in structural concrete repair, dans Computational Modelling of Concrete Structures, EURO-C 2003, N.Bićanić, R.de Borst, H.Mang, G.Meschke (Eds.), Balkema, p.513-519.

- 
138. **Müller H.S., Küttner C.H. et Kvitsel V. (1999)**, Creep and shrinkage models of normal and high-performance concrete—concept for a unified code-type approach, *Revue Française de Génie Civil*, vol.3(3-4), p.113-132.
139. **Munoz P.(1994)**, Influence de l'étuvage sur le retrait et le fluage des bétons à hautes performances, Mémoire de DEA, I.N.S.A. Toulouse, 52p.
140. **NBN5 (1987)**, Steel Bridges, draft for the part: Composite Bridges, Doc.270/43 F\*, Belgian Institute for Standards, Brussels (in French).
141. **Neville A.M., Dilger W.H., Brooks J.J. (1981)**, Creep of plain and structural concrete, Construction Press, Longman Group Ltd, England.
142. **Neville A.M. (2000)**, Propriétés des bétons, Ed. Eyrolles, 806 p.
143. **Nigoyi A.K., Hsu P., Meyers B.L. (1973)**, The influence of age at time of loading on basic and drying creep, *Cement and Concrete Research*, 3, p.633-644.
144. **Nilsen A.U., Monteiro P.J.M. (1993)**, Concrete: a three phase material, *Cement and Concrete Research*, 23, p.147-151.
145. **Novgorodsky L. (1966)**, La Tour du Midi à Bruxelles, immeuble pour bureaux de 37 étages et de 150 mètres de hauteur, *La Technique des Travaux*, 11-12, p.322-335.
146. **Obeid W., Mounajed G., Alliche A. (2002)**, Experimental identification of Biot's hydromechanical coupling coefficient for cement mortar, *Materials and Structures*, 35, p.229-236.
147. **Oh B.H., Cha S.W. (2003)**, Nonlinear analysis of temperature and moisture distributions in early-age concrete structures based on degree of hydration, *ACI Materials Journal*, 100 (5), p.361-370.
148. **Oshita H., Tanabe T. (2000)**, Modeling of water migration phenomenon in concrete as homogeneous material, *Journal of Engineering Mechanics*, 126 (5), p.551-553.
149. **Østergaard L., Lange D.A., Altoubat S.A., Stang H. (2001)**, Tensile basic creep of early-age concrete under constant load, *Cement and Concrete Research*, 31, p.1895-1899.
150. **Pane I., Hansen W. (2002)**, Concrete hydration and mechanical properties under nonisothermal conditions, *ACI Material Journal* 99 (6), p.534-542.

- 
151. **Parrott L.J., Geiker M., Gutteridge W.A., Killoh D. (1990)**, Monitoring Portland cement hydration: comparison of methods, *Cement and Concrete Research*, 20, p.919-926.
  152. **Patel R. G., Parrott L.J., Martin J.A., Killoh D.C. (1985)**, Gradients of Microstructure and Diffusion Properties in Cement Paste caused by Drying, *Cement and Concrete Research*, 15, p.343-356.
  153. **Persson B. (1998)**, Quasi-instantaneous and Long-term Deformations of High-Performance Concrete with some related properties, Report TVBM-1016, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden.
  154. **Pihlajavaara S.E. (1974)**, A review of some of the main results of a research on the aging phenomena of concrete: effect of moisture conditions on strength, shrinkage and creep of mature concrete, *Cement and Concrete Research*, 4(5), p.761-771.
  155. **Rilem TC 107-CSP (1995)**, Guidelines for characterizing concrete creep and shrinkage in structural design codes or recommendations, *Material and Structures*, 28, p.52-55.
  156. **Rilem TC 107-CSP (1997)**, Mesure des déformations différées du béton chargé en compression, Projet de Mode opératoire des LPC, LCPC, juin 1997, 12 pages.
  157. **Rilem TC 107-CSP (1998)**, Measurement of time-dependent strains of concrete, *Materials and Structures*, 31, p.507-512.
  158. **Rossi P., Godart N., Robert J.-L., Gervais J.-P., Bruhat D. (1993)**, Utilisation de la technique d'auscultation par émission acoustique pour étudier le fluage propre du béton, *Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, 186, p.88-92.
  159. **Schrefler B.A., Simoni L., Majorana C.E. (1989)**, A general model for the mechanics of saturated-unsaturated porous materials, *Materials and Structures*, p.323-334.
  160. **Sicard V., François R., Ringot E., Pons G. (1992)**, Influence of creep and shrinkage on cracking in high strength concrete, *Cement and Concrete Research*, 22, p.159-168.
  161. **Sicard V., Cubaynes J.-F., Pons G. (1996)**, Modélisation des déformations différées des bétons à hautes performances : relation entre le retrait et le fluage, *Materials and Structures*, 29, p.345-353.
  162. **Staquet S. (2001a)**, Comportement différé du béton dans les ponts-bacs, mesures et prédictions, DEA en Sciences Appliquées, Université Libre de Bruxelles, 2001.

- 
163. **Staquet S., Detandt H., Espion B. (2001b)**, Evaluation du comportement différé d'un nouveau type de pont-rail mixte, précontraint et préfléchi, Coss 2001: comportement des ouvrages et systèmes en service (2001) , XIXèmes rencontres universitaires de Génie Civil, Lille - Villeneuve d'Ascq, France, 3-4/05/01, 6pp.
164. **Staquet S., Detandt H., Espion B. (2001c)**, Time-dependent behaviour of a railway prestressed composite bridge deck, Proceedings of the Conference on Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of Concrete and Other Quasi-brittle Materials, Cambridge (Ma), USA, 20-22 August 2001, Elsevier, pp.373-378.
165. **Staquet S., Espion B. (2001d)**, On variability of measured strains in creep and shrinkage tests, Proceedings of the Conference on Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of Concrete and Other Quasi-brittle Materials, Cambridge (Ma), USA, 20-22 August 2001, Elsevier, pp.729-734.
166. **Staquet S., Espion B., (2002)**, Shrinkage tests on three high-performance concretes, ACI Spring 2002 Convention, Session Shrinkage and creep of concrete: part 1, Detroit, Michigan, USA, 21-25/04/2002 (communication orale présentée).
167. **Staquet S., Detandt H., Espion B. (2002a)**, A new kind of composite railway bridge deck for the high speed lines in Belgium, Proceedings of the 17<sup>th</sup> BIBM International congress of the precast concrete industry, Istanbul, 1-4/05/2002, 8 pp.
168. **Staquet S., Detandt H., Espion B. (2002b)**, Field investigation and numerical modelling of a composite railway bridge deck, Proceedings of the first international conference on bridge maintenance, safety and management, IABMAS'02, Barcelona, Spain, ed.by J.R.Casas, D.M.Frangopol and A.S.Nowak, (14-17/07/2002), 8pp.
169. **Staquet S., Detandt H., Espion B. (2002c)**, Field investigation of a new kind of prestressed composite bridge deck, Proceedings of the 6<sup>th</sup> international conference on short & medium span bridges, Vancouver, BC Canada, ed.by P.H.Brett, N. Banthia and P.G.Buckland, (31/07-02/08/2002), 627-634.
170. **Staquet S., Detandt H., Espion B. (2002d)**, Creep analysis of a new kind of prestressed steel-concrete composite bridge, Proceedings of the 4<sup>th</sup> international PhD Symposium in Civil Engineering, Munich, Germany, (19-21/09/2002), P.Schießl, N.Gebbeken, M.Keuser, K.Zilch ed., Springer VDI Verlag, 296-301.

- 
171. **Staquet S., Detandt H., Espion B. (2002e)**, Time-dependent behavior of a new kind of composite railway bridge deck, Proceedings of the Structural Engineers World Congress 2002, Yokohama, Japan, (08-12/10/2002), 8pp.
172. **Staquet S., Espion B., Detandt H. (2002f)**, "A new kind of composite railway bridge deck", Proceedings of the 1st fib Congress Concrete Structures in the 21<sup>st</sup> Century, Osaka, Japan, 13-19 October 2002, Vol.4, session 5, 75-84.
173. **Staquet S., Detandt H., Rigot G., Espion B. (2002g)**, Innovation pour les lignes à grande vitesse en Belgique: un nouveau pont-rail mixte préfléchi et précontraint, Bulletin Ouvrages Métalliques de l'OTUA, 2, 11/2002,p.178-195.
174. **Staquet S., Detandt H., Espion B. (2002h)**, "Analysis of the camber at prestressing of a new kind of composite railway bridge deck", Proceedings of the 3<sup>rd</sup> international Conference on Advances in Steel Structure ICASS'02, Hong Kong, China, 9-11 December 2002, Elsevier, 783-790.
175. **Staquet S., Detandt H., Espion B. (2002i)**, Evaluation du comportement différé d'un nouveau type de pont-rail mixte, précontraint et préfléchi, Revue Française de Génie Civil, 6 n°5, 735-748.
176. **Staquet S., Espion B., Detandt H. (2003a)**, "Analysis of variability of the long term deflection of a new kind of composite bridge deck", Proceedings of the International Conference on Advances in Structures ASSCCA03, Sydney, Australia, 23-25 June 2003, Balkema, 825-832 .
177. **Staquet S., Espion B. (2003b)**, Effects of heat treatment on creep functions of high performance concrete loaded at very early age, Proceedings of Advances in Cement and Concrete IX: volume changes, cracking, and durability, Copper Mountain, Colorado, USA, (10-14/08/2003), p.471-480.
178. **Staquet S., Detandt H., Espion B. (2003c)**, Time-dependent behavior of a new kind of precambered prestressed bridge deck for the high speed lines in Belgium, Proceedings of IABSE Symposium 2003, Structures for High-Speed Railway Transportation, Antwerp, Belgium, (27-29/08/2003), 6pp.
179. **Staquet S., Espion B., Detandt H., Jadoul C., Van Hemelrijck D., Kalogiannakis G., Boulpaep F., Borgonje D., Schoorlemmer H. (2003d)**, Mise en charge d'un pont ferroviaire constitué de poutres mixtes préfléchies de type « PREFLEX », rapport pour le Projet National « MIKTI », (Octobre 2003), 46pp.

- 
180. **Staquet S., Tailhan J.-L. (2004a)**, Calculs «DTNL(HEXO)»: diffusion de l'humidité dans le béton avec prise en compte de l'eau consommée par la réaction d'hydratation du ciment, chaînage TEXO/DTNL(HEXO), note explicative, Janvier 2004, Rapport interne LCPC, BCC, 40pp.
181. **Staquet S., Detandt H., Rigot G., Espion B. (2004b)**, Innovation for the high speed lines in Belgium: a prestressed and precambered precast bridge deck, PCI Journal, (accepté pour publication).
182. **Staquet S., Espion B. (2004c)**, Computer analysis of the effects of creep and shrinkage in a composite prestressed railway bridge, Proceedings of the fifth International PhD Symposium in Civil Engineering, Delft, The Netherlands, [16-19/06/2004], 8pp.
183. **Staquet S., Detandt H., Espion B. (2004d)**, Long-term behavior prediction of a composite prestressed bridge deck under high stress level, Proceedings of the fourth International Conference under Severe Conditions of Environment and Loading, CONSEC'04, Seoul, Korea, [27-30/06/2004], 8pp.
184. **Staquet S., Detandt H., Espion B. (2004e)**, Analysis of the variability of deflection of a prestressed composite bridge deck, International Journal of Steel and Composite Structures, (article soumis).
185. **Staquet S., Espion B. (2005)**, On some deviations from the principle of superposition and their consequences on structural behavior, ACI Spring Convention, Session Shrinkage and creep of concrete, New York, USA, [17-20/04/2005], (article soumis).
186. **Tamtsia B.T., Beaudoin J.J. (2000)**, Basic creep of hardened cement paste: A re-examination of the role of water, Cement and Concrete Research, 30, p.1465-1475.
187. **Thelandersson S., Martensson A., Dahlblom O. (1988)**, Tension softening and cracking in drying concrete, Materials and Structures, 21, p.416-424.
188. **Thibert Vincent. (1999)**, Etude comparative de modèles récents de prédiction des déformations différées du béton, travail de fin d'étude, Service Génie Civil, ULB, 06/1999, 102 pages.
189. **Torrenti J.-M., Attolou A., Belloc A. (1989)**, Méthodologie pour une nouvelle protection du béton vis-à-vis de la dessiccation, Bulletin liaison LPC, 164, 11-12 /1989, 85-86.
190. **Torrenti J.-M. (1996)**, Comportement mécanique du béton, bilan de six années de recherche, Série Ouvrages d'art OA23, LCPC, 109 pages.

- 
191. **Toutlemonde F., Le Maou F. (1999)**, Protection des éprouvettes de béton vis-à-vis de la dessiccation :le point sur quelques techniques de laboratoire, Bulletin LPC, 203, 05-06/1999, 105-119.
  192. **Trevino Paredes J.J. (1988)**, Méthode directe de calcul de l'état de déformation et de contrainte à long terme d'une structure composée, thèse n°728, Département de Génie Civil, EPFL, 214 pages.
  193. **Ulm F.-J., Acker P. (1998)**, Le point sur le fluage et la recouvrance des bétons, Bulletin LPC, spécial XX, p.73-82.
  194. **Ulm F.-J. (1999a)**, Couplages thermo-chémomécaniques dans les bétons, un premier bilan, Série Ouvrages d'art OA31, LCPC, 105 pages.
  195. **Ulm F.-J., Le Maou F., Boulay C. (1999b)**, Creep and shrinkage coupling: new review of some evidence, Revue Française de Génie Civil, 3, p.21-37.
  196. **Van Zijl G. (1999)**, Computational modeling of masonry creep and shrinkage, PhD thesis, Université de Delft, Pays-Bas, 170 p.
  197. **Verkeyn A., Dobruszkes A. (1978)**, Le centre administratif Berlaymont, Annales des Travaux Publics de Belgique, 1-2, p.136-139.
  198. **Ward M.A., Neville A.M., Singh S.P. (1969)**, Creep of air entrained concrete, Magazine of Concrete Research, 21, n°69, p.205-210.
  199. **Wirtanen L., Penttala V. (2000)**, Influence of temperature and relative humidity on the drying of concrete, Concrete Science and Engineering, 2, p.39-47.
  200. **Wittmann F.H., Roelfstra P. (1980)**, Total deformation of loaded drying creep, Cement and Concrete Research, 10, p.601-610.
  201. **Wittmann F.H. (1982)**, Creep and shrinkage mechanisms, dans: 'Creep and shrinkage in concrete structures', édité par Bažant Z.P. et Wittmann F.H., Wiley, Londres, p.129-161.
  202. **Xi Y., Bažant Z.P., Molina L., Jennings H.M. (1994)**, Moisture diffusion in cementitious materials: moisture capacity and diffusivity, Advanced Cement Based Materials, 1, p.258-266.
  203. **Yuan Y., Wan Z.L. (2002)**, Prediction of cracking within early-age concrete due to thermal, drying and creep behaviour, Cement and Concrete Research, 32, p.1053-1059.

- 
204. **Yue L. (1992)**, Creep recovery of plain concrete under uniaxial compression, Thesis, Universiteit Gent, Laboratorium Magnel voor Gewapend Beton, 198pp.
  205. **Yue L.L., Taerwe L. (1992)**, Creep recovery of plain concrete and its mathematical modelling, Magazine of Concrete Research, 44 (161), p.281-290.
  206. **Yue L.L., Taerwe L. (1993)**, Two-function method for the prediction of concrete creep under decreasing stress, Materials and Structures, 26, p.268-273.

## F. Annexe générale

### 1. Les modèles codifiés de retrait et de fluage

#### 1.1. Modèle CEB 90 (version 93)

##### 1.1.1. Notations et unités

- t: âge du béton (jours)  
t<sub>0</sub>: âge du béton au moment du chargement (jours)  
t<sub>s</sub>: âge du béton au début du retrait (jours)  
f<sub>ck</sub>: résistance caractéristique du béton à 28 jours (MPa)  
f<sub>cm</sub>: résistance moyenne du béton à 28 jours (MPa)  
E<sub>c</sub>: module d'élasticité à 28 jours (MPa)  
E<sub>c</sub>(t<sub>0</sub>): module d'élasticité au chargement (MPa)  
A<sub>c</sub>: section transversale de la pièce (mm<sup>2</sup>)  
u: périmètre de la pièce en contact avec l'atmosphère (mm)  
h<sub>o</sub>: épaisseur effective de la pièce (mm)  
RH: humidité relative (%)  
ε<sub>cs</sub>(t-t<sub>s</sub>): déformation de retrait pendant la période (t-t<sub>s</sub>)  
ε<sub>cs0</sub>: déformation de retrait ultime  
ε<sub>s</sub>(f<sub>cm</sub>): facteur tenant compte de la résistance du béton sur le retrait ultime  
β<sub>s</sub>(t-t<sub>s</sub>): coefficient décrivant le développement du retrait avec le temps  
β<sub>RH</sub> et β<sub>ARH</sub>: coefficients tenant compte de l'humidité relative sur le retrait ultime  
β<sub>sc</sub>: coefficient tenant compte du type de ciment sur le retrait ultime  
φ<sub>0</sub>: coefficient de fluage ultime  
φ<sub>RH</sub>: facteur tenant compte de l'humidité relative sur le fluage ultime  
φ(t-t<sub>0</sub>): coefficient de fluage au temps t  
β<sub>c</sub>(t-t<sub>0</sub>): coefficient décrivant le fluage après le chargement  
β(f<sub>cm</sub>): coefficient tenant compte de la résistance du béton sur le fluage ultime  
β<sub>h</sub>: coefficient tenant compte de l'humidité relative et de l'épaisseur effective sur le fluage  
β(t<sub>0</sub>): coefficient tenant compte de l'âge au chargement sur le coefficient de fluage ultime  
J(t-t<sub>0</sub>): fonction de fluage au temps t (MPa<sup>-1</sup>)  
[CEB-FIP, 1993]

##### 1.1.2. Calcul du retrait

$$f_{cm} = f_{ck} + 8$$

$$\varepsilon_s(f_{cm}) = [160 + \beta_{sc} \cdot (90 - f_{cm})] 10^{-6}$$

- avec β<sub>sc</sub> = 4 pour un ciment à durcissement lent  
5 pour un ciment à durcissement normal à rapide  
8 pour un ciment à haute résistance

$$\beta_{ARH} = 1 - (HR/100)^3$$

$$\beta_{RH} = -1,55 \cdot \beta_{ARH} \text{ si } 40\% \leq HR < 99\%$$

$$+ 0,25 \text{ si } HR \geq 99\%$$

$$\varepsilon_{cs0} = \varepsilon_s(f_{cm}) \cdot \beta_{RH}$$

$$\beta_s(t-t_s) = \left[ \frac{t-t_s}{t-t_s + 0,035 \cdot h_0^2} \right]^{0,5}$$

$$\varepsilon_{cs}(t-t_s) = \varepsilon_{cs0} \cdot \beta_s(t-t_s)$$

### 1.1.3. Calcul de la fonction de fluage

$$E_c = 10000 \cdot f_{cm}^{1/3}$$

$$E_c(t_0) = E_c \cdot \exp[0,5 \cdot S \cdot (1 - (28/t_0)^{0,5})]$$

Avec S= 0,38 pour un ciment à durcissement lent  
 0,25 pour un ciment à durcissement normal à rapide  
 0,20 pour un ciment à haute résistance

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{f_{cm}^{0,5}}$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}}$$

$$\phi_{RH} = 1 + \frac{1 - (HR/100)}{0,1 \cdot h_0^{1/3}}$$

$$\phi_0 = \phi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0)$$

$$\beta_h = 1,5 \cdot [1 + (0,012 \cdot HR)^{18}] h_0 + 250 \leq 1500$$

$$\beta_c(t-t_0) = \left[ \frac{t-t_0}{\beta_h + t-t_0} \right]^{0,3}$$

$$\phi(t-t_0) = \phi_0 \cdot \beta_c(t-t_0)$$

$$J(t-t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\phi(t-t_0)}{E_c}$$

## 1.2. Modèle CEB 90 (version 99)

### 1.2.1. Notations et unités

- t: âge du béton (jours)  
 $t_o$ : âge du béton au moment du chargement (jours)  
 $t_s$ : âge du béton au début du retrait (jours)  
 $f_{ck}$ : résistance caractéristique du béton à 28 jours (MPa)  
 $f_{cm}$ : résistance moyenne du béton à 28 jours (MPa)  
 $E_{ci}$ : module d'élasticité à 28 jours (MPa)  
 $E_c(t_o)$ : module d'élasticité au chargement (MPa)  
 $\alpha_c$ : coefficient tenant compte du type de granulats sur le module d'élasticité  
 $A_c$ : section transversale de la pièce (mm<sup>2</sup>)  
u: périmètre de la pièce en contact avec l'atmosphère (mm)  
h: épaisseur effective de la pièce (mm)  
RH : humidité relative (%)  
 $\epsilon_{cs}(t-t_s)$ : déformation de retrait pendant la période (t-t<sub>s</sub>)  
 $\epsilon_{cas}(t)$ : déformation de retrait endogène au temps t  
 $\epsilon_{cds}(t-t_s)$ : déformation de retrait de dessiccation pendant la période (t-t<sub>s</sub>)  
 $\epsilon_{caso}(f_{cm})$ : facteur tenant compte de la résistance du béton sur le retrait endogène  
 $\epsilon_{sdso}(f_{cm})$ : facteur tenant compte de la résistance du béton sur le retrait de dessiccation  
 $\beta_{as}(t)$ : coefficient décrivant le développement du retrait endogène avec le temps  
 $\beta_{ds}(t-t_s)$ : coefficient décrivant le développement du retrait de dessiccation avec le temps  
 $\beta_{RH}$  et  $\beta_{s1}$ : coefficients tenant compte de l'humidité relative sur le retrait de dessiccation  
 $\beta_{sc}$ : coefficient tenant compte du type de ciment sur le retrait de dessiccation  
 $\alpha_{as}, \alpha_{ds1}, \alpha_{ds2}$ : coefficients tenant compte du type de ciment sur le retrait  
 $\phi_o$ : coefficient de fluage ultime  
 $\phi_{RH}$ : facteur tenant compte de l'humidité relative sur le fluage ultime  
 $\phi(t-t_o)$ : coefficient de fluage au temps t  
 $\beta_c(t-t_o)$ : coefficient décrivant le fluage après le chargement  
 $\beta(f_{cm})$ : coefficient tenant compte de la résistance du béton sur le fluage ultime  
 $\beta_h$ : coefficient tenant compte de l'humidité relative et de l'épaisseur effective sur le fluage  
 $\beta(t_o)$ : coefficient tenant compte de l'âge au chargement sur le coefficient de fluage ultime  
 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ : coefficients tenant compte de la résistance du béton sur le coefficient de fluage  
 $J(t-t_o)$ : fonction de fluage au temps t (MPa<sup>-1</sup>)

[CEB-FIP, 1999]

## 1.2.2. Calcul du retrait

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cas}(t) + \varepsilon_{cds}(t, t_s) = \varepsilon_{caso}(f_{cm}) \cdot \beta_{as}(t) + \varepsilon_{cdso}(f_{cm}) \cdot \beta_{RH}(RH) \cdot \beta_{ds}(t - t_s)$$

$$\varepsilon_{caso}(f_{cm}) = -\alpha_{as} \cdot \left[ \frac{\frac{f_{cm}}{f_{cmo}}}{6 + \frac{f_{cm}}{f_{cmo}}} \right]^{2,5} \cdot 10^{-6}$$

$$f_{cmo} = 10 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{as} = 800 \text{ pour un ciment 32,5}$$

$$700 \text{ pour un ciment 32,5 R ou 42,5}$$

$$600 \text{ pour un ciment 42,5 R ou 52,5}$$

$$t_1 = 1 \text{ jour}$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp \left[ -0,2 \cdot \left( \frac{t}{t_1} \right)^{0,5} \right]$$

$$\varepsilon_{cds}(t, t_s) = \varepsilon_{cdso}(f_{cm}) \cdot \beta_{RH}(RH) \cdot \beta_{ds}(t - t_s)$$

$$\varepsilon_{cdso}(f_{cm}) = \left[ (220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp \left( -\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cmo}} \right) \right] \cdot 10^{-6}$$

$$\alpha_{ds1} = 3 \text{ pour un ciment 32,5}$$

$$4 \text{ pour un ciment 32,5 R ou 42,5}$$

$$6 \text{ pour un ciment 42,5 R ou 52,5}$$

$$\alpha_{ds2} = 0,13 \text{ pour un ciment 32,5}$$

$$0,11 \text{ pour un ciment 32,5 R ou 42,5}$$

$$0,12 \text{ pour un ciment 42,5R ou 52,5}$$

$$\beta_{RH}(RH) = -1,55 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{RH}{RH_o} \right)^3 \right] \text{ pour } 40 < RH < 99 \cdot \beta_{s1}$$

$$0,25 \text{ pour } RH > 99 \cdot \beta_{s1}$$

$$\beta_{s1} = \left[ \frac{3,5 \cdot f_{cmo}}{f_{cm}} \right]^{0,1}$$

$$RH_o = 100$$

$$\beta_{ds}(t - t_s) = \left[ \frac{\frac{t - t_s}{t_1}}{350 \cdot \left( \frac{h}{h_o} \right)^2 + \frac{t - t_s}{t_1}} \right]^{0,5}$$

$$h_o = 100 \text{ mm}$$

### 1.2.3. Calcul de la fonction de fluage

$$E_{cl} = \alpha_E \cdot E_{co} \left( \frac{f_{cm}}{f_{cmo}} \right)^{0,33} \quad \text{avec } E_{co} = 2,15 \cdot 10^4 \text{ MPa}$$

$\alpha_E = 1,2$  pour du basalte ou du calcaire compact

1 pour du quartz

0,9 pour du calcaire

0,7 pour du grès

$$E_c(t_o) = \beta_E(t_o) \cdot E_{cl}$$

$$\beta_E(t) = [\beta_{cc}(t)]^{0,5}$$

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left[ s \cdot \left( 1 - \left( \frac{28}{t/t_1} \right)^{0,5} \right) \right]$$

$t_1 = 1$  jour

$s = 0,38$  pour un ciment 32,5

0,25 pour un ciment 32,5R ou 42,5

0,20 pour un ciment 42,5R ou 52,5

$$\phi(t, t_o) = \phi_o \cdot \beta_c(t, t_o) = (\phi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_o)) \left[ \frac{t - t_o}{t_1} \right]^{0,3} \left[ \beta_H + \frac{t - t_o}{t_1} \right]$$

$$\phi_{RH} = \left[ 1 + \frac{1 - \frac{RH}{RH_o}}{\sqrt[3]{0,1 \cdot \frac{h}{h_o}}} \right] \alpha_2 \quad \text{avec } \alpha_1 = \left( \frac{3,5}{\frac{f_{cm}}{f_{cmo}}} \right)^{0,7} \quad \text{et } \alpha_2 = \left( \frac{3,5}{\frac{f_{cm}}{f_{cmo}}} \right)^{0,2}$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{5,3}{\sqrt{\frac{f_{cm}}{f_{cmo}}}}$$

$$\beta(t_o) = \frac{1}{0,1 + \left( \frac{t_o}{t_1} \right)^{0,2}}$$

$$\beta_H = 150 \cdot \frac{h}{h_o} \cdot \left( 1 + \left[ 1,2 \cdot \frac{RH}{RH_o} \right]^{18} \right) + 250 \cdot \alpha_3 < 1500 \cdot \alpha_3 \quad \text{avec } \alpha_3 = \left( \frac{3,5}{\frac{f_{cm}}{f_{cmo}}} \right)^{0,5}$$

### 1.3. Modèle ACI 209

#### 1.3.1. Notations et unités

t: âge du béton (jours)

$t_0$ : âge du béton au chargement (jours)

$t_s$ : âge du béton au début du retrait (jours)

$E_{cm(t_0)}$ : module d'élasticité du béton au chargement (MPa)

$f_{c(28)}$ : résistance du béton à 28 jours (MPa)

$\gamma_c$ : masse spécifique du béton ( $\text{kg/m}^3$ )

$K_{SH}$ : facteur tenant compte de l'effet de l'humidité relative sur le retrait

$K_{SS}$ : facteur tenant compte de l'effet des dimensions de la pièce sur le retrait

$K_{CP}$ : facteur tenant compte de l'effet de la durée de la cure sur le retrait

$K_{CS}$ : facteur tenant compte de l'effet des dimensions de la pièce sur le fluage

$K_{CH}$ : facteur tenant compte de l'effet de l'humidité relative sur le fluage

$K_{CA}$ : facteur tenant compte de l'effet de l'âge au chargement sur le fluage

$\epsilon_{shu}$ : déformation de retrait ultime

$\epsilon_s(t)$ : déformation de retrait au temps t

Ccu: coefficient de fluage ultime

Cc(t): coefficient de fluage au temps t

V/S: rapport du volume à la surface en contact avec l'atmosphère (mm)

H: humidité relative (%)

J(t,  $t_0$ ): valeur de la fonction de fluage au temps t ( $\text{MPa}^{-1}$ )

[ACI 209 R-92, 1992]

#### 1.3.2. Calcul du retrait

$$\epsilon_s(t) = \left[ \frac{t - t_s}{t - t_s + b} \right] \cdot K_{SS} \cdot K_{SH} \cdot K_{cp} \cdot \epsilon_{shu}$$

$$K_{SS} = 1,2 \cdot \exp[-0,00472 \cdot (V/S)]$$

si  $40\% \leq H \leq 80\%$  alors  $b = 35$  et  $K_{SH} = 1,4 - 0,01 \cdot H$  pour les cures humides

55                      1,4 - 0,01.H    pour les cures vapeurs

si  $80\% \leq H \leq 100\%$  alors  $b = 35$  et  $K_{SH} = 3 - 0,03 \cdot H$  pour les cures humides

55                      3 - 0,03.H    pour les cures vapeurs

$$\epsilon_{shu} = 780 \cdot 10^{-6}$$

$$K_{cp} = 1,2 \quad \text{si } t_s = 1$$

$$1,1 \quad \text{si } t_s = 3$$

$$1 \quad \text{si } t_s = 7$$

$$0,93 \quad \text{si } t_s = 14$$

$$0,86 \quad \text{si } t_s = 28$$

$$0,75 \quad \text{si } t_s = 90$$

### 1.3.3. Calcul du fluage

$$Cc(t) = \left[ \frac{(t-t_0)^{0,6}}{(t-t_0)^{0,6} + 10} \right] \cdot K_{cs} \cdot K_{ca} \cdot K_{ch} \cdot Ccu$$

$$K_{cs} = (2/3) \cdot [1 + 1,13 \cdot \exp[-0,0213 \cdot (V/S)]]$$

$$K_{ch} = 1,27 - 0,0067 \cdot H$$

$$Ccu = 2,35$$

$$K_{ca} = 1,25 \cdot t_0^{-0,118} \text{ si cure humide}$$

$$1,13 \cdot t_0^{-0,094} \text{ si cure vapeur}$$

$$f'_{ct0} = f'_{c28} \cdot \left[ \frac{t_0}{b + c \cdot t_0} \right]$$

pour les ciments ASTM type I : b = 4 et c = 0,85 pour les cures humides

b = 1 c = 0,95 pour les cures vapeurs

pour les ciments ASTM type II : b = 2,3 et c = 0,92 pour les cures humides

b = 0,7 c = 0,98 pour les cures vapeurs

$$E_{cm0} = 0,043 \cdot \gamma_c^{3/2} \cdot f'_{ct0}{}^{0,5}$$

$$J(t, t_0) = \frac{1 + Cc(t)}{E_{cm0}}$$

---

## 1.4. Modèle B3

### 1.4.1. Notations et unités

t: âge du béton (jours)

t' : âge du béton au chargement (jours)

t<sub>0</sub>: âge du béton au début du retrait (jours)

J(t,t'): fonction de fluage au temps t (10<sup>-6</sup>/psi)

C<sub>0</sub>(t,t'): fonction de fluage propre (10<sup>-6</sup>/psi)

C<sub>d</sub>(t,t',t<sub>0</sub>): fonction de fluage de dessiccation (10<sup>-6</sup>/psi)

ε<sub>sh</sub> (t,t<sub>0</sub>): déformation de retrait au temps t (10<sup>-6</sup>)

ε<sub>sh∞</sub>: déformation de retrait ultime (10<sup>-6</sup>)

h: humidité relative (décimal)

S(t): fonction décrivant l'évolution du retrait avec le temps

τ<sub>sh</sub>: temps mis pour atteindre la moitié du retrait (jours)

D=2.V/S: épaisseur effective de la section transversale (in)

a: contenu en granulats du béton (lb/ft<sup>3</sup>)

c: contenu en ciment du béton (lb/ft<sup>3</sup>)

w : contenu en eau du béton (lb/ft<sup>3</sup>)

k<sub>h</sub>: facteur tenant compte de l'effet de l'humidité relative sur le retrait

k<sub>s</sub> : facteur tenant compte de la forme de la section transversale

E<sub>28</sub>: module d'élasticité (psi)

f'c: résistance moyenne à 28 jours (psi)

q<sub>1</sub>: déformation instantanée spécifique

q<sub>2</sub>: fluage viscoélastique dû au vieillissement

q<sub>3</sub>: fluage viscoélastique indépendant du vieillissement

q<sub>4</sub>: fluage irréversible

[Bažant Z.P., 1995a]

### 1.4.2. Calcul du retrait

$$\varepsilon_{shx} = \alpha_1 \alpha_2 \cdot (26 \cdot w^{2,1} \cdot f_c^{(-0,28)} + 270) \cdot 10^{-6}$$

avec  $\alpha_1 = 1$  pour les ciments ASTM de type I

0,85                      ASTM de type II

1,1                        ASTM de type III

$\alpha_2 = 0,75$  pour les cures vapeurs

1    pour les cures normale ou si  $h = 1$

1,2    pour les bétons scellés pendant la cure

$$k_h = 1 - h^3 \text{ si } h \leq 0,98$$

$$- 0,2 \text{ si } h = 1$$

$$\tau_{sh} = K_t \cdot (K_s \cdot D)^2$$

$K_s = 1$     pour une dalle infinie

1,15 pour un cylindre infini à base circulaire

1,25 pour un prisme infini à base carrée

1,3    pour une sphère

1,55 pour un cube

$$K_t = 190,8 \cdot I_0^{(-0,08)} \cdot f_c^{(-0,25)}$$

$$S(t) = \tanh \left[ \frac{t - t_0}{\tau_{sh}} \right]^{0,5}$$

$$\varepsilon_{sh}(t) = \varepsilon_{shx} \cdot k_h \cdot S(t)$$

### 1.4.3. Calcul du fluage

$$E_{28} = 57000 \cdot f_c^{0,5}$$

$$q_1 = \frac{0,6 \cdot 10^6}{E_{28}}$$

$$Z(t, t') = t^{(-m)} \cdot \ln[1 + (t - t')^n]$$

avec  $m = 0,5$  et  $n = 0,1$

$$r(t') = 1,7 t'^{0,12} + 8$$

$$Q_f(t') = [0,086 t'^{2/9} + 1,21 * t'^{4/9}]^{-1}$$

$$Q(t, t') = Q_f(t') \cdot \left[ 1 + \left( \frac{Q_f(t')}{Z(t, t')} \right)^{r(t')} \right]^{(-1/r(t'))}$$

$$q_2 = 451,1 \cdot c^{0,5} \cdot f_c^{(-0,9)}$$

$$q_3 = 0,29 \cdot (w/c)^4 \cdot q_2$$

$$q_4 = 0,14 \cdot (a/c)^{(-0,7)}$$

$$C_0(t, t') = q_2 \cdot Q(t, t') + q_3 \cdot \ln[1 + (t - t')^n] + q_4 \cdot \ln(t/t')$$

$$H(t) = 1 - (1 - h) \cdot S(t)$$

$$S(t') = \tanh \left[ \frac{t' - t_0}{\tau_{sh}} \right]^{0,5}$$

$$H(t') = 1 - (1 - h) \cdot S(t')$$

$$q_5 = 7,57 \cdot 10^5 \cdot f_c^{(-1)} \cdot ABS(\varepsilon_{sh0})^{(-0,6)}$$

$$C_d(t, t', t_0) = q_5 \cdot [e^{(-8 \cdot H(t))} - e^{(-8 \cdot H(t'))}]^{0,5} \text{ pour } t' > t_0$$

$$J(t, t') = q_1 + C_0(t, t') + C_d(t, t', t_0)$$

---

## 1.5. Modèle B3S

### 1.5.1. Notations et unités

$t$ :âge du béton (jours)

$t'$ :âge du béton au chargement (jours)

$t_0$ :âge du béton au début du retrait (jours)

$J(t,t')$ :fonction de fluage au temps  $t$  ( $10^{-6}/\text{MPa}$ )

$C_0(t,t')$ :partie de la fonction de fluage correspondant au fluage propre ( $10^{-6}/\text{MPa}$ )

$C_d(t,t',t_0)$ :partie de la fonction de fluage correspondant au fluage de dessiccation ( $10^{-6}/\text{MPa}$ )

$\varepsilon_{sh}(t,t_0)$ :déformation de retrait au temps  $t$  ( $10^{-6}$ )

$\varepsilon_{sh\infty}$ :déformation de retrait ultime ( $10^{-6}$ )

$h$ :humidité relative (décimal)

$S(t)$ :fonction décrivant l'évolution du retrait avec le temps

$\tau_{sh}$ :temps mis pour atteindre la moitié du retrait (jours)

$D=2.V/S$ :épaisseur effective de la section transversale (cm)

$w$ :contenu en eau du béton ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )

$\bar{f}_c$ :résistance moyenne à 28 jours

$f'_c$ :résistance spécifique à 28 jours

$q_1, q_0, q_5$ :paramètres empiriques donnés par les formules basées sur la résistance du béton

$k_h$ :facteur tenant compte de l'effet de l'humidité relative sur le retrait

[Bažant Z.P., 1995d]

### 1.5.2. Calcul du retrait

$$\bar{f}_c = f'_c + 8$$

$$\varepsilon_{sh\infty} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot (0,019 \cdot w^{2,1} \cdot \bar{f}_c^{(-0,28)} + 270) \cdot 10^{-6}$$

avec  $\alpha_1 = 1$  pour les ciments ASTM de type I

0,85                      ASTM de type II

1,1                        ASTM de type III

$\alpha_2 = 0,75$  pour les cures vapeurs

1    pour les cures normales ou si  $h = 1$

1,2 pour les bétons scellés pendant la cure

$$k_h = 1 - h^3 \text{ si } h \leq 0,98$$

$$-0,2 \text{ si } h = 1$$

$$\tau_{sh} = 4,9 \cdot D^2$$

$$S(t) = \tanh \left[ \frac{t - t_0}{\tau_{sh}} \right]^{0,5}$$

$$\varepsilon_{sh}(t) = \varepsilon_{sh\infty} \cdot k_h \cdot S(t)$$

### 1.5.3. Calcul du fluage

$$E_{28} = 4734 \cdot \bar{f}_c^{0,5}$$

$$q_1 = \frac{0,6 \cdot 10^{-6}}{E_{28}}$$

$$q_0 = 2408 \cdot \bar{f}_c^{-0,5}$$

$$C_0(t, t') = q_0 \cdot \ln \left[ 1 + \psi \cdot (t'^{-m} + \alpha) \cdot (t - t')^n \right]$$

Avec  $m = 0,5$ ;  $n = 0,1$ ;  $\alpha = 0,001$  et  $\psi = 0,3$

$$H(t) = 1 - (1 - h) \cdot S(t)$$

$$S(t') = \tanh \left[ \frac{t' - t_0}{\tau_{sh}} \right]^{0,5}$$

$$H(t') = 1 - (1 - h) \cdot S(t')$$

$$q_5 = 6000 \cdot \bar{f}_c^{-1}$$

$$C_d(t, t', t_0) = q_5 \cdot \left[ e^{(-3 \cdot H(t))} - e^{(-3 \cdot H(t'))} \right]^{0,5}$$

$$J(t, t') = q_1 + C_0(t, t') + C_d(t, t', t_0)$$

## 1.6. Modèle GZ

### 1.6.1. Notations et unités

t:âge du béton (jours)

to:âge du béton au chargement (jours)

tc:âge du béton au début du retrait (jours)

$E_{cmto}$ :module d'élasticité au chargement (MPa)

$E_{cm28}$ :module d'élasticité moyen à 28 jours

$f_{ck28}$ :résistance caractéristique du béton à 28 jours

$f_{cm28}$ :résistance moyenne à 28 jours (MPa)

$f_{cmt}$ :résistance moyenne au temps t (MPa)

$f_{cmto}$ :résistance moyenne au chargement (MPa)

$f_{cmtc}$ :résistance moyenne au début du retrait (MPa)

h:humidité relative (décimal)

K:facteur tenant compte de l'effet du type de ciment sur le retrait

$\beta(h)$ :terme de correction tenant compte de l'effet de l'humidité relative sur le retrait

$\beta(t)$ :terme de correction tenant compte de l'effet du temps sur le retrait

V/S:rapport volume sur surface en contact avec l'extérieur (mm)

J(t-to):valeur de la fonction de fluage au temps t ( $\text{MPa}^{-1}$ )

$\varepsilon_{sh}$ :déformation de retrait

$\varepsilon_{shu}$ :déformation de retrait ultime

[Gardner N.J., 1999]

### 1.6.2. Calcul du retrait

$$f_{cm28} = f_{ck28} + 8$$

$$f_{cmt} = f_{cm28} \cdot \frac{t^{0,75}}{a + bt^{0,75}}$$

Pour les bétons ASTM type I : a = 2,8 et b = 0,77

type II : a = 3,4 et b = 0,72

type III: a = 1,0 et b = 0,92

$$f_{cmtc} = f_{cm28} \cdot \frac{t_c^{0,75}}{a + bt_c^{0,75}}$$

$$\varepsilon_{shu} = 900 \cdot K \cdot (f_{cm28} / f_{cmtc})^{0,5} \cdot (25 / f_{cm28})^{0,5} \cdot 10^{-6}$$

Pour les bétons ASTM type I : K = 1,0

type II : K = 0,7

type III: K = 1,33

$$\beta(h) = 1 - 1,18h^4$$

$$\beta(t) = \left[ \frac{7,27 + \ln(t - t_c)}{17,18} \right] \left[ \frac{t - t_c}{t - t_c + 0,015 \cdot (V/S)^2} \right]$$

$$\varepsilon_{sh} = \varepsilon_{shu} \cdot \beta(h) \cdot \beta(t)$$

### 1.6.3. Calcul du fluage

$$\phi(t) = \frac{7,27 + \ln(t - t_0)}{17,18}$$

$$\phi(t_c) = 1 \quad \text{si } t_0 = t_c$$

$$= \left[ 1 - \frac{\varepsilon_{sh}(t_0 - t_c)}{\varepsilon_{sh}(20000 - t_c)} \right]^{0,5} \quad \text{si } t_0 > t_c$$

$$creepcoef = \phi(t_c) \cdot \phi(t) \cdot \left( \frac{f_{cm28}}{f_{cm10}} \right)^{0,5} \cdot \left[ 1,5 + 3 \cdot \left( \frac{25}{f_{cm10}} \right)^{0,5} \cdot (1 - 1,086 \cdot h^2) \cdot \left( \frac{t - t_0}{t - t_0 + 0,05 \cdot (V/S)^2} \right) \right]$$

$$E_{cm10} = 3500 + 4300 \cdot f_{cm10}^{0,5}$$

$$J(t - t_0) = \frac{1 + creepcoef}{E_{cm10}}$$

$$\text{Déformation totale} = \varepsilon_{sh} + \frac{\sigma}{E_{cm10}} \cdot (1 + creepcoef)$$

## 1.7. Modèle AFREM

### 1.7.1. Notations et unités

t: âge du béton (jours)

t<sub>1</sub>: âge du béton au chargement (jours)

t<sub>0</sub>: âge du béton au début du retrait (jours)

f<sub>ck28</sub>: résistance caractéristique à 28 jours (MPa)

f<sub>c28</sub>: résistance moyenne à 28 jours (MPa)

f<sub>c</sub>(t): résistance moyenne au temps t (MPa)

ρ<sub>h</sub>: humidité relative (%)

r<sub>m</sub> = A<sub>c</sub>/u: rayon moyen de la section de l'élément (cm)

ε<sub>re</sub>(t): déformation de retrait endogène apparue depuis la prise

ε<sub>rd</sub>(t): déformation de retrait de dessiccation apparue depuis le début du séchage

ε<sub>fp</sub>(t): déformation de fluage propre apparue depuis le début du chargement

ε<sub>fd</sub>(t): déformation de fluage de dessiccation apparue depuis le début du chargement

σ: contrainte appliquée (MPa)

E<sub>i28</sub>: module d'élasticité à 28 jours (MPa)

[Le Roy R., 1996]

### 1.7.2. Calcul du retrait

$$f_{c28} = f_{ck28} + 8$$

$$f_c(t) = f_{c28} \cdot \exp[s \cdot (1 - (28/t)^{0,25})]$$

Avec  $s = 0,38$  pour un ciment à prise lente

0,25 pour un ciment normal ou à prise rapide

0,2 pour un ciment haute résistance

pour  $t < 28$  jours :

$$\text{si } f_c(t) / f_{c28} < 0,1 \text{ alors } \varepsilon_{re}(t) = 0$$

$$\text{si } f_c(t) / f_{c28} \geq 0,1 \text{ alors } \varepsilon_{re}(t) = (f_{c28} - 20) \cdot (2,2 \cdot \frac{f_c(t)}{f_{c28}} - 0,2) \cdot 10^{-6}$$

pour  $t \geq 28$  jours :

$$\varepsilon_{re}(t) = (f_{c28} - 20) \cdot [2,8 - 1,1 \cdot \exp(-t/96)] \cdot 10^{-6}$$

$$K(f_{c28}) = 18$$

$$\text{si } 40 \text{ MPa} \leq f_{c28} \leq 57 \text{ MPa}$$

$$= 30 - 0,21 \cdot f_{c28} \quad \text{si } f_{c28} \geq 57 \text{ MPa}$$

bétons sans fumée de silice :

$$\varepsilon_{rd}(t) = K(f_{c28}) \cdot [72 \cdot \exp(-0,046 \cdot f_{c28}) + 75 - \rho_h] \cdot 10^{-6} \cdot \left[ \frac{t - t_0}{t - t_0 + 8,4 \cdot J_m^2} \right]$$

bétons avec fumée de silice :

$$\varepsilon_{rd}(t) = K(f_{c28}) \cdot [72 \cdot \exp(-0,046 \cdot f_{c28}) + 75 - \rho_h] \cdot 10^{-6} \cdot \left[ \frac{t - t_0}{t - t_0 + 8,4 \cdot J_m^2} \right]$$

$$\varepsilon_{retrait}(t) = \varepsilon_{rd}(t) + \varepsilon_{re}(t)$$

### 1.7.3. Calcul du fluage

bétons sans fumée de silice :

$$\varepsilon_{fp}(t) = 1,4 \cdot \left( \frac{\sigma}{E_{i28}} \right) \left[ \frac{(t-t_1)^{0,5}}{(t-t_1)^{0,5} + 0,4 \cdot \exp\left(3,1 \cdot \left(\frac{f_c(t_1)}{f_{c28}}\right)\right)} \right]$$

$$\varepsilon_{fd}(t) = 3,2 \cdot 1000 \cdot \left( \frac{\sigma}{E_{i28}} \right) [\varepsilon_{rd}(t) - \varepsilon_{rd}(t_1)]$$

bétons avec fumée de silice

$$\varepsilon_{fp}(t) = \left( \frac{3,6}{f_c(t_1)^{0,37}} \right) \left( \frac{\sigma}{E_{i28}} \right) \left[ \frac{(t-t_1)^{0,5}}{(t-t_1)^{0,5} + 0,37 \cdot \exp\left(2,8 \cdot \left(\frac{f_c(t_1)}{f_{c28}}\right)\right)} \right]$$

$$\varepsilon_{fd}(t) = 1000 \cdot \left( \frac{\sigma}{E_{i28}} \right) [\varepsilon_{rd}(t) - \varepsilon_{rd}(t_1)]$$

$$E(t_1) = E_{i28} \cdot \exp[0,5 \cdot s \cdot (1 - (28/t_1)^{0,5})]$$

Avec  $s = 0,38$  pour un ciment à prise lente

= 0,25 pour un ciment normal

= 0,20 pour un ciment à haute résistance

$$\varepsilon_{fluage}(t) = \varepsilon_{fp}(t) + \varepsilon_{fd}(t) + \frac{\sigma}{E(t_1)}$$

$$J(t) = \frac{\varepsilon_{fluage}(t)}{\sigma}$$

---

## 2. Courbe de dégagement de chaleur du béton

Les données ci-après caractéristiques du béton étudié ont été obtenues lors d'un essai d'enregistrement de la quantité de chaleur dégagée dans le béton au cours de son durcissement en condition adiabatique au Laboratoire Magnel à Gand. La colonne A représente le temps écoulé en heure depuis le début des mesures (5 minutes après le gâchage), la colonne B, la température (°C) enregistrée dans le béton au moyen de thermocouples et la colonne C, la température initiale dans le béton au début des mesures. C'est ce listing qui est implémenté dans le module TEXO de CESAR-LCPC pour le calcul du degré d'hydratation et qui fait office de courbe QAB.

A	B	C
0.	18.42	18.42
1.	19.06	18.42
2.	19.36	18.42
3.	19.58	18.42
4.	19.68	18.42
5.	19.88	18.42
6.	19.98	18.42
7.	20.22	18.42
8.	20.56	18.42
9.	21.1	18.42
10.	21.94	18.42
11.	23.54	18.42
12.	26.2	18.42
13.	30.18	18.42
14.	35.5	18.42
15.	41.16	18.42
16.	45.68	18.42
17.	48.9	18.42
18.	51.58	18.42
19.	53.8	18.42
20.	55.6	18.42
21.	57.2	18.42
22.	58.62	18.42
23.	59.78	18.42
24.	60.9	18.42
25.	61.92	18.42
26.	62.76	18.42
27.	63.52	18.42
28.	64.2	18.42
29.	64.8	18.42
30.	65.32	18.42
31.	65.7	18.42
32.	66.14	18.42
33.	66.4	18.42
34.	66.74	18.42

---

35.	66.96	18.42
36.	67.2	18.42
37.	67.4	18.42
38.	67.56	18.42
39.	67.74	18.42
40.	67.9	18.42
41.	68.06	18.42
42.	68.1	18.42
43.	68.3	18.42
44.	68.36	18.42
45.	68.46	18.42
46.	68.56	18.42
47.	68.7	18.42
48.	68.72	18.42
49.	68.8	18.42
50.	68.92	18.42
51.	68.98	18.42
52.	69.06	18.42
53.	69.14	18.42
54.	69.22	18.42
55.	69.24	18.42
56.	69.26	18.42
57.	69.34	18.42
58.	69.38	18.42
59.	69.36	18.42
60.	69.4	18.42
61.	69.46	18.42
63.	69.5	18.42
65.	69.54	18.42
67.	69.58	18.42
69.	69.6	18.42
71.	69.68	18.42
73.	69.7	18.42
75.	69.7	18.42
77.	69.68	18.42
79.	69.76	18.42
81.	69.7	18.42
83.	69.76	18.42
85.	70.04	18.42
87.	70.06	18.42
89.	70.08	18.42
91.	70.08	18.42
93.	70.08	18.42
95.	70.08	18.42
97.	70.08	18.42
99.	70.08	18.42
101.	70.08	18.42

### 3. Evolution des contraintes dans le pont-bac instrumenté (graphiques Excel)

HR = 70%,  $(\Delta P/P)_0 = 0,5$  % et avec humidification

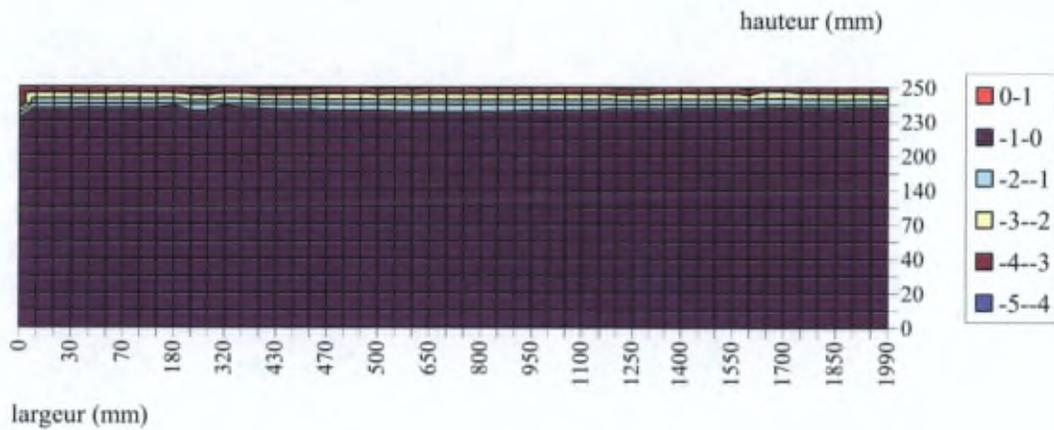


Figure F.3.1 Contraintes dans la dalle en t = 2,25j

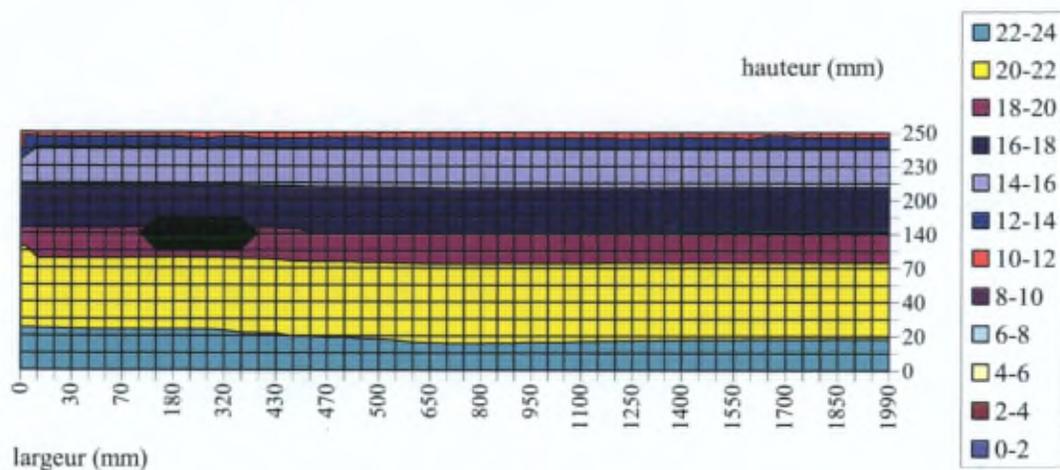


Figure F.3.2 Contraintes dans la dalle en  $t = 2,6j$

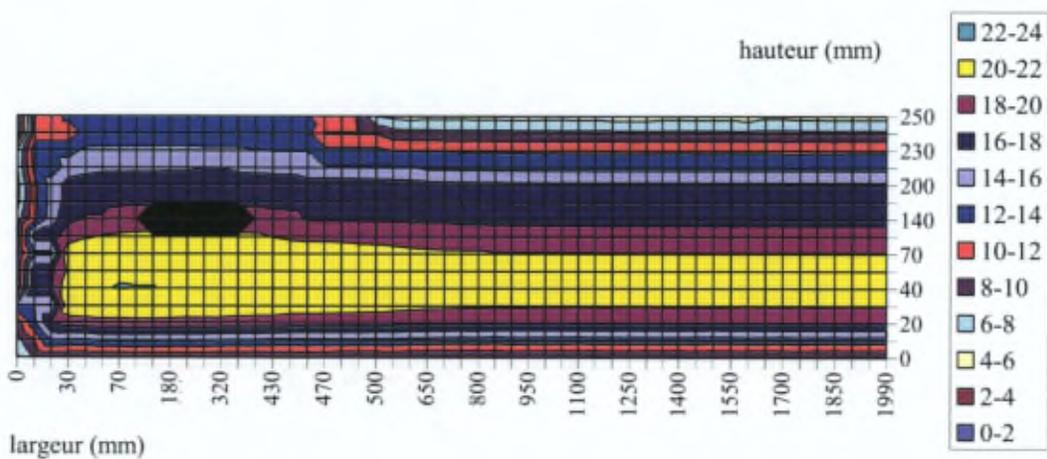


Figure F.3.3 Contraintes dans la dalle en  $t = 42,37j$

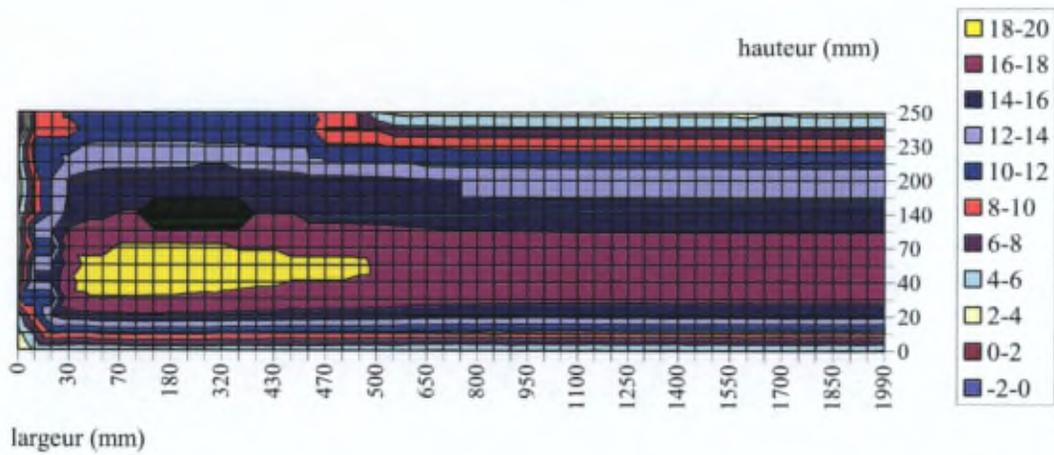


Figure F.3.4 Contraintes dans la dalle en  $t = 45j$

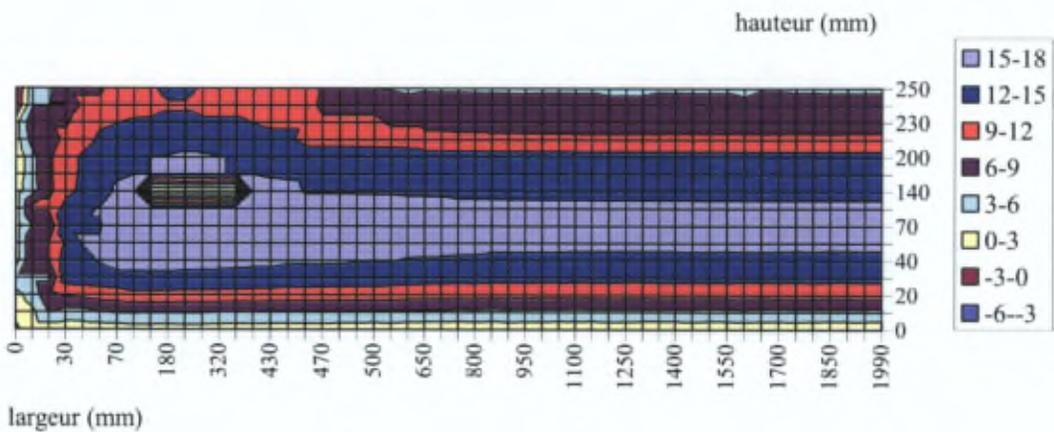


Figure F.3.5 Contraintes dans la dalle en  $t = 124,2j$

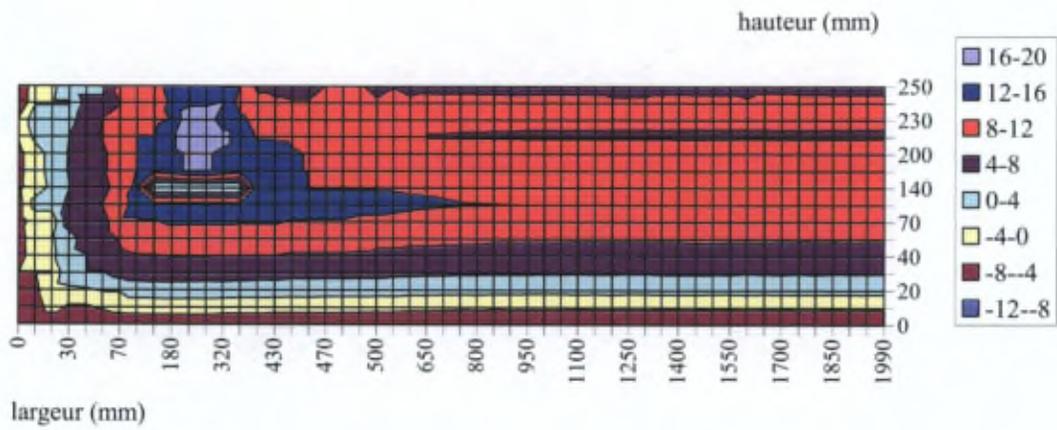


Figure F.3.6 Contraintes dans la dalle en  $t = 306,32j$

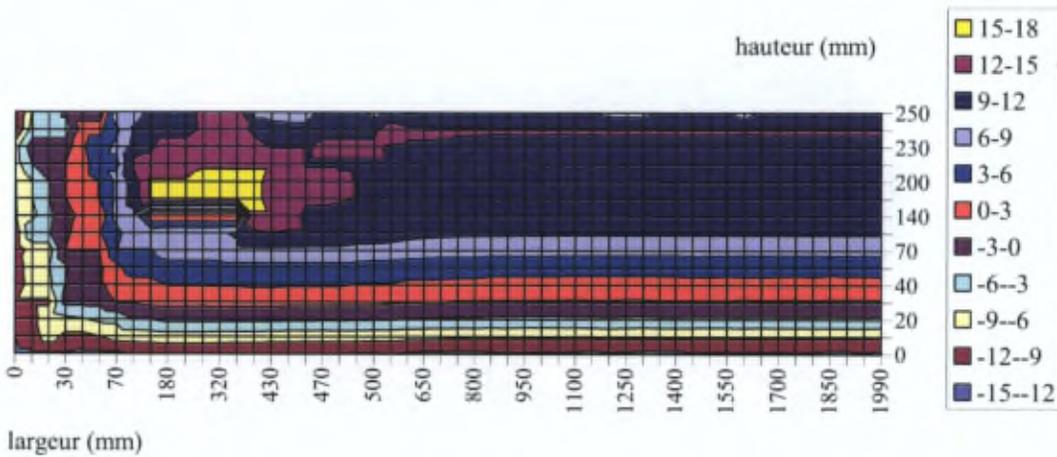


Figure F.3.7 Contraintes dans la dalle en  $t = 1000j$

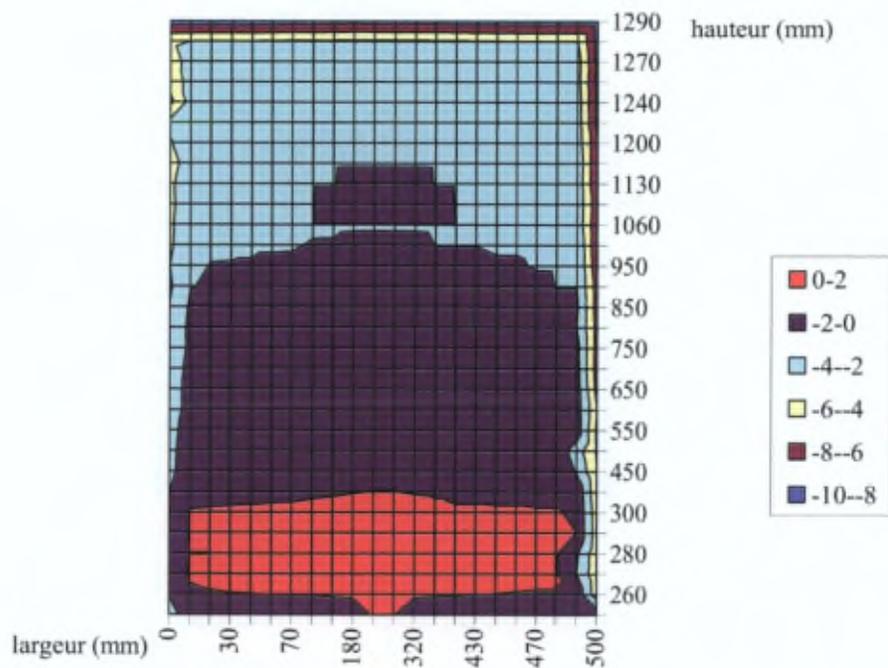


Figure F.3.8 Contraintes dans la membrure en  $t = 5,59j$

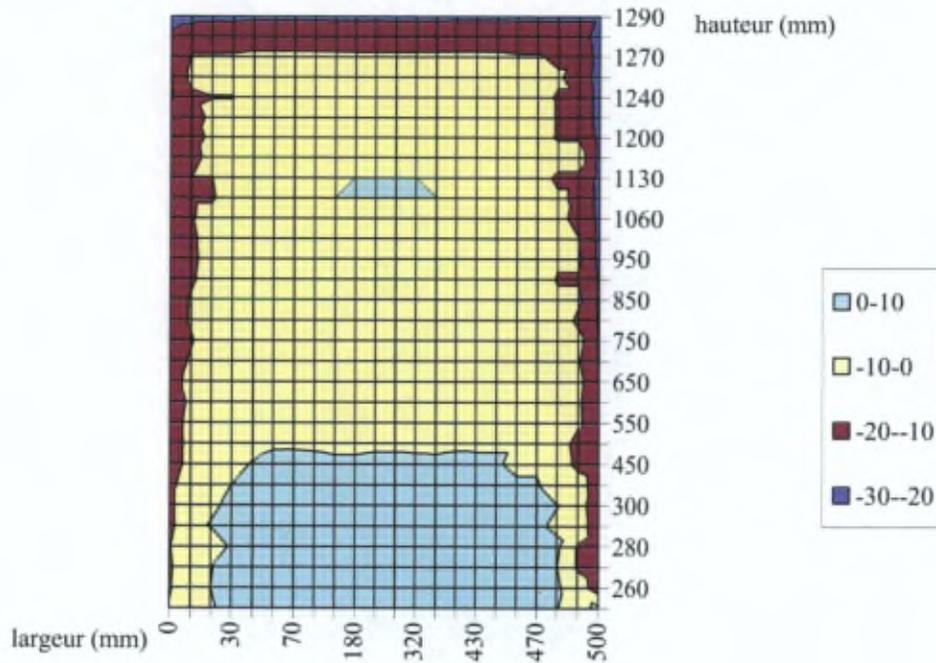


Figure F.3.9 Contraintes dans la membrure en  $t = 42,37j$

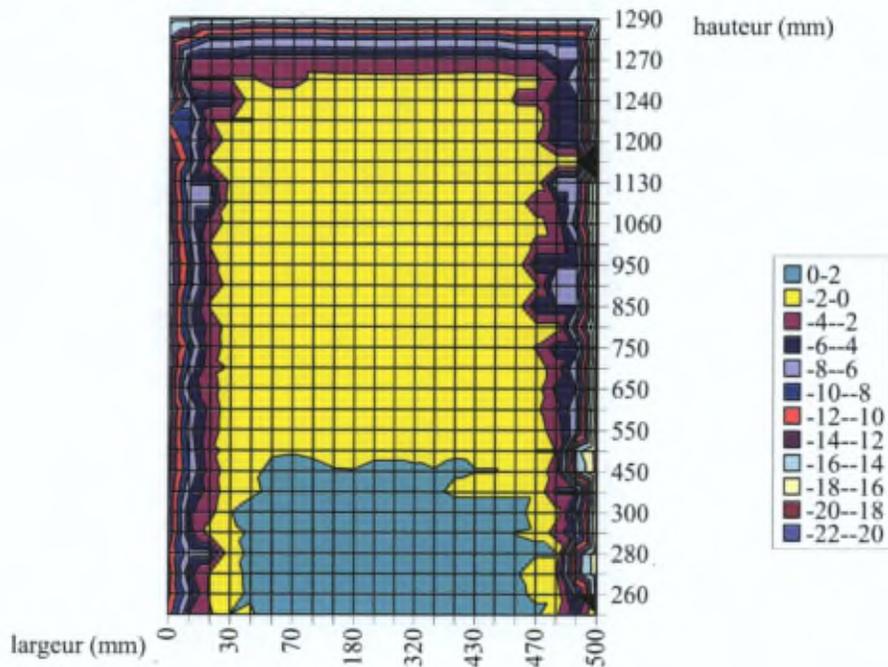


Figure F.3.10 Contraintes dans la membrure en  $t = 45j$  (juste avant l'imperméabilisation)

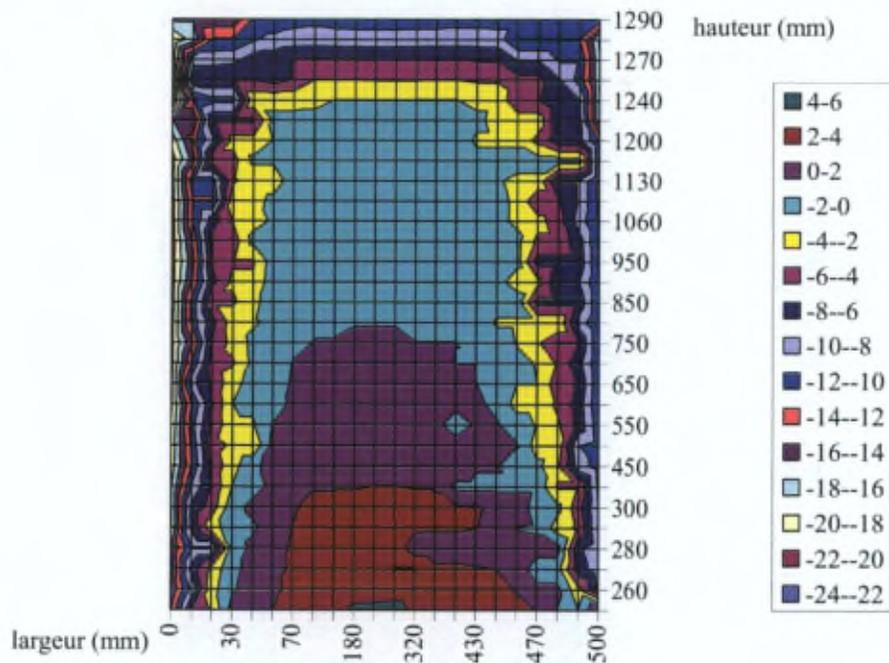


Figure F.3.11 Contraintes dans la membrure en  $t = 124,2j$  (bien après l'imperméabilisation)

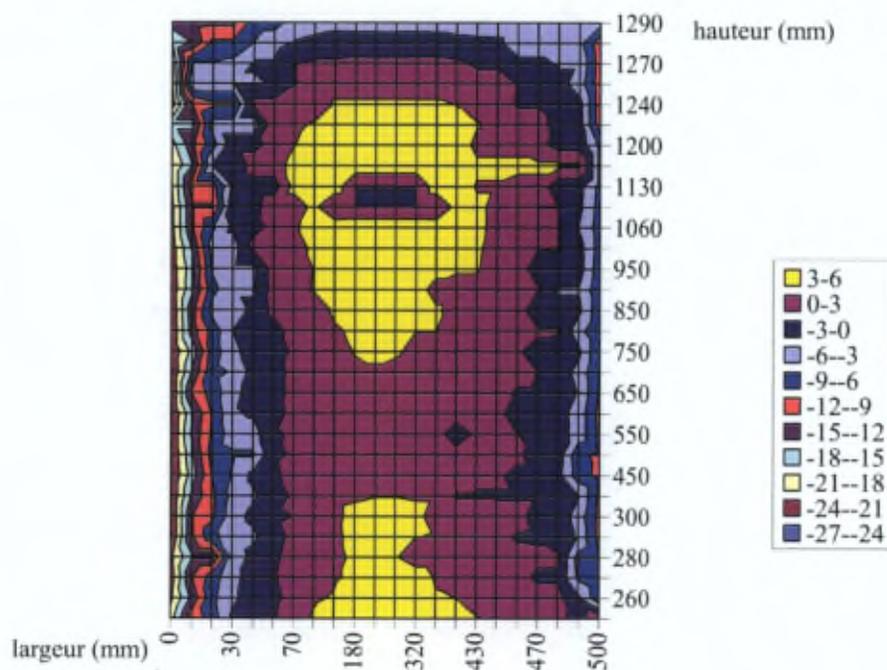


Figure F.3.12 Contraintes dans la membrure en  $t = 306,32j$

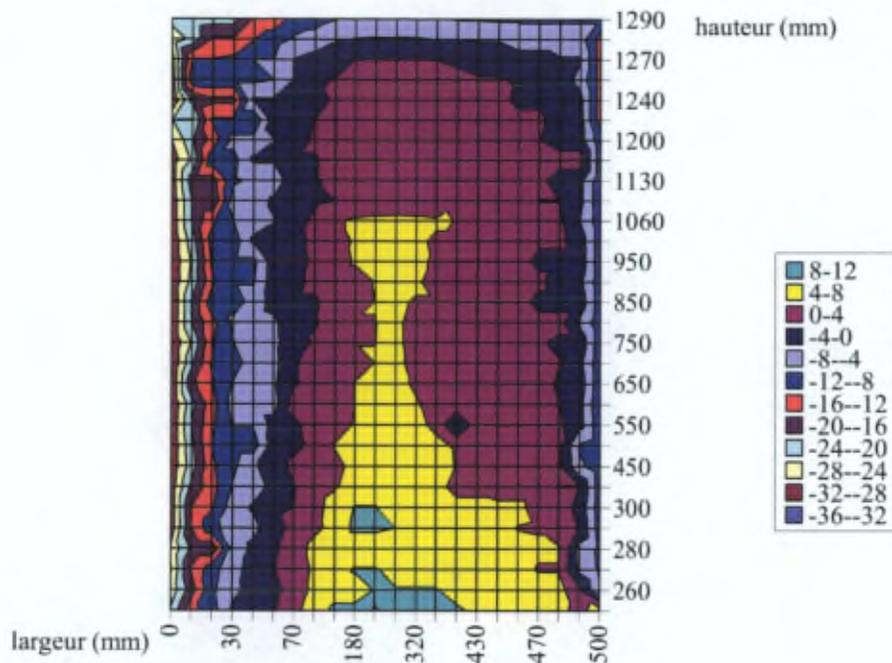


Figure F.3.13 Contraintes dans la membrure en  $t = 1000j$

