

**INFLUENCE DE LA POLITIQUE MONETAIRE SUR LE
PRIX DES ACTIFS FINANCIERS :
LES ENSEIGNEMENTS D'UN MODELE *MIU*
APPLIQUE A LA FED**

**IMPACT OF MONETARY POLICY ON ASSET
PRICES : LESSONS FROM A *MIU* MODEL APPLIED
TO THE FED**

**CHRISTIAN AUBIN, IBRAHIMA DIOUF
ET DOMINIQUE PEPIN***

RESUME:

Un modèle d'évaluation des actifs financiers basé sur la consommation et la monnaie est développé pour mettre en évidence l'influence de la politique monétaire sur la prime de risque, le taux d'intérêt sans risque et la volatilité du prix des actions. Appliquée à la Réserve fédérale des Etats-Unis, l'analyse montre que la politique monétaire peut avoir un impact déséquilibrant sur le prix des actifs. Lorsque l'équilibre existe, elle n'a qu'une influence réduite sur la prime de risque et ne permet une réduction de la volatilité du prix réel des actions que si les agents ont une « préférence » pour la liquidité très faible. Aussi importe-t-il que cette préférence soit limitée, afin que l'objectif de stabilisation macroéconomique coïncide avec celui de stabilisation financière.

ABSTRACT:

A tractable consumption-based and money-based asset pricing model is built to relate in closed form the risk premium, the risk free rate and the volatility of asset price to parameters of monetary policy. When applied to the Fed, the analysis shows that the monetary policy may have a destabilizing impact on asset prices. When equilibrium exists, the monetary policy contributes little to the equity premium, and does reduce the volatility of equity price only if the representative agent has a low preference for liquidity. As a result, this preference should be low, in order that objectives of macroeconomic and financial stabilization match up.

KEYWORDS: asset pricing, monetary policy, money-in-utility, Federal Reserve System.

* CRIEF, Université de Poitiers.

INTRODUCTION

La politique monétaire influence-t-elle le prix des actions, et avec quelle intensité ? La volatilité des taux courts, provoquée par les variations de taux directeurs des Banques centrales, exerce-t-elle une influence significative sur la volatilité du prix des actifs financiers et sur la prime de risque ? De nombreux auteurs ont analysé empiriquement l'influence de la politique monétaire sur le prix des actions (Patelis, 1997 ; Conover et al., 1999 ; Bomfim, 2003 ; Rigobon et Sack, 2004 ; Bernanke et Kuttner, 2005). Leurs travaux reposent cependant sur des méthodes sans fondements microéconomiques et ne permettent pas de comprendre comment changerait la réaction des prix d'actifs en cas de modification de la règle ou des paramètres de politique monétaire. Pour le comprendre, il faut s'appuyer sur l'analyse empirique de modèles d'évaluation avec monnaie (*monetary asset pricing models*).

Divers modèles de ce type ont été proposés dans la littérature. Une première catégorie, les modèles *MIU* (*Money-In-Utility*), suit une tradition ancienne en économie monétaire, en introduisant directement les encaisses réelles dans la fonction d'utilité¹. Une deuxième catégorie, les modèles à contrainte d'encaisse préalable, fait naître la demande de monnaie du besoin de disposer au préalable de l'encaisse nécessaire aux achats de biens². Une troisième catégorie de modèles repose sur l'hypothèse que la détention d'encaisse réelle réduit les coûts de consommation³. Enfin, il faut aussi noter l'apparition ces dernières années de modèles nouveaux keynésiens ou modèles dynamiques et stochastiques d'équilibre général (DSGE) intégrant des considérations d'*asset pricing*⁴.

L'analyse théorique de ces différents types de modèles permet de conclure à l'existence théorique d'un effet de la politique monétaire sur la prime de risque et le taux d'intérêt réel. Les rares applications empiriques concluent au faible pouvoir explicatif de la monnaie. Ainsi, Labadie (1989), Giovannini et Labadie (1991) et Boyle et Peterson (1995) montrent qu'incorporer la monnaie via une contrainte d'encaisse préalable dans les modèles d'évaluation ne permet pas d'améliorer de façon significative l'explication de la prime de risque. Grishchenko (2011) montre que les modèles de type *MIU* ne parviennent pas non plus à expliquer l'importante prime de risque observée sur données américaines. Les modèles nouveaux keynésiens concluent aussi au faible pouvoir explicatif de la politique monétaire dans l'explication de la prime de risque (Wei, 2009). Il faudrait que la dépendance de la dynamique économique aux chocs monétaires soit vraiment très forte pour que

¹ Cf. Leroy (1984a, 1984b), Stulz et Wasserfallen (1985), Danthine et Donaldson (1986), Stulz (1986), Bakshi et Chen (1996), Grishchenko (2011).

² Voir Lucas (1982), Svensson (1985) et Lucas et Stockey (1987) pour les fondements théoriques de ces modèles et, entre autres, Labadie (1989), Giovannini et Labadie (1991), Boyle et Peterson (1995), Bansal et Coleman (1996) et Boyle et Young (1999) pour des simulations de versions paramétrées de ces modèles.

³ Les bases de ces modèles sont discutées par Feenstra (1986) ; Marshall (1992) en développe une version empirique.

⁴ Cf. Wei (2009), De Paoli et al. (2010) et Challe et Giannitsarou (2012).

ces derniers puissent expliquer la prime de risque (Wei, 2009 et De Paoli et al., 2010).

A l'exception de Grishchenko (2011), ces différentes versions empiriques de modèles d'évaluation monétaires reposent sur l'hypothèse d'une fonction d'utilité des agents qui ne dépend pas de leur encaisse réelle ou qui est une fonction séparable de cette encaisse et de la consommation des agents. Du coup, la monnaie n'a pas d'influence sur la perception du risque⁵. Tout au contraire, nous proposons de développer une version paramétrée d'un modèle d'équilibre général de type *MIU*, reposant sur une fonction d'utilité non séparable de l'encaisse réelle et de la consommation, qui permet d'analyser et de mesurer l'influence de la politique monétaire sur la prime de risque, le taux d'intérêt réel et la volatilité du prix réel des actions à travers le canal de la perception du risque⁶. La simulation de ce modèle sur données américaines indique que la politique monétaire peut affecter l'équilibre des marchés financiers mais avec des effets contrastés selon les valeurs des paramètres. Elle peut être, dans certains cas, déséquilibrante. Lorsqu'elle ne l'est pas, son influence sur la prime de risque est négligeable et celle qu'elle exerce sur la volatilité du prix réel des actions dépend fortement des préférences des agents et des caractéristiques de la politique monétaire elle-même.

La présentation de la version paramétrée du modèle *MIU* constitue l'objet de la première section. La deuxième section est consacrée à une application du modèle à travers des simulations permettant d'apprécier l'impact potentiel et effectif de la politique monétaire de la Réserve fédérale sur le marché américain des actions. La dernière section conclut et discute des limites du modèle.

1. DEMANDE DE MONNAIE ET EVALUATION DES ACTIFS FINANCIERS DANS UN MODELE *MIU*

Considérons une économie d'échange avec agent représentatif où l'unique actif produit, en quantité y_t à chaque date t , sans travail, l'unique bien de consommation non stockable. Les agents détiennent de la monnaie pour les services qu'elle leur rend, affectant leur fonction d'utilité. Les marchés financiers permettent aux agents de s'échanger des parts de l'action (on suppose conventionnellement qu'une seule action représente la propriété de l'actif), d'émettre et de souscrire des contrats financiers. Sans perte de généralité, nous restreignons ces contrats à des obligations zéro-coupon. On note q_t le prix réel (le bien de consommation servant de

⁵ Les modèles d'encaisse préalable et les modèles DSGE exploitent d'autres voies d'influence de la politique monétaire sur le prix des actions, à travers respectivement la taxe inflationniste et les rigidités de prix et de salaires.

⁶ Notre modèle est proche de celui de Grishchenko (2011), qui est à notre connaissance la seule autre application empirique d'un modèle *MIU* avec fonction d'utilité non séparable. Notre modèle se distingue du sien dans la mesure où nous considérons une économie d'échange alors qu'elle considère une économie de production sans aucune rigidité, ce qui a pour effet notoire de réduire la capacité prédictive de la prime de risque et d'autres variables financières. Par ailleurs, la résolution d'un modèle d'économie de production requiert l'utilisation de méthodes numériques, sous des conditions approximatives de linéarisation et de limitation des risques, dont l'effet sur les résultats reste à déterminer.

numéraire) de l'action à la date t , la production y_{t+1} étant versée comme dividende (réel) en $t+1$ pour la détention de l'actif sur la période $[t, t+1]$. Le prix de l'action et le dividende peuvent aussi être exprimés en termes monétaires, en les multipliant par P_t , le prix du bien de consommation. L'agent représentatif a la possibilité d'investir dans des obligations sans risque nominal et dans des obligations sans risque réel. Les premières sont des obligations zéro-coupon qui versent une unité monétaire en $t+1$, de prix (monétaire) égal à $1/i_t$ à leur émission en t , où i_t désigne l'intérêt (brut) nominal sans risque sur la période $[t, t+1]$. Les secondes sont des obligations zéro-coupon qui versent une unité du bien de consommation en $t+1$, de prix réel égal à $1/r_t$ à leur émission en t , où r_t désigne l'intérêt (brut) réel sans risque sur la période $[t, t+1]$. b_{t-1} désigne le nombre d'obligations sans risque nominal, b_{t-1}^r le nombre d'obligations sans risque réel, et n_{t-1} le nombre d'actions que l'agent représentatif a acquis au début de la période $t-1$. M_{t-1} est l'encaisse monétaire dont il hérite de la période précédente, augmentée d'un transfert forfaitaire T_t qu'il reçoit des autorités monétaires au début de la période t . c_t désigne la quantité de biens qu'il consomme. La contrainte budgétaire de l'agent représentatif s'écrit alors :

$$\frac{M_{t-1}}{P_t} + \frac{T_t}{P_t} + \frac{b_{t-1}}{P_t} + b_{t-1}^r + n_{t-1}(q_t + y_t) = \frac{M_t}{P_t} + \frac{b_t}{P_t i_t} + \frac{b_t^r}{r_t} + n_t q_t + c_t \quad (1)$$

Les conditions d'équilibre des marchés sont : $y_t = c_t$ (toute la production est consommée), $n_t = 1$ (il n'y a qu'une seule action), $b_t = 0$, $b_t^r = 0$ (l'offre nette d'obligations est nulle), et $M_{t-1} + T_t = M_t$ (la monnaie offerte est égale à la monnaie demandée).

On suppose que l'agent représentatif possède une fonction d'utilité intertemporelle du type :

$$V_t = E_t \left[\sum_{i=0}^{\infty} \beta^i U(c_{t+i}, m_{t+i}) \right]$$

où β est le facteur d'escompte ($0 < \beta < 1$) et $m_t = \frac{M_t}{P_t}$ représente l'encaisse réelle.

Les conditions du premier ordre de maximisation de cette fonction par rapport à n_t, b_t, b_t^r et m_t sous la contrainte (1) sont⁷ :

$$E_t \left[-U_c(c_t, m_t) q_t + \beta U_c(c_{t+1}, m_{t+1}) (q_{t+1} + y_{t+1}) \right] = 0, \quad (2a)$$

⁷ U_x représente la dérivée de U par rapport à l'argument x .

$$E_t \left[-U_c(c_t, m_t) \frac{1}{P_t i_t} + \beta U_c(c_{t+1}, m_{t+1}) \frac{1}{P_{t+1}} \right] = 0, \quad (2b)$$

$$E_t \left[-U_c(c_t, m_t) \frac{1}{r_t} + \beta U_c(c_{t+1}, m_{t+1}) \right] = 0, \quad (2c)$$

$$E_t \left[U_m(c_t, m_t) - U_c(c_t, m_t) + \beta U_c(c_{t+1}, m_{t+1}) \frac{P_t}{P_{t+1}} \right] = 0. \quad (2d)$$

Les équations (2a) et (2c) correspondent aux équations d'Euler classiques du CCAPM (Rubinstein, 1976 et Lucas, 1978), généralisées pour prendre en compte l'effet de l'encaisse réelle sur l'utilité, les équations (2b) et (2d) correspondant aux équations d'Euler supplémentaires liées à l'incorporation dans le modèle de l'actif sans risque nominal et de l'encaisse réelle. L'équation (2b), qui peut être réécrite $E_t \left[\beta \frac{U_c(c_{t+1}, m_{t+1})}{U_c(c_t, m_t)} \frac{P_t}{P_{t+1}} i_t \right] = 1$, établit l'existence d'un lien entre le taux court (fixé par les autorités monétaires) et le taux d'inflation. En tenant compte de (2b), l'équation (2d) peut être réécrite comme :

$$U_m(c_t, m_t) = U_c(c_t, m_t) \frac{i_t - 1}{i_t}. \quad (3)$$

L'agent représentatif accumule l'encaisse réelle jusqu'au point où l'utilité marginale de l'encaisse égale l'utilité marginale de la consommation multipliée par le coût d'opportunité associé à la détention de la monnaie, $(i_t - 1)/i_t$ (la valeur actualisée du rendement de l'obligation sans risque nominal).

On tire de (2a) et (2c) le prix (réel) de l'action et le taux d'intérêt réel :

$$q_t = E_t \left[\beta \frac{U_c(c_{t+1}, m_{t+1})}{U_c(c_t, m_t)} (q_{t+1} + y_{t+1}) \right], \quad (4)$$

$$\frac{1}{r_t} = E_t \left[\beta \frac{U_c(c_{t+1}, m_{t+1})}{U_c(c_t, m_t)} \right]. \quad (5)$$

Sous hypothèse de séparabilité de la fonction d'utilité, c'est-à-dire si la dérivée croisée $U_{cm}(c_{t+i}, m_{t+i})$ est nulle, le facteur d'actualisation stochastique

$\beta \frac{U_c(c_{t+1}, m_{t+1})}{U_c(c_t, m_t)}$ ne dépend pas de l'encaisse réelle. Alors, le prix réel q_t de

l'action et le taux sans risque réel r_t ne sont pas liés au niveau d'encaisse réelle, et la politique monétaire est sans effet sur le prix des actifs financiers (Leroy, 1984a). L'hypothèse de non-séparabilité de la fonction d'utilité est donc nécessaire pour justifier tout effet de la politique monétaire sur le prix des actions et le taux d'intérêt réel. Pour que la politique monétaire ne soit pas financièrement neutre, il faut qu'elle affecte le facteur d'actualisation stochastique, influençant q_t et r_t à travers son effet sur la rémunération du risque.

Si on suppose que la condition limite $\lim_{j \rightarrow +\infty} E_t \left[\beta^j \frac{U_c(c_{t+j}, m_{t+j})}{U_c(c_t, m_t)} y_{t+j} \right] = 0$ est vérifiée, l'équation de récurrence stochastique (4) admet la solution :

$$q_t = E_t \left[\sum_{j=1}^{\infty} \beta^j \frac{U_c(c_{t+j}, m_{t+j})}{U_c(c_t, m_t)} y_{t+j} \right] \quad (6)$$

Supposons, à l'instar de Boyle (1990) ou Grishchenko (2011)⁸, que la fonction d'utilité de l'agent représentatif est une fonction non séparable de la consommation et de la monnaie du type suivant :

$$U(c_{t+i}, m_{t+i}) = \frac{1}{1-\gamma} (c_{t+i}^{1-\theta} m_{t+i}^{\theta})^{1-\gamma} \quad 0 < \theta < 1 \quad \text{et} \quad \gamma > 1. \quad (7)$$

Le paramètre γ peut être interprété comme un coefficient d'aversion au risque (Stulz et Wasserfallen, 1985 ; Stulz, 1986 ; Grishchenko, 2011). Comme Leroy (1984a) l'a indiqué, l'utilité marginale de la consommation doit être une fonction décroissante de l'encaisse réelle ; le signe de la dérivée seconde $U_{cm}(c_{t+i}, m_{t+i})$ est donc négatif, ce qui explique la condition $\gamma > 1$. Le paramètre θ mesure la part constante de la thésaurisation dans les revenus non placés sur actifs à chaque période et donc répartis entre dépense de consommation et encaisse réelle. Il représente la « préférence » pour la liquidité.

Si la fonction d'utilité prend la forme (7), les équations (3), (5) et (6) se réécrivent :

$$m_t = \left(\frac{\theta}{1-\theta} \right) c_t \left(\frac{i_t}{i_t - 1} \right), \quad (8)$$

$$\frac{1}{r_t} = E_t \left[\beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{\theta\gamma - \theta - \gamma} \left(\frac{m_{t+1}}{m_t} \right)^{\theta(1-\gamma)} \right], \quad (9)$$

⁸ Chez Grishchenko (2011), l'encaisse réelle apparaissant dans la fonction d'utilité est l'encaisse déjà acquise. Cela conduit à une équation de demande de monnaie différente.

$$q_t = E_t \left[\sum_{j=1}^{\infty} \beta^j \left(\frac{c_{t+j}}{c_t} \right)^{\theta\gamma - \theta - \gamma} \left(\frac{m_{t+j}}{m_t} \right)^{\theta(1-\gamma)} y_{t+j} \right]. \quad (10)$$

L'équation (8) est une équation de demande de monnaie. La demande d'encaisse réelle dépend de la demande de consommation, du seul paramètre θ et du coût d'opportunité associé à l'accumulation d'encaisse réelle. Les équations (9) et (10) montrent qu'en influençant le niveau d'encaisse réelle détenue dans l'économie, les autorités monétaires provoquent des variations du prix réel des actions et du taux d'intérêt réel. Compte tenu de (8), en notant $h_t = i_t/(i_t - 1)$, (9) et (10) peuvent être réécrites comme des fonctions du taux court :

$$\frac{1}{r_t} = E_t \left[\beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} \left(\frac{h_{t+1}}{h_t} \right)^{\theta(1-\gamma)} \right], \quad (11)$$

$$q_t = E_t \left[\sum_{j=1}^{\infty} \beta^j \left(\frac{c_{t+j}}{c_t} \right)^{-\gamma} \left(\frac{h_{t+j}}{h_t} \right)^{\theta(1-\gamma)} y_{t+j} \right]. \quad (12)$$

D'après (11) et (12), la politique monétaire influe sur le prix des actifs financiers à travers le risque de taux d'intérêt. Si les autorités monétaires mènent une politique de taux constant ($i_{t+j} = i_t \forall j \Leftrightarrow h_{t+j} = h_t \forall j$), ces équations se simplifient et se réduisent aux équations classiques du CCAPM.

Suivant la tradition des modèles DSGE, nous faisons l'hypothèse que le Banquier central fixe le taux court nominal i_t (et donc h_t), l'offre de monnaie étant endogène. Notons $x_{t+1} = y_{t+1}/y_t$ et $z_{t+1} = h_{t+1}/h_t$, et faisons l'hypothèse que la dynamique de $'(\ln x_t, \ln z_t)$ est celle d'un processus bivarié stationnaire gaussien⁹ non autocorrélé¹⁰, d'espérance¹¹ $'(\mu_x, 0)$ et de matrice de variances-covariances égale à $\Omega = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_z^2 \end{pmatrix}$, où $\sigma_{xz} = \rho\sigma_x\sigma_z$, ρ désignant le coefficient de corrélation. Si la politique monétaire est contra-cyclique, le lien entre la

⁹ L'hypothèse de lognormalité est commune dans les modèles d'*asset pricing*, même si l'on sait qu'elle n'est jamais statistiquement vérifiée. C'est ici particulièrement évident dans le cas de la variable aléatoire h_t , qui est toujours supérieure ou égale à 1 si le taux court ne peut être négatif, et qui ne peut ainsi suivre une loi lognormale puisqu'elle a une probabilité nulle d'être comprise entre 0 et 1.

¹⁰ Plus précisément, on suppose que $\ln z_t$ et $\ln h_t$ sont indépendantes de toute variable passée. En conséquence, h_t et z_t ne dépendent pas de y_{t-1} .

¹¹ L'espérance de $\ln z_t$ est supposée nulle. Dans le cas contraire, le taux d'intérêt suivrait en l'absence de chocs une tendance haussière ou baissière (selon le signe de l'espérance). Comme cela n'a aucun sens et que la moyenne de $\ln z_t$ sur l'échantillon n'est pas significativement différente de 0, cela justifie l'hypothèse de nullité de l'espérance de $\ln z_t$.

INFLUENCE DE LA POLITIQUE MONETAIRE SUR LE PRIX DES ACTIFS FINANCIERS :
LES ENSEIGNEMENTS D'UN MODELE MIU APPLIQUE A LA FED

consommation et le taux court doit être positif, les autorités monétaires relevant le taux court en cas de hausse de la consommation, et le baissant dans le cas contraire. Le coefficient ρ doit alors être négatif, puisqu'à une corrélation positive entre i_{t+1} et x_{t+1} correspond une corrélation négative entre h_{t+1} et x_{t+1} .

Ces hypothèses stochastiques permettent d'identifier les deux paramètres de la politique monétaire : ρ et σ_z . Le premier mesure le degré de contra-cyclicité et le second le degré d'incertitude de la politique monétaire. Ces hypothèses étant posées, nous pouvons en déduire les propriétés essentielles du modèle (les démonstrations sont en annexe).

Théorème 1 : à l'équilibre, le prix réel de l'action est une fonction homogène de degré 1 du dividende :

$$q_t = a y_t, \quad (13)$$

avec :

$$a = \frac{\exp \Xi}{1 - \exp \Xi}$$

où

$$\Xi = \ln \beta + (1 - \gamma)\mu_x + \frac{1}{2}(1 - \gamma)^2 [\sigma_x^2 + \theta^2 \sigma_z^2 + 2\theta\rho\sigma_x\sigma_z]. \quad (14)$$

Pour que l'équilibre existe, il faut que prix réel de l'action q_t soit positif et donc que le terme a le soit aussi, ce qui est vérifié si Ξ est négatif.

La relation (13) permet d'exprimer la variance du prix réel de l'action :

$$V(q_t) = a^2 V(y_t). \quad (15)$$

L'influence de la politique monétaire sur la volatilité du prix des actions peut alors être évaluée à travers l'influence des paramètres ρ et σ_z sur le coefficient a .

On observe d'abord que $\partial \Xi / \partial \rho = (1 - \gamma)^2 \theta \sigma_x \sigma_z > 0$. Puisque $\partial a / \partial \Xi > 0$, on en déduit que a est une fonction croissante de ρ . La volatilité du prix réel de l'action dépend positivement du degré de pro-cyclicité de la politique monétaire. Ainsi, plus cette dernière est contra-cyclique et moins le prix des actions est volatil. Cela s'explique ainsi : la volatilité du prix est moins forte en cas de politique contra-cyclique car la variation du prix consécutive à une variation du dividende (c'est-à-dire le paramètre a) est elle-même moins forte. Cela tient au fait que l'agent représentatif a tendance à être moins bien doté en encaisse réelle lorsqu'il perçoit un dividende plus élevé, et mieux doté lorsque le dividende est plus faible. La variation contra-cyclique de l'encaisse vient alors compenser (au moins)

partiellement la variabilité du dividende, rendant le marché moins sensible à une variation de y_t .

L'influence du second paramètre de politique monétaire n'apparaît clairement que lorsque la politique monétaire est envisagée comme un bruit pur ($\rho = 0$). On observe alors que l'investissement dans les actions est d'autant plus risqué que la politique monétaire est elle-même plus incertaine puisque

$$\left. \frac{\partial \Xi}{\partial \sigma_z} \right|_{(\rho=0)} = (1-\gamma)^2 \theta^2 \sigma_z > 0. \text{ En effet, plus le taux d'intérêt est volatil et plus}$$

l'agent peut se retrouver avec des encaisses très différentes pour un même dividende, ce qui constitue pour lui un accroissement du risque. Lorsque la politique monétaire est contra-cyclique (lorsque $\rho < 0$), l'influence de σ_z sur la volatilité financière est équivoque, puisque la dérivée

$$\frac{\partial \Xi}{\partial \sigma_z} = (1-\gamma)^2 \theta [\theta \sigma_z + \rho \sigma_x]$$

n'est plus forcément positive. En effet, d'un côté, lorsque σ_z augmente, l'incertitude augmente ; mais d'un autre côté, comme la covariance $\rho \sigma_x \sigma_z$ s'élève en valeur absolue, alors l'encaisse réelle tend à être plus élevée lorsque le dividende est faible. La combinaison des deux effets produit un résultat dont l'ampleur et la direction dépendent de la valeur précise des paramètres de l'économie.

Théorème 2 : à l'équilibre, le taux d'intérêt réel est constant et vaut :

$$\ln r = -\ln \beta + \gamma \mu_x - \frac{\gamma^2}{2} \sigma_x^2 - \frac{\theta^2 (1-\gamma)^2}{2} \sigma_z^2 + \gamma \theta (1-\gamma) \rho \sigma_x \sigma_z. \quad (16)$$

Pour $\gamma > 1$, on observe que $\partial \ln r / \partial \rho = \gamma(1-\theta)(1-\gamma)\sigma_x \sigma_z < 0$. Plus la politique monétaire est contra-cyclique et plus le taux d'intérêt réel est élevé. Comme l'encaisse réelle des agents tend à être plus élevée dans les états de la nature correspondant à de moindres dividendes, l'agent est désireux de diminuer son épargne de précaution pour une même valeur du taux d'intérêt. L'équilibre de l'économie requiert un taux d'intérêt plus élevé. Le second paramètre de politique monétaire, σ_z , influence aussi le volume d'épargne de précaution et en conséquence la formation du taux d'intérêt réel, mais de façon variable selon la valeur de l'ensemble des paramètres.

Théorème 3 : à l'équilibre, la prime de risque est constante et vaut :

$$\ln E(R) - \ln r = \gamma \sigma_x^2 + \theta (\gamma - 1) \rho \sigma_x \sigma_z. \quad (17)$$

en notant $R_{t+1} = \frac{q_{t+1} + y_{t+1}}{q_t}$ la rentabilité aléatoire de l'action.

Le premier terme du membre de droite de (17) correspond à la prime de risque classique du CCAPM, et le second terme désigne la prime de risque additionnelle provoquée par la présence de l'encaisse réelle dans la fonction d'utilité. Le montant global de la prime de risque dépend de la volatilité du facteur d'actualisation stochastique, qui vaut $\beta \frac{U_c(c_{t+1}, m_{t+1})}{U_c(c_t, m_t)} = \beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} \left(\frac{h_{t+1}}{h_t} \right)^{\theta(1-\gamma)}$. La moindre

volatilité du facteur d'actualisation stochastique en cas de politique active ($\sigma_z > 0$) implique une prime de risque négative (si bien sûr la politique monétaire est contracyclique). Il est clair alors qu'intégrer la monnaie dans la fonction d'utilité n'aide pas à résoudre l'énigme de la prime de risque¹² mise en évidence par Mehra et Prescott (1985).

Théorème 4 : une politique monétaire active ($\sigma_z \neq 0$) réduit la variance du prix réel des actions si $\theta < -2\rho\sigma_x / \sigma_z$.

L'efficacité de la politique monétaire en termes de réduction de la volatilité financière peut être mesurée en rapportant la variance du prix réel des actions qui découle de la politique monétaire sur celle qui serait observée en l'absence de toute politique active. On définit ainsi un coefficient de volatilité $A = V(q_t) / \hat{V}(q_t)$ avec $V(q_t)$ la variance du prix réel de l'action, fonction de ρ et σ_z , et $\hat{V}(q_t)$ la variance obtenue en posant $\sigma_z = 0$. On a :

$$A = \frac{V(q_t)}{\hat{V}(q_t)} = \frac{a^2}{\hat{a}^2}, \quad (18)$$

où \hat{a} la valeur de a obtenue en posant $\sigma_z = 0$ dans (14).

Une réduction de la volatilité induite par la politique monétaire se traduit par une valeur de A inférieure à 1. Cette situation correspond à $a < \hat{a}$, ce qui équivaut à la condition $\Xi < \hat{\Xi}$, où $\hat{\Xi}$ est obtenu en posant $\sigma_z = 0$. La condition $\Xi < \hat{\Xi}$ équivaut elle-même à $\theta < -2\rho\sigma_x / \sigma_z$. La préférence pour la liquidité ne doit pas être trop élevée pour que la politique monétaire réduise la volatilité du prix réel des actions. On peut aussi montrer que le coefficient γ , s'il n'influence pas le sens de la relation entre volatilité financière et politique monétaire, est un déterminant important de l'ampleur de cette relation : la baisse ou la hausse de la volatilité produite par la politique monétaire sera d'autant plus forte que γ est élevé.

¹² Alors que Labadie (1989) et Giovannini et Labadie (1991) montrent que l'intégration de la monnaie *via* une contrainte d'encaisse préalable conduit à une faible augmentation de la prime de risque, nous montrons que les modèles MIU impliquent une diminution de cette prime.

3. L'INFLUENCE DE LA RESERVE FEDERALE

Quel est l'impact de la politique monétaire de la Réserve fédérale sur le marché des actions américain ? Quelques éléments de réponse à cette question sont apportés ici sur la base du modèle micro-fondé développé dans la section précédente. Dans un premier temps, la capacité potentielle de la Réserve fédérale à influencer le marché des actions est évaluée en montrant comment la prime de risque et la volatilité du prix réel des actions varient en fonction des paramètres de politique monétaire, ρ et σ_z . Dans un second temps, nous simulons l'impact d'une politique monétaire caractérisée par des valeurs des paramètres ρ et σ_z correspondant aux données historiques de la politique conduite par la Fed.

Les paramètres techniques de l'économie (μ_x et σ_x) sont calibrés à partir de deux mesures de consommation annuelle en volume par tête, celle des biens non durables (BND), et celle des biens non durables et des services (BNDS), sur la période 1934-2011. Les résultats sont présentés dans le tableau 1. Le paramètre $\hat{\mu}_x$, très significatif, est plus élevé quand on prend en compte les services dans la mesure de la consommation. Pour les besoins de notre étude, nous avons retenu les valeurs $\mu_x = 0,02$ et $\sigma_x = 0,02$.

TABLEAU 1. ESTIMATION DES PARAMETRES μ_x ET σ_x

Série BND consommation de biens non durables divisée par l'indice des prix des biens non durables et rapportée à la population	$\hat{\mu}_x = 0,0154$ (Statistique-t = 6,43)	$\hat{\sigma}_x = 0,0210$
Série BNDS somme des consommations de biens non durables et de services divisée par l'indice des prix de l'ensemble des dépenses de consommation et rapportée à la population	$\hat{\mu}_x = 0,0228$ (Statistique-t = 12,40)	$\hat{\sigma}_x = 0,0161$

Source des données : US Census Bureau pour la population ; base de données FRED de la Banque de Réserve fédérale de Saint-Louis pour les autres variables.

De façon classique, suivant une pratique remontant au moins à Hansen et Singleton (1983), le facteur d'escompte subjectif β a une valeur élevée ; nous retenons ici $\beta = 0,95$ ¹³.

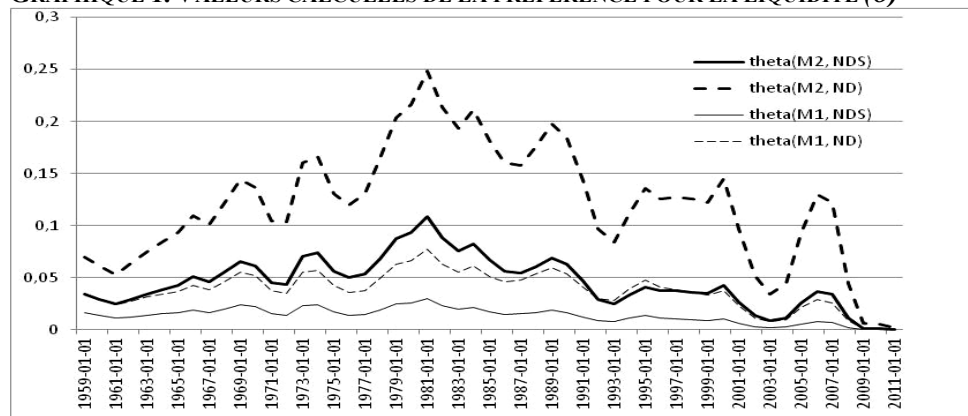
La valeur du paramètre de préférence pour la liquidité (θ) peut être calculée à partir de l'équation de demande de monnaie (8) appliquée sur les données de consommation et de masse monétaire en différents points du temps. Quatre séries ont été calculées en combinant deux mesures possibles de la consommation (biens non durables seules ou biens non durables et services) et deux agrégats de masse monétaire (M1 ou M2). Le graphique 1 montre que, sur la période 1959-2011, le coefficient θ compatible avec les données apparaît relativement faible, variant de

¹³ Les résultats du modèle sont relativement insensibles à une variation de β dans l'intervalle [0,90 ; 0,99].

INFLUENCE DE LA POLITIQUE MONETAIRE SUR LE PRIX DES ACTIFS FINANCIERS :
LES ENSEIGNEMENTS D'UN MODULE MIU APPLIQUE A LA FED

0,002 à 0,25. Les simulations seront faites pour des valeurs de θ comprises entre 0 et 0,25.

GRAPHIQUE 1. VALEURS CALCULEES DE LA PREFERENCE POUR LA LIQUIDITE (θ)



Source des données : base de données FRED de la Banque de Réserve fédérale de Saint-Louis.

En ce qui concerne le coefficient d'aversion au risque γ , les simulations sont effectuées avec des valeurs allant de 1 à 100. Le choix d'un tel intervalle est guidé par les résultats de la littérature sur le paradoxe de la prime de risque qui montrent que seule une très forte aversion au risque peut en rendre compte.

Sur la base du calibrage retenu, nous calculons la prime de risque et l'indicateur de volatilité dans différents scénarios de politique monétaire. Quatre scénarios sont envisagés en combinant deux configurations types pour chaque paramètre caractéristique de cette politique :

- selon le degré de bruit de cette politique, on retient $\sigma_z = 0,1$ (politique monétaire peu bruitée) et $\sigma_z = 0,8$ (politique plus incertaine) ;
- selon le degré de contra-cyclicité, on envisage $\rho = 0$ (politique a-cyclique) et $\rho = -0,7$ (politique fortement contra-cyclique).

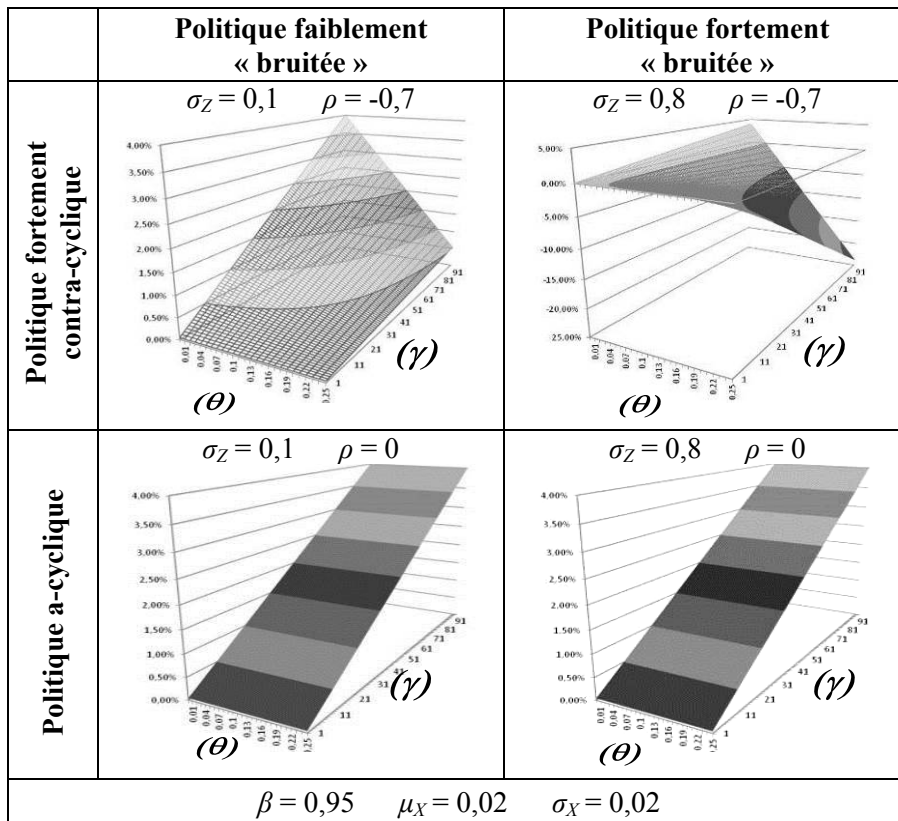
Les résultats des simulations (cf. graphique 2) montrent que l'impact de la politique monétaire dépend très sensiblement de la valeur des paramètres de préférence. Et surtout, il n'est pas exclu que la politique monétaire puisse être déséquilibrante. Pour les valeurs de θ et γ considérées ici, la condition d'équilibre $\Xi < 0$ (cf. Théorème 1) est vérifiée en l'absence d'une politique monétaire active ($\sigma_z = 0$).

En revanche, dès que $\sigma_z > 0$, des conditions doivent être imposées pour qu'un équilibre puisse exister. On voit ces conditions apparaître sur la partie 2b du graphique. Sur 3 des 4 graphes, on observe des pics très élevés, qui correspondent à la frontière $\Xi = 0$. Sur ces frontières, le terme a tend vers l'infini, ainsi que l'indicateur de volatilité Λ , ce qui apparaît approximativement sur le graphe, qui n'est calculé que pour un ensemble discret des valeurs des paramètres. La région

située « avant » ces frontières délimite l'ensemble des valeurs pour lesquelles il y a un équilibre, et la région « derrière » délimite les valeurs pour lesquelles il n'y a plus d'équilibre du fait de la politique monétaire.

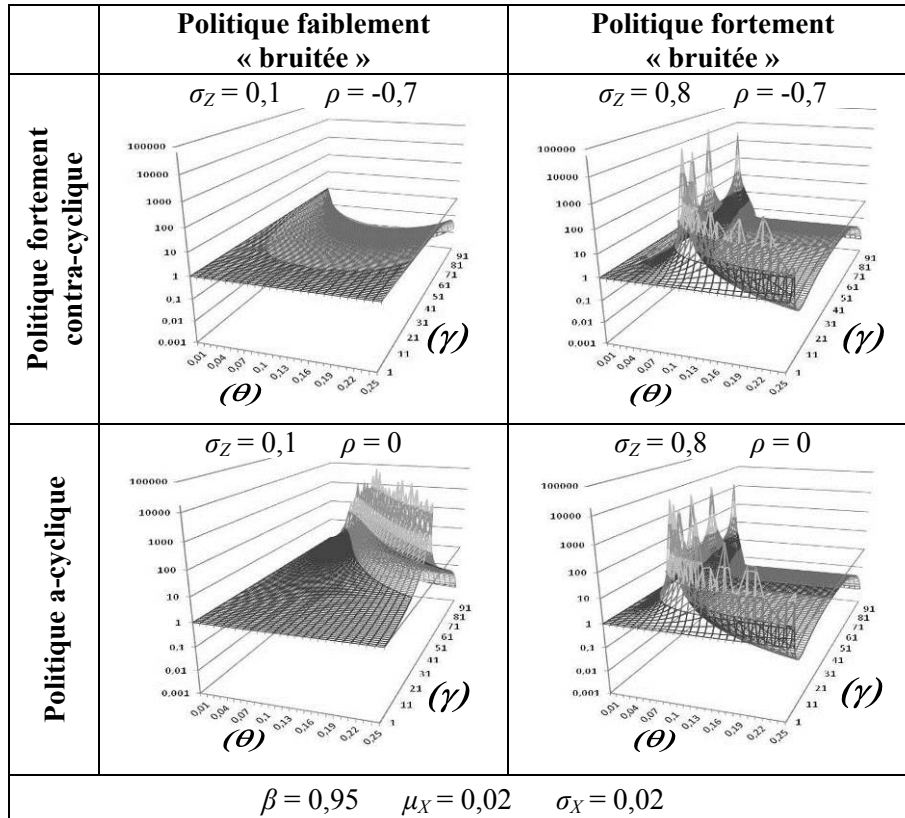
Ensuite, il apparaît que la politique monétaire n'est jamais déséquilibrante si elle est fortement contra-cyclique et peu bruitée ($\sigma_z = 0,1$ et $\rho = -0,7$). Dans ce cas-là, la partie 2a du graphique indique, conformément à l'équation (17), qu'une aversion au risque très élevée est nécessaire pour expliquer la prime de risque, mais d'autant moins élevée que θ est faible. Quant à la partie 2b, elle est cohérente avec l'analyse théorique : la valeur de θ détermine (en cas d'équilibre) si la politique monétaire augmente ou réduit la volatilité, le paramètre γ influant sur l'ampleur de cette augmentation ou de cette réduction. Un rapide calcul indique que la politique monétaire réduit la volatilité si $\theta < 0,28$, ce qui est toujours vérifié.

GRAPHIQUE 2A. SENSIBILITE DE LA PRIME DE RISQUE, $\ln E(R) - \ln r$, A LA POLITIQUE MONETAIRE



INFLUENCE DE LA POLITIQUE MONETAIRE SUR LE PRIX DES ACTIFS FINANCIERS :
LES ENSEIGNEMENTS D'UN MODULE MIU APPLIQUE A LA FED

GRAPHIQUE 2B. SENSIBILITE DU COEFFICIENT DE VOLATILITE λ A LA
POLITIQUE MONETAIRE



Ainsi, sitôt que le degré d'incertitude (σ_z) augmente ou que le degré de contra-cyclicité (ρ) diminue, la politique monétaire peut devenir déséquilibrante, et elle le devient d'autant plus facilement que θ et γ sont élevés. Et même pour des valeurs des paramètres permettant l'existence d'un équilibre, la volatilité peut devenir plus forte du fait de la politique monétaire. La taille des régions caractérisées par une baisse de la volatilité tend à se réduire lorsque le degré d'incertitude augmente et surtout lorsque le degré de contra-cyclicité diminue. Ainsi, pour $\rho = -0,7$, la valeur critique de θ (cf. théorème 4) passe de 0,280 à 0,035 lorsque σ_z varie de 0,1 à 0,7. Lorsque le degré de contra-cyclicité est nulle ($\rho = 0$), la politique monétaire augmente forcément la volatilité.

Ces quelques simulations réalisées à partir d'un calibrage des paramètres sur les données américaines révèlent l'importance d'une politique monétaire bien « compréhensible » ou peu bruitée (σ_z faible) et suffisamment contra-cyclique. Il est alors particulièrement intéressant de se demander si ces caractéristiques sont bien celles de la politique de la Réserve fédérale. Dans cette perspective, les paramètres ρ et σ_z sont calibrés sur les valeurs historiques correspondant à la politique monétaire effectivement menée par la Réserve fédérale.

A partir d'une série annuelle de taux court nominal (moyenne des valeurs mensuelles du taux des bons du Trésor américain à 3 mois) sur la période 1934-2011, l'estimation du paramètre σ_z donne $\hat{\sigma}_z = 0,492$; nous retenons la valeur arrondie $\sigma_z = 0,5$. Compte tenu de deux mesures de consommation envisagées pour x (cf. tableau 1), deux estimations sont obtenues pour le coefficient de corrélation linéaire entre les variables z_t et x_t :

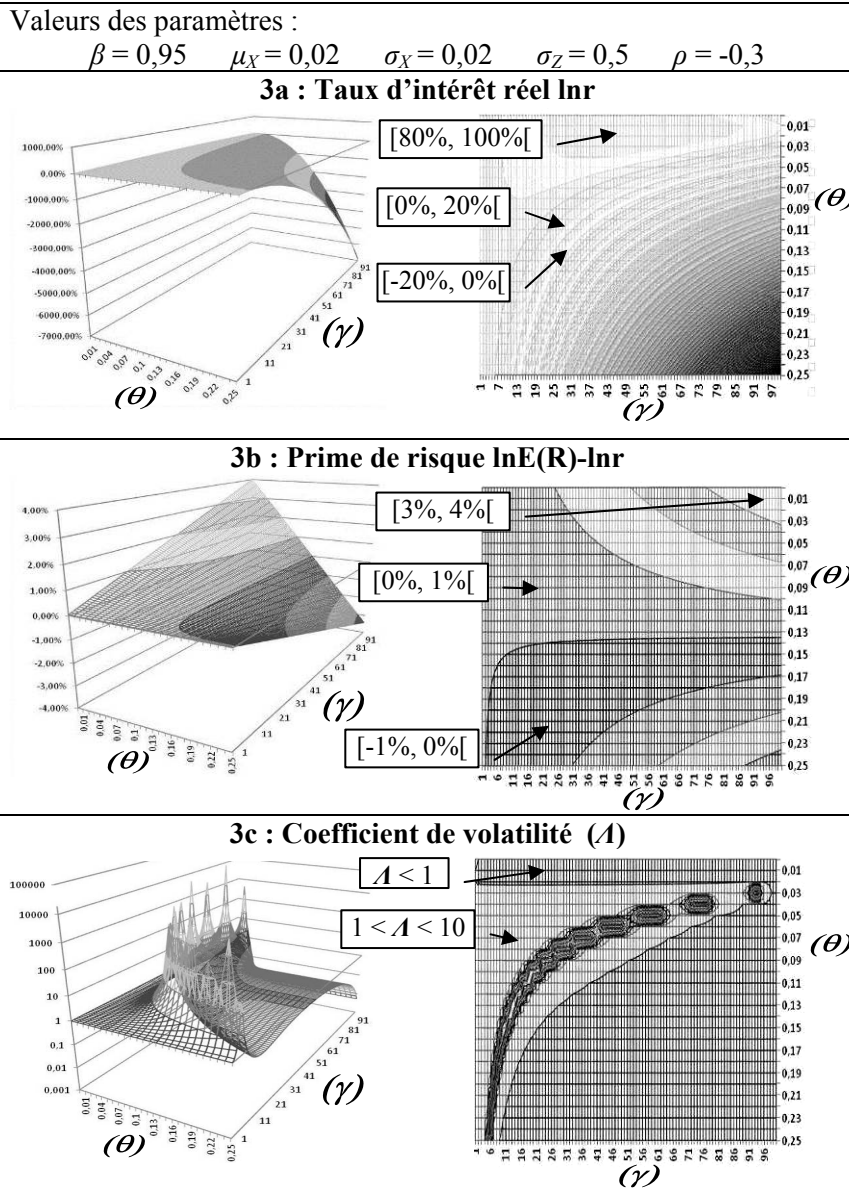
- $\hat{\rho} = -0,243$ (Statistique-t = -2,13) pour x calculé à partir de la série BND ;
- $\hat{\rho} = -0,357$ (Statistique-t = -3,13) pour x calculé à partir de la série BNDS.

Dans les deux cas le paramètre estimé $\hat{\rho}$ est significatif et négatif, attestant du caractère contracyclique de la politique monétaire. Pour les besoins de nos simulations, nous retenons $\rho = -0,3$.

Le graphique 3 présente les résultats des calculs du taux d'intérêt réel, de la prime de risque et du coefficient de volatilité à partir des équations (16), (17) et (18) pour les différentes combinaisons de valeurs de paramètres de préférences (γ et θ).

INFLUENCE DE LA POLITIQUE MONETAIRE SUR LE PRIX DES ACTIFS FINANCIERS :
 LES ENSEIGNEMENTS D'UN MODULE MIU APPLIQUE A LA FED

**GRAPHIQUE 3. LE TAUX D'INTERET REEL, LA PRIME DE RISQUE ET LE
 COEFFICIENT DE VOLATILITE**



On découvre sur ces simulations que la politique effectivement menée par la Réserve fédérale peut être jugée déséquilibrante si l'on prête aux paramètres de préférence (θ, γ) des valeurs élevées, possibilité qui ne peut pas être complètement écartée. Et lorsqu'un équilibre existe, la politique monétaire peut réduire ou diminuer la volatilité du prix des actions, selon la valeur prêtée à θ . Si $\theta < 0,024$, la politique monétaire réduit la volatilité. Si $\theta > 0,024$ (mais inférieur à la frontière délimitant la région de déséquilibre), la politique monétaire augmente la volatilité. L'évaluation des effets de la politique monétaire dépend ainsi de façon critique de ce paramètre, dont la valeur réelle n'est pas connue avec suffisamment de précision pour offrir une conclusion définitive quant à l'efficacité de la politique monétaire en termes de stabilisation financière.

CONCLUSION

L'intérêt du modèle présenté dans ce papier est de montrer que la politique monétaire peut fortement peser sur l'équilibre des marchés financiers, en dépit d'une influence négligeable sur la prime de risque. Il apparaît que cette politique peut être déséquilibrante si elle est trop bruitée et pas assez contra-cyclique. La Réserve fédérale a donc tout intérêt à poursuivre une politique suffisamment contra-cyclique, simple et transparente, si elle ne veut pas par son action devenir une source de déséquilibre. Si elle y parvient, il n'est cependant pas certain que la politique monétaire conduise à une baisse de la volatilité financière. Cela dépend de la valeur du paramètre de préférence pour la liquidité. Si cette dernière est très faible, la politique monétaire induit une baisse de la volatilité du prix réel des actions. Dans le cas contraire, elle provoque une hausse de la volatilité.

Ces résultats originaux permettent de porter un regard nouveau sur l'effet de la politique monétaire sur les marchés boursiers : des conditions précises et restrictives doivent être vérifiées pour qu'une politique de stabilisation macroéconomique soit aussi une politique de stabilisation financière. Même si l'on admet que la politique monétaire n'est pas déséquilibrante, on ne peut pas écarter la possibilité qu'elle conduise à une augmentation de la volatilité du prix réel des actions, tant le paramètre de préférence pour la liquidité doit être faible pour que cette éventualité soit écartée.

Au total, nous avons montré qu'il existe un canal de transmission de la politique monétaire vers les marchés financiers qui propagerait des effets d'amplification de la volatilité, voire des effets déséquilibrants. La portée de cette conclusion doit cependant être relativisée, car elle repose sur un modèle qui analyse l'influence de la politique monétaire sur le prix des actions à travers le seul canal de la perception du risque (à travers l'influence de l'encaisse réelle sur le facteur d'actualisation stochastique). L'analyse des autres canaux (taxe d'inflation et rigidités) n'est pas connue pour démontrer des effets potentiellement aussi déstabilisateurs. Un modèle englobant tous ces canaux produirait sans doute des résultats plus nuancés, ce qui reste toutefois à démontrer.

REFERENCES

- Bakshi, G.S. et Z. Chen**, 1996. "Inflation, asset prices, and the term structure of interest rates in monetary economies", *Review of Financial Studies*, 9, 241-275.
- Bansal, R. et W.J. Coleman II**, 1996. "A Monetary Explanation of the Equity Premium, Term Premium, and Risk-Free Rate Puzzles", *Journal of Political Economy*, 104, 1135-1171.
- Bernanke, B.S. et K.N. Kuttner**, 2005. "What explains the stock market's reaction to Federal Reserve policy?", *Journal of Finance*, 60, 1221-1257.
- Bomfim, A.N.**, 2003. "Pre-announcement effects, news effects, and volatility: monetary policy and the stock market", *Journal of Banking & Finance*, 27, 133-151.
- Boyle, G.W.**, 1990. "Money demand and the stock market in a general equilibrium model with variable velocity", *Journal of Political Economy*, 98, 1039-1053.
- Boyle, G.W. et J.D. Peterson**, 1995. "Monetary policy, aggregate uncertainty, and the stock market", *Journal of Money, Credit, and Banking*, 27, 570-582.
- Boyle, G.W. et L. Young**, 1999. "Monetary rules and stock market values", *Journal of Economics and Business*, 51, 365-372.
- Challe, E. et C. Giannitsarou**, 2012. "Stock prices and monetary policy shocks: A general equilibrium approach", Working Paper hal-00719956, HAL.
- Conover, C.M., G.R. Jensen et R.R. Johnson**, 1999. "Monetary environments and international stock returns", *Journal of Banking & Finance*, 23, 1357-1381.
- Danthine, J. et J. Donaldson**, 1986. "Inflation and asset prices in a exchange economy", *Econometrica*, 54, 585-605.
- De Paoli, B., A. Scott et O. Weeken**, 2010. "Asset pricing implications of a new keynesian model", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 34, 2056-2073.
- Feenstra, R.C.**, 1986. "Functional equivalence between liquidity costs and the utility of money", *Journal of Monetary Economics*, 17, 271-291.
- Giovannini, A. et P. Labadie**, 1991. "Asset prices and interest rates in Cash-in-Advance models", *Journal of Political Economy*, 99, 1215-1251.
- Grishchenko, O.**, 2011. "Asset pricing in the production economy subject to monetary shocks", *Journal of Economics and Business*, 63, 187-216.
- Hansen, L.P. et K.J. Singleton**, 1983. "Stochastic consumption, risk aversion, and the temporal behavior of asset returns", *Journal of Political Economy*, 91, 249-265.
- Labadie, P.**, 1989. "Stochastic inflation and the equity premium", *Journal of Monetary Economics*, 24, 277-298.
- LeRoy, S.F.**, 1984a. "Nominal prices and interest rates in general equilibrium: Money shocks", *Journal of Business*, 57, 177-195.
- LeRoy, S.F.**, 1984b. "Nominal prices and interest rates in general equilibrium: Endowment shocks", *Journal of Business*, 57, 197-213.
- Lucas, R.E.**, 1978. "Asset prices in an exchange economy", *Econometrica*, 46, 1429-45.
- Lucas, R.E.**, 1982. "Interest rates and currency prices in a two-country world", *Journal of Monetary Economics*, 10, 335-359.
- Lucas, R.E. et N. Stockey**, 1987. "Money and interest in a Cash-in-Advance economy", *Econometrica*, 55, 491-513.
- Marshall, D.**, 1992. "Inflation and asset returns in a monetary economy", *Journal of Finance*, 47, 1315-1342.

- Mehra, R. et E.C. Prescott**, 1985. “The equity premium: A puzzle”, *Journal of Monetary Economics*, 15, 145-161.
- Patelis, A.D.**, 1997. “Stock return predictability and the role of monetary policy”, *Journal of Finance*, 52, 1951–1972.
- Rigobon, R. et B. Sack**, 2004. “The impact of monetary policy on asset prices”, *Journal of Monetary Economics*, 51, 1553–1575.
- Rubinstein, M.**, 1976. “The valuation of uncertain income streams and the pricing of options”, *Bell Journal of Economics*, 7, 407-25.
- Stulz, R.M.**, 1986. Asset pricing and expected inflation, *Journal of Finance*, 41, 209-223.
- Stulz, R.M. et W. Wasserfallen**, 1985. Macroeconomic time-series, business cycles and macroeconomic policies, *Carnegie-Rochester Conference on Public Policy*, 22, 9-55.
- Svensson, L.E.O.**, 1985. “Money and asset prices in a Cash-in-Advance economy”, *Journal of Political Economy*, 93, 919-944.
- Wei, C.**, 2009. “A quartet of asset pricing models in Nominal and real economies”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 33, 154-165.

ANNEXE

1. DEMONSTRATION DU THEOREME 1

Avec $y_{t+j} = y_t \prod_{k=1}^j x_{t+k}$, $h_{t+j} = h_t \prod_{s=1}^j z_{t+s}$, et $c_{t+j} = y_{t+j}$, (12) devient

$$q_t = E_t \left[\sum_{j=1}^{\infty} \beta^j \left(\prod_{k=1}^j x_{t+k} \right)^{1-\gamma} \left(\prod_{s=1}^j z_{t+s} \right)^{\theta(1-\gamma)} \right] y_t$$

Cette équation se réécrit à l'évidence sous la forme de l'équation (13) :

$$q_t = a y_t$$

En réintégrant cette équation dans (2a), compte tenu de (7) et (8), on obtient :

$$\frac{a}{1+a} = E_t \left[\beta x_{t+1}^{1-\gamma} z_{t+1}^{\theta(1-\gamma)} \right] = E_t \left[\exp \{ \ln \beta + (1-\gamma) \ln x_{t+1} + \theta(1-\gamma) \ln z_{t+1} \} \right]$$

Or comme toute variable z normale vérifie $E_t [e^z] = e^{E_t[z] + \frac{1}{2} V_t[z]}$, on peut écrire :

$$\frac{a}{1+a} = \exp \left[\ln \beta + (1-\gamma) \mu_x + \frac{1}{2} (1-\gamma)^2 \{ \sigma_x^2 + \theta^2 \sigma_z^2 + 2\theta \rho \sigma_x \sigma_z \} \right]$$

On en tire l'équation (14).

2. DEMONSTRATION DU THEOREME 2

L'équation (11) peut se réécrire :

$$\frac{1}{r_t} = E_t \left[\beta x_{t+1}^{-\gamma} z_{t+1}^{\theta(1-\gamma)} \right] = E_t \left[\exp \{ \ln \beta - \gamma \ln x_{t+1} + \theta(1-\gamma) \ln z_{t+1} \} \right]$$

Si on utilise les propriétés des variables normales, on peut écrire :

$$\frac{1}{r_t} = \exp \left[E_t \{ \ln \beta - \gamma \ln x_{t+1} + \theta(1-\gamma) \ln z_{t+1} \} + \frac{1}{2} V_t \{ \ln \beta - \gamma \ln x_{t+1} + \theta(1-\gamma) \ln z_{t+1} \} \right]$$

En prenant le logarithme de cette équation et en développant l'expression, on obtient l'équation (16), avec $\ln r_t = \ln r \quad \forall t$.

3. DEMONSTRATION DU THEOREME 3

Comme le prix est une fonction homogène de degré 1 du dividende, on peut écrire :

$$R_{t+1} = \frac{q_{t+1} + y_{t+1}}{q_t} = \frac{ay_{t+1} + y_{t+1}}{a y_t} = \left(\frac{1+a}{a} \right) x_{t+1} \Rightarrow E_t(\ln R_{t+1}) = \ln \left(\frac{1+a}{a} \right) + \mu_x$$

Comme

$R_{t+1} = [(1+a)/a]x_{t+1}$, on en déduit que R_{t+1} est lognormal, d'où :

$$\ln E_t(R_{t+1}) = E_t(\ln R_{t+1}) + \frac{1}{2} V_t(\ln R_{t+1}), \text{ ce qui permet d'obtenir :}$$

$$\ln E_t(R_{t+1}) = \ln \left(\frac{1+a}{a} \right) + \mu_x + \frac{1}{2} \sigma_x^2$$

En tenant compte de la forme prise par $(1+a)/a$ (démonstration du théorème 1), cette équation se réécrit :

$$\ln E_t(R_{t+1}) = -\ln \beta - (1-\gamma)\mu_x - \frac{1}{2}(1-\gamma)^2 \{ \sigma_x^2 + \theta^2 \sigma_z^2 + 2\theta\rho\sigma_x\sigma_z \} + \mu_x + \frac{1}{2} \sigma_x^2$$

En intégrant l'équation (16) dans cette dernière équation, on obtient l'équation (17), avec $\ln E_t(R_{t+1}) - \ln r_t = \ln E(R) - \ln r$.