Une généralisation dynamique de la théorie de Tinbergen sur la politique économique (*)

par

Françoise THYS-CLEMENT

Docteur en Sciences Economiques,
Secrétaire-chargée de recherches au Département d'Economie Appliquée
de l'Université Libre de Bruxelles

2e partie

RECHERCHE DES MESURES OPTIMALES DE POLITIQUE ECONOMIQUE

CHAPITRE 5

FORMULATION ET GENERALISATION DE LA THEORIE DE TINBERGEN

A. Définition des concepts

La politique économique recouvre dans son sens le plus large : « The whole subject matter of economic theory » (Tinbergen, 1952) ([51]).

D'une manière plus précise, Kirschen et al (1974) ([52]) définissent la politique économique comme le mécanisme par lequel le Gouvernement, dans le cadre de ses buts de politique générale, décide de l'importance relative de certains objectifs et utilise, si nécessaire, des instruments ou des modifications structurelles afin

---

(*) *Une première partie de cette étude a paru dans le n° 68 des Cahiers Economiques de Bruxelles.*

([51]) J. TINBERGEN : *On the Theory of Economic Policy*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1952.

([52]) E.S. KIRSCHEN, ed. : *Economic Policies Compared - West and East*, vol. I, General Theory, North-Holland Publishing Co., American Elsevier, 1974.

de les atteindre. Les objectifs sont la traduction de certains buts politiques, traduction nécessaire à leur mesure. Les instruments sont les grandeurs économiques sur lesquelles le Gouvernement peut agir. Ce sont les moyens qui permettent d'atteindre les objectifs.

Par ailleurs on distingue la politique économique *qualitative* de la politique économique *quantitative*. La première étudie les effets des modifications institutionnelles et des modifications fondamentales des mécanismes économiques sur les objectifs.

La politique économique quantitative, quant à elle, ne met pas ces mécanismes en cause. Elle a pour objet l'étude des liaisons entre les objectifs et les instruments susceptibles de mesures numériques. Cette analyse quantitative est généralement menée d'une part en supposant que l'importance relative des objectifs est mesurée par une fonction de préférence que les responsables de la politique économique cherchent à maximiser et, d'autre part, en admettant implicitement que les liaisons entre les objectifs et les instruments peuvent être formalisées à l'aide d'un modèle économétrique représentant les mécanismes économiques. Ce modèle constitue les contraintes économiques auxquelles doivent faire face les responsables de la politique économique. Enfin, l'approche quantitative suppose l'existence d'un processus de maximisation de la fonction de préférence compte tenu des contraintes économiques.

B. Théorie de la politique économique quantitative : approche de Tinbergen

Si Frisch (1949) ([53]), Tinbergen (1952 ; (1956) ([54]) et Hansen (1958) ([55]) sont les pionniers de l'analyse théorique de la politique économique, il revient à Tinbergen d'avoir formulé l'approche la plus connue. Son analyse se compare à la théorie du choix rationnel du consommateur. Rappelons que celui-ci est censé maximiser son bien-être en étant soumis aux contraintes budgé-

---

([53]) R. Frisch : *A Memorandum on Price - Wage -Tax Subsidy Policies as Instruments in Maintaining Optimal Employment*, University Institute of Economics, Oslo, 1949.

([54]) J. Tinbergen : *On the Theory of Economic Policy*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1952.

J. Tinbergen : *Economic Policy : Principles and Design*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1956.

([55]) B. Hansen : *The Economic Theory of Fiscal Policy*, G. Allen and Unwin Ltd., London, 1958.

taires impliquées par son budget et le prix des biens et services qu'il veut consommer.

Tinbergen commence par éliminer le problème de la construction de la fonction de préférence collective. Il suppose que les responsables de la politique économique peuvent spécifier directement les valeurs désirées des objectifs ; les valeurs désirées sont censées maximiser la fonction de préférence.

La discussion logique porte alors sur le système suivant :

$$\Delta y = Ez + \varnothing u$$

où y représente le vecteur des n objectifs de la politique économique
z représente le vecteur des n' instruments
u représente le vecteur des k données
Δ est de dimension $n \times n$
E est de dimension $n \times n'$
$\varnothing$ est de dimension $n \times k$

La solution du problème est évidente si $n' = n$, c'est-à-dire si le nombre d'instruments est égal au nombre d'objectifs :

$$z^0 = E^{-1} \Delta y^0 - E^{-1} \varnothing u$$
$$z^0 = Z^y y^0 + Z^u u$$

où y^0 : les valeurs désirées des objectifs.

La solution z^0 sera unique si le rang de la matrice E vaut n' [56], c'est-à-dire si les vecteurs des coefficients des n' instruments sont linéairement indépendants.

La solution est unique et donc de ce fait trivialement optimale.

Cette solution est seulement valable pour le cas particulier examiné, celui où le nombre d'instruments est égal au nombre d'objectifs.

Ajoutons encore qu'il peut exister certaines limites à la valeur des instruments. Ces limites peuvent être violées même si $n = n'$. Dans ce cas, il faut modifier l'ensemble initial des objectifs, en imposant la limite violée comme objectif et en résolvant le nouveau système consistant d'objectifs et d'instruments (c'est-à-dire où $n = n'$).

---

(56) La généralisation de cette règle aux modèles dynamiques a été formulée récemment par :

A.J. Preston : « A dynamic generalization of Tinbergen's theory of policy », *Review of Economic Studies*, vol. XLI (1), n° 25, January 1974.

Une critique importante peut être faite à ce stade du raisonnement de Tinbergen, à savoir que le modèle ne tient pas compte des effets retardés des variables, il est donc entièrement statique.

C. Généralisation de la théorie de Tinbergen par l'approche de Theil

1. LES TRAVAUX DE THEIL

Bien que le problème de la politique économique ait été étudié, notamment par Theil (1958) ([57]), Sandee et Van Eijk (1959) ([58]), peu après la parution de l'ouvrage de Tinbergen, c'est en 1964 que Theil (1964) ([59]) a synthétisé la généralisation formelle de la théorie de Tinbergen.

Cette généralisation intervient à trois niveaux :
— la prise en compte d'une fonction de préférence ;
— la considération de modèles stochastiques ;
— l'introduction de facteurs dynamiques.

1.a. *Utilisation d'une fonction de préférence*

Theil généralise la formulation de Tinbergen en spécifiant une fonction de préférence des responsables de la politique économique.

Cette fonction de préférence est quadratique et définie en deux étapes :
— d'une part, le Gouvernement formule des valeurs désirées pour les objectifs *et* pour les instruments. L'introduction des valeurs désirées des instruments dans la fonction objectif généralise la notion de contrainte sur instruments formulée par Tinbergen ;
— d'autre part, le Gouvernement attribue à chaque écart des valeurs solutions par rapport aux valeurs désirées, un poids qui reflète son importance relative.

Le responsable de la politique économique doit prendre une décision de façon à maximiser la fonction de préférence (w) sous la contrainte constituée par le modèle économétrique liant les objectifs aux instruments ($Y = A + B X$). Il est donc confronté au problème classique de maximisation d'une fonction sous con-

([57]) H. THEIL : *Economic Forecasts and Policy*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1958.
([58]) J. SANDEE and C.J. VAN EIJK : « Quantitative Determination of an Optimum Economic Policy », *Econometrica*, vol. XXVII, 1959.
([59]) H. THEIL : *Optimal Decision Rules for Government and Industry*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1964.

trainte ; la solution habituelle est le recours aux multiplicateurs de Lagrange.

La décision optimale est linéaire [60], elle fait intervenir tous les paramètres du système ainsi que les valeurs désirées des instruments et des objectifs.

L'avantage conceptuel de cette méthode sur l'approche de Tinbergen est évidemment le fait que l'on peut obtenir une solution au problème de politique économique quel que soit le nombre d'objectifs et d'instruments.

1.b. *Introduction de l'incertitude*

Les contraintes du système étant constituées par un modèle économétrique, il est évident qu'il faut y inclure les effets des termes erreur, tant au niveau des équations que des coefficients estimés.

La règle de décision devient donc une fonction linéaire d'une variable aléatoire, elle est elle-même aléatoire.

Le critère de sélection revient à maximiser l'espérance mathématique de la fonction de préférence soumise à la même contrainte, interprétée stochastiquement cette fois-ci.

Cette modification du critère est basée sur l'hypothèse d'utilité attendue formulée par Von Neuman et Morgenstern (1953) [61] selon laquelle il existe une fonction de préférence telle que la maximisation de l'espérance de cette fonction conduit à la meilleure décision étant donné l'incertitude à laquelle doit faire face le preneur de décision.

Pratiquement, les calculs sont faits en se basant sur le théorème d'équivalence entre l'incertain et le certain (voir aussi Simon, 1956) [62].

1.c. *Introduction des aspects dynamiques*

Theil introduit le caractère dynamique des décisions de politique économique par la prise en compte de la forme finale des modèles économétriques. Il montre alors qu'il y a interaction entre les processus de décision des différentes périodes. Cette géné-

---

[60] Ceci avait déjà été obtenu par :
C. Holt : « Linear Decision Rules for Economic Stabilization and Growth », *Quarterly Journal of Economics*, vol. 76, n° 1, 1962.

[61] J. Von Neuman and O. Morgenstern : *Theory of Games and Behavior*, Princeton University Press, Princeton, 1953.

[62] H.A. Simon : « Dynamic Programming under Uncertainty with a Quadratic Criterion Function », *Econometrica*, vol. 24, 1956.

ralisation porte sur le cas certain et sur le cas stochastique. Ce dernier cas est résolu par la définition du principe de « first period certainty equivalence ».

2. GENERALISATION DE L'APPROCHE FORMULEE PAR THEIL

Si la fonction de préférence quadratique présente l'avantage d'offrir des taux marginaux de préférence et de substitution variables, son principal inconvénient provient du traitement symétrique des écarts. Un écart positif de la valeur solution par rapport à la valeur désirée est pénalisé de la même façon qu'un écart négatif.

Des tentatives ont été faites pour introduire des fonctions de préférence plus générales. Ainsi, Friedman (1972 ; 1975) (63) a formulé le problème d'optimisation quadratique soumis à des contraintes linéaires à l'aide d'une fonction quadratique par partie.

Il distingue trois régions :

— les valeurs centrales sont affectées d'un poids nul ;
— les valeurs extrêmes sont pénalisées quadratiquement mais avec des poids asymétriques.

Une autre généralisation, c'est-à-dire la prise en compte d'éléments aléatoires dans une règle de décision soumise à des contraintes d'information a été étudiée par Deleau et Malgrange (1974) (64). Les auteurs introduisent notamment la notion de frontière d'incertitude.

Les aléas intervenant dans la fonction de préférence, il est possible d'étudier la variance des objectifs par rapport à ceux-ci. La frontière d'incertitude est alors engendrée par la variation des poids de la fonction de préférence, ce qui revient pour Deleau et Malgrange « à modifier les aversions pour le risque relatives aux divers objectifs ».

Un troisième type de généralisation intervient au niveau des contraintes du système. Elle porte sur la prise en compte de modèles non linéaires (Holbrook, 1973) (65).

---

(63) B. FRIEDMAN : « Optimal Stabilization Policy : An Extended Framework », *Journal of Political Economy*, vol. 80, n° 5, Sept.-Oct. 1972.

B. FRIEDMAN : *Economic Stabilization Policy : Methods in Optimization*. North-Holland Publishing Co., American Elsevier, 1975.

(64) Parmi les nombreux articles écrits par ces auteurs, citons :

M. DELEAU et P. MALGRANGE : *Mécanismes dynamiques du modèle incertitude et politiques stabilisatrices*, Congrès Européen de la Société d'Econométrie, Grenoble, 3-6 septembre 1974.

(65) R.S. HOLBROOK : « An Approach to the choice of optimal policy using econometric models », Bank of Canada, *Staff Research Studies*, n° 8, 1973.

Signalons enfin une étude récente de Russel et Smith (1975) [66] qui montre :

i) qu'il n'est pas nécessaire de définir une fonction de préférence pour un problème de politique économique où le nombre d'instruments est supérieur au nombre d'objectifs ; la sélection des instruments pouvant s'opérer sur la base de l'inverse généralisée ;
ii) si le nombre d'instruments est inférieur au nombre d'objectifs, la méthode d'inverse généralisée est équivalente à l'approche de Theil.

D. Généralisation dynamique de la théorie de la politique économique par l'application de la théorie du contrôle optimal

1. LA METHODE

La généralisation dynamique de la théorie de Tinbergen peut aussi être envisagée dans le cadre de la théorie du contrôle optimal. Celle-ci étudie la transformation d'un système économique d'un état donné vers un état final. Cette étude peut être entreprise en imposant a priori le temps nécessaire à cette transformation ou encore en imposant un objectif de temps minimum. Cette théorie fait partie d'un courant d'analyse mathématique qui comprend le principe d'optimalité de Bellman (1957) [67] en programmation dynamique et le principe du maximum de Pontryagin et al (1962) [68] et qui peut se ramener à la théorie élaborée par Kuhn et Tucker (1951) [69] en programmation convexe.

D'une façon générale, un problème de contrôle optimal discret [70] comprend :
— la minimisation d'un critère de performance, soit minimiser :

$$W = \sum_{t=0}^{T} f(y, z, t) \qquad (i)$$

---

[66] C.S. Russel and V.K. Smith : « Targets, Instruments and Generalized Inverses », *European Economic Review*, vol. 6, n° 2, 1975.

[67] R. Bellman : *Dynamic Programming*, Princeton University Press, Princeton, 1957.

[68] L.S. Pontryagin and al : *The mathematical theory of optimal processes*, Wiley, New York, 1962.

[69] H.W. Kuhn and A.W. Tucker : « Non linear Programming », in *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, Edited by J. Neyman, University of California Press, Berkeley, 1951.

[70] Nous n'envisageons pas le cas continu, peu applicable aux problèmes de la théorie de la politique économique étudiés ici.

où y : variable d'état [71] du système
z : variable de contrôle
t : temps, varie de 0 à T

— un ensemble d'équations aux différences représentant le système à contrôler :

$$y_t = g(y_{t-1}, z_t, t) \tag{ii}$$

ou encore :

$$y_t = Ay_{t-1} + Bz_t$$

— un ensemble de contraintes sur les variables du système :

$$g(y, z, t) \geqslant 0 \tag{iii}$$

— un ensemble de conditions limites sur les variables d'état du système :

$$y(O) = y_o \tag{iv}$$

$$y(T) = y_T$$

L'analogie avec le problème de politique économique annoncée par Fox, Sengupta et Thorbecke (1966) [72] est directe.

Ainsi, le critère de performance peut être associé à la fonction de préférence des responsables de la politique économique. Le système d'équations aux différences peut être représenté par un modèle économétrique. Les contraintes sur les variables étaient déjà utilisées par Tinbergen. Enfin, les conditions limites peuvent être associées aux conditions initiales et aux valeurs désirées par le responsable de la politique économique à l'année terminale de son horizon de planification.

2. LES APPLICATIONS

C'est aux environs des années 1950 que Tustin (1953) [73] et Phillips (1954 ; 1957) [74] ont appliqué la théorie du contrôle au

[71] La notion de variable d'état, utilisée couramment en physique et en thermodynamique, repose sur l'étude des systèmes d'équations aux différences du premier ordre. L'état futur d'un tel système est entièrement spécifié si on connaît les valeurs initiales des variables endogènes et les valeurs futures de tous les inputs exogènes.

[72] K.A. Fox, J.K. Sengupta, E. Thorbecke : *The theory of quantitative economic policy*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1966.

[73] A. Tustin : *The Mechanism of Economic Systems*, Heinemann, London, 1953.

[74] A.W. Phillips : « Stabilization in a Closed Economy », *Economic Journal*, vol. LXIV, June 1954.

A.W. Phillips : « Stabilization policy and the time-form of lagged Responses », *Economic Journal*, vol. LXIV, June 1957.

problème de régulation des comportements cycliques de l'économie. Phillips a notamment montré que l'application des politiques de stabilisation aux modèles de type multiplicateur-accélérateur dynamique pouvait engendrer des oscillations et des instabilités des variables économiques non désirées par les responsables de la politique économique.

Les problèmes posés par la structure dynamique des modèles ont été ensuite étudiés par d'autres auteurs : Allen (1957) ([75]), Baumol (1961) ([76]) et Chow (1968) ([77]). Ces études ont mis en évidence la nécessité d'inclure l'aspect dynamique dans la règle d'optimisation et les règles de décision.

Les premières applications de la théorie du contrôle optimal ont surtout porté sur les modèles de croissance. Ainsi, Shell (1967) ([78]), Arrow et Kurz (1970) ([79]) et Inagaki (1970) ([80]) ont étudié de manière analytique des modèles simples d'allocation de l'output entre la consommation et l'investissement.

Stoleru (1965) ([81]), Kendrick et Taylor (1970) ([82]) ont aussi appliqué cette technique ; le premier à l'économie algérienne, les seconds à un petit modèle coréen.

Enfin, tout récemment, Pindyck (1972 ; 1973) ([83]) a utilisé la théorie du contrôle optimal pour des problèmes de stabilisation économique. Il a construit à cette fin un petit modèle linéaire pour les Etats-Unis et utilisé une fonction de préférence quadratique.

([75]) R.G.D. ALLEN : *Macroeconomic Theory*, St. Martin's Press, New York, 1957.

([76]) W.J. BAUMOL : « Pitfalls in contracyclical policies : some tools and results », *Review of Economics and Statistics*, vol. XLIII, February 1961.

([77]) G.C. CHOW : « The acceleration principle and the nature of business cycles », *Quarterly Journal of Economics*, vol. LXXXII, August 1968.

([78]) K. SHELL, ed. : *Essays on the theory of optimal economic growth*, MIT Press, Cambridge, Mass., 1967.

([79]) K.J. ARROW and M. KURZ : « Optimal growth with irreversible investment in a ramsey model », *Econometrica*, vol. 38, n° 2, 1970.

([80]) M. INAGAKI : *Optimal Economic Growth*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1970.

([81]) L. STOLERU : « An Optimal Policy for Economic Growth », *Econometrica*, vol. 33, April 1965.

([82]) D.A. KENDRICK and L. TAYLOR : « Numerical solution for non linear planning models », *Econometrica*, vol. 38, May 1970.

([83]) R.S. PINDYCK : *Optimal Plann'ng for Economic Stabilization*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1973.

Voir aussi :

R.S. PINDYCK : « Optimal Stabilization Policies via Deterministic Control », in *Special Issue on Control Theory, Annals of Economic and Social Measurement*, vol. 1, n° 4, October 1972.

R.S. PINDYCK : « Optimal Policies for Economic Stabilization », *Econometrica*, vol. 41, n° 3, May 1973.

L'algorithme de Pindyck sera examiné en détail au chapitre 6 de notre étude, puisque c'est à partir de cette approche que nous tenterons de dégager les valeurs des instruments réalisant la politique économique désirée par les responsables de la politique économique.

Des tentatives ont également été faites pour appliquer la théorie du contrôle optimal aux modèles non linéaires. Ainsi, les recherches de Livesey (1971) ([84]) portent sur un modèle non linéaire pour le Royaume Uni. Jacquet, Haurie et Van Peeterssen (1973) ([85]) ont appliqué une méthode numérique de recherche des multiplicateurs de Lagrange à un modèle non linéaire canadien.

Les résultats obtenus par ces auteurs sont encore assez décevants. Livesey (1974) ([86]) constate notamment qu'aucune politique économique réaliste ne peut être dégagée de son étude. Il remarque, ainsi d'ailleurs que les autres auteurs cités ci-dessus, que les procédures utilisées demandent un très grand nombre d'itérations et qu'il faut analyser le rapport efficacité/modèle linéaire ou non linéaire avant de recourir aux algorithmes permettant la solution de problèmes non linéaires.

D'autre part, des études ([87]) ont été faites pour l'application de cette technique aux modèles stochastiques. Elles ne portent actuellement que sur des modèles de petite dimension.

([84]) D.A. LIVESEY : « Optimising Short-term Economic Policy », *Economic Journal*, vol. 81, September 1971, n° 323.

([85]) B. JACQUET, A. HAURIE, A. VAN PEETERSSEN : *Application de la méthode des multiplicateurs au contrôle optimal d'un modèle macro-économique de type keynesien*, Montréal, Ecole des Hautes Etudes Commerciales, Service des Méthodes Quantitatives, Rapport de recherche n° 13, Septembre 1973.

([86]) D.A. LIVESEY : *Some Aspects of the Theory of Economic Policy*, Memorandum submitted to the European Meeting of the Econometric Society, Grenoble, 1974.

([87]) Voir les articles de G. CHOW, et notamment :

G.C. CHOW : « How much could be gained by optimal control policies », in *Special Issue on Control Theory, Annals of Economic and Social Measurement*, vol. 1, n° 4, October 1972.

G.C. CHOW : « Problems of Economic Policy from the Viewpoint of Optimal Control », *American Economic Review*, vol. LXIII, n° 5, 1973.

CHAPITRE 6

RECHERCHE DES POLITIQUES ECONOMIQUES OPTIMALES

Introduction

L'introduction d'une fonction de préférence des responsables de la politique économique permet une double généralisation de l'approche de Tinbergen en tenant compte des coûts des variations des objectifs et des instruments par rapport à leurs valeurs désirées et en se prêtant à une dynamisation des problèmes étudiés.

L'élaboration de la fonction de préférence pose encore de nombreux problèmes ; pratiquement, il est encore impossible, malgré de nombreuses tentatives (ss) d'établir une véritable fonction de préférence des responsables de la politique économique.

Les méthodes d'optimisation basées sur une fonction de préférence simplifiée, de type quadratique, introduisent cependant une importante clarification des problèmes posés aux responsables économiques. Elles permettent, notamment, de dépasser les analyses actuelles des relations entre objectifs et instruments basées sur les techniques de simulation des modèles.

Si ces simulations répondent en effet à la question : « Quelles valeurs obtient-on pour les objectifs si on donne des valeurs déterminées aux instruments ? », elles ne fournissent cependant pas de réponse à la question inverse : « Quelles valeurs faut-il donner aux instruments si on veut que les objectifs atteignent certaines valeurs désirées ? ».

Les techniques basées sur la théorie du contrôle optimal permettent par contre de répondre à ces deux types de questions et ceci sans devoir recourir à un nombre impressionnant de simulations plus ou moins aveugles.

Jusqu'à présent, les techniques de contrôle optimal n'ont été appliquées qu'à des modèles de petites dimensions. C'est en

(ss) Voir notamment le chapitre III de :
E.S. Kirschen et al : *Economic Policies Compared - West and East*, Vol. I, General Theory, North-Holland Publishing Co., American Elsevier, 1974, ainsi que des mêmes auteurs, « Une théorie générale de la politique économique à l'Ouest et à l'Est », chapitre II, *Cahiers Economiques de Bruxelles*, n° 68, 1975.

effet très récemment que Pindyck (1973) ([89]) a construit un algorithme de résolution applicable à un modèle économétrique. Ce modèle a cependant été construit pour les besoins de la cause ; il est donc de ce fait encore de taille très réduite et ne peut pas prétendre au qualificatif d'opérationnel tant du point de vue de la prévision que de l'analyse de la politique économique.

Nous avons utilisé cet algorithme à la fois pour étudier son application à un modèle opérationnel et pour rechercher des politiques économiques optimales. Une précision s'impose cependant ici ; nous n'avons pas recherché une « politique optimale » idéale en soi, ce qui nous paraît peu raisonnable. Nous avons plutôt mis l'accent sur les relations de complémentarité et de conflit entre objectifs ainsi que sur les substitutions éventuelles entre instruments. Cette analyse nous permettra en outre d'éclairer des mécanismes implicites au modèle Breughel.

Le point A de ce chapitre sera consacré à l'examen de la théorie du contrôle optimal à la base de l'algorithme utilisé. Celui-ci sera examiné au point B. Le point C étudiera les problèmes posés par l'application de cette méthode au modèle Breughel. Enfin, le point D analysera les résultats obtenus.

A. La méthode

1. FORMULATION DU PROBLEME

Soit un système linéaire dynamique discret dont l'état est caractérisé par un vecteur à n composantes : [y] et dont l'évolution est régie par n équations aux différences du premier ordre :

$$y_{t+1} - y_t = Ay_t + Bu_t + Cz_t \qquad t = 0, 1, 2, \ldots, T-1$$

où les variables u_t sont les m commandes (ou décisions ou encore variables de contrôle) qui agissent sur le système. Les r variables z_t sont les exogènes du système. Les matrices A, B, C sont respectivement de dimensions $n \times n$, $n \times m$ et $n \times r$.

Le nombre n définit la dimension du système. Si l'état initial ($t = O$) est connu et si les valeurs des variables de commande sont déterminées de O à $T - 1$, on connaît complètement l'état du système pour toute période de temps $t > 0$.

Les responsables de la politique économique expriment les valeurs désirées des variables de la politique économique par $\hat{y}_t$ et $\hat{u}_t$.

([89]) R.S. PINDYCK : *Optimal Planning for Economic Stabilization*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1973.

On suppose que leurs préférences sont synthétisées par une fonction de coût du type suivant :

$$J = f\,[\,(y_t - \hat{y}_t)\ ;\ (u_t - \hat{u}_t)\,]$$

Le problème posé par le contrôle optimal est la recherche d'une séquence de contrôle $[u^*_t,\ t = 0, 1, 2, \ldots, T_{-1}]$ et de la trajectoire correspondante $[y^*_t,\ t = 1, 2, \ldots, T]$ telles que la fonction du coût soit minimum.

2. FORMALISATION MATHEMATIQUE

Le principe du minimum de Pontryagin (1962) ([90]) fournit l'ensemble des conditions nécessaires à la solution d'un problème général de contrôle optimal continu.

La dérivation (Pearson et Sridhar, 1966) ([91]) (Rosen, 1967) ([92]) d'un principe du minimum applicable au cas direct peut aussi être obtenue à partir des résultats de Kuhn et Tucker (1951) ([93]) pour les problèmes d'optimalisation statique en programmation convexe.

Les résultats fondamentaux du principe du minimum dans le cas discret peuvent être synthétisés comme suit :

Hypothèses :

Soit un système d'équations aux différences :

$$y_{t+1} - y_t = f(y_t, u_t, t) \qquad t = 0, 1, 2, \ldots, T - 1 \quad (1)$$

La valeur initiale des variables d'état et l'intervalle de temps sur lequel porte l'optimisation sont connus :

$$\alpha \text{ et } T \text{ fixés}$$

$$y_0 = \alpha$$

Les fonctions $f(y_t, u_t, t)$ sont continuellement différentiables par rapport à y et u. Ces fonctions, ainsi que leurs dérivées partielles sont bornées.

([90]) L.S. Pontryagin and al. : *The mathematical theory of optimal processes*, Wiley, New York, 1962.

([91]) J.B. Pearson and R. Sridhar : *A Discrete optimal control problem*, I.E.E.E. Transactions on Automatic Control, April 1966.

([92]) J.B. Rosen : « Optimal Control and Convex programming » in Y. Abadie : *Non-linear programming*, North-Holland Publishing C°, Amsterdam, 1967.

([93]) H.W. Kuhn and A.W. Tucker : « Non-linear programming » in *Proceedings of second Berkeley symposium on mathematical statistics and probability*, ed. by Y. Neyman. University of California Press. Berkeley, 1951.

On veut minimiser une fonction de coût du type

$$J = K(y_T) + \sum_{t=0}^{T-1} L(y_t, u_t, t) \qquad (2)$$

en imposant que les séquences $[y_t, u_t]$ appartiennent à un ensemble de contraintes définies par :

$$g(y_t, u_t, t) \geqslant 0 \qquad (3)$$

De plus, on peut supposer que l'état final des variables d'état est contraint ([94]) : on fait l'hypothèse que les valeurs finales optimales appartiennent à un certain domaine.

Théorème

Soit y^*_t une trajectoire du système (1) correspondant à une séquence de contrôle u^*_t telle que

$$y^*_o = \alpha \quad \text{et} \quad [y^*_t, u^*_t] \text{ respectent } (3)$$

Pour que u^*_t minimise la fonction de pénalité (2), il est nécessaire qu'il existe une séquence de n vecteurs $[p^*_t,\ t = 0, 1, \ldots, T]$ appelés variables adjointes et une séquence de m vecteurs $[\mu^*_t,\ t = 0, 1, \ldots, T]$ appelés multiplicateurs de Kuhn et Tucker tels que

a) la fonction scalaire, appelée fonction hamiltonienne :

$$H(y^*_t, p^*_{t+1}, u^*_t, \mu^*_{t+1}) = L(y^*_t, u_t, t) + p^*_{t+1}{}' f(y^*_t, u_t, t) - \mu^*_{t+1}{}' g(y^*_t, u_t, t) \qquad (1')$$

ait une valeur minimale pour $u_t = u^*_t$
(pour tout $t = 0, 1, \ldots, T-1$)

b) la dynamique de y^*_t, p^*_t, et μ^*_t soit déterminée par les équations :

$$y^*_{t+1} - y^*_t = \left.\frac{\partial H}{\partial p_{t+1}}\right|_* = f(y^*_t, u^*_t, t) \qquad (2')$$

$$p^*_{t+1} - p^*_t = \left.\frac{\partial H}{\partial y_t}\right|_* \qquad (3')$$

([94]) On impose, par exemple, que la valeur terminale des variables d'état corresponde aux valeurs fixées par un planificateur.

$$g(y^*_t, u^*_t, t) = - \frac{\partial H}{\partial \mu_{t+1}} \bigg|_* \geqslant 0 \qquad (4')$$

$$\mu^*_t \geqslant 0 \qquad (5')$$

$$g'(y^*_t, u^*_t, t)\ \mu^*_{t+1} = 0 \qquad (6')$$

$$p^*_T = \frac{\partial}{\partial y^*_T} K(y^*_T) \qquad (7')$$

Le système envisagé étant linéaire et la fonction de coût convexe, ces conditions nécessaires sont aussi suffisantes (conditions de convexité). La solution extrêmale sera la solution optimale unique.

La séquence $[u^*_t]$ est appelée contrôle optimal, la trajectoire $[y^*_t]$ est qualifiée d'optimale.

B. Application aux modèles économétriques : algorithme de Pindyck

1. LE PROBLEME

Soit le modèle

$$y_{t+1} - y_t = Ay_t + Bu_t + Cz_t$$

$$y_0 = \alpha$$

La fonction de coût de quadratique est donnée par

$$J = \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{T} \{ (y_t - \hat{y}_t)' Q (y_t - \hat{y}_t) + (u_t - \hat{u}_t)' R (u_t - \hat{u}_t) \}$$

où Q est une matrice semi-définie positive et R est une matrice définie positive.

Pindyck n'impose pas de contraintes du type (3), les conditions nécessaires (4'), (5'), (6') ne seront donc pas utilisées.

a) Le hamiltonien s'écrit :

$$H(y_t, p_{t+1}, u_t) = \frac{1}{2}(y_t - \hat{y}_t)' Q (y_t - \hat{y}_t)$$

$$+ \frac{1}{2}(u_t - \hat{u}_t)' R (u_t - \hat{u}_t)$$

$$+ p'_{t+1}(Ay_t + Bu_t + Cz_t)$$

b) Les conditions nécessaires sont données par :

$$\left.\frac{\partial H}{\partial u_t}\right|_* = 0 \quad \text{c'est-à-dire } u^*_t = -R^{-1} B' p^*_{t+1} + \hat{u}_t \qquad (1)$$

$$y^*_{t+1} - y^*_t = \left.\frac{\partial H}{\partial p_{t+1}}\right|_* = Ay^*_t + Bu^*_t + Cz_t$$

$$p^*_{t+1} - p^*_t = \left.\frac{\partial H}{\partial y_t}\right|_* = -Q(y^*_t - \hat{y}_t) - A'p^*_{t+1}$$

De plus, on a

$$y^*_o = \alpha \text{ et } p^*_T = Q(y^*_T - \hat{y}_T)$$

Notons que le problème ainsi présenté est équivalent à celui formulé par Theil (1964) ([95]), au traitement des retards près.

2. L'ALGORITHME

Le détail de l'algorithme de solution construit par Pindyck est présenté dans son ouvrage (1973) ([96]) ; nous nous bornerons ici à indiquer ses grandes caractéristiques.

Pindyck démontre qu'il est raisonnable de faire l'hypothèse qu'il existe une relation linéaire entre les variables d'état et les variables adjointes :

$$p^*_t = K_t y^*_t + g_t$$

Cette relation est introduite dans l'équation définissant la valeur optimale de la séquence de contrôle :

$$u^*_t = -R^{-1} B' p^*_{t+1} + \hat{u}_t$$

([95]) H. THEIL : *Optimal Decision Rules for Government and Industry*. North-Holland Publishing Co, Amsterdam, 1964.

([96]) R.S. PINDYCK : *Optimal Planning for Economic Stabilization*, North Holland Publishing Co, Amsterdam, 1973.

Après introduction de cette expression dans les conditions (2'') et (3'') et moyennant quelques remplacements, Pindyck définit les équations de Riccati :

$$K_t = Q + (I + A)' (K_{t+1} — K_{t+1} B (R + B' K_{t+1} B)^{-1} B' K_{t+1})$$
$$(I + A)$$

avec $K_T = Q$

et les équations de « poursuite » :

$$g_t = — (I + A)' (K_{t+1} — K_{t+1} B (R + B' K_{t+1} B)^{-1} B' K_{t+1})$$
$$(+ BR^{-1} B' g_{t+1} — B\hat{u}_t — Cz_t) + (I + A) ' g_{t+1} — Q\hat{y}_t$$

avec

$$g_T = — Q\hat{y}_T$$

Finalement les valeurs de contrôle optimales sont déterminées par :

$$u^*_t = — (R + B' K_{t+1} B)^{-1} B' K_{t+1} [(I + A) y^*_t$$
$$— B R^{-1} B' g_{t+1} + B\hat{u}_t + Cz_t] — R^{-1} B' g_{t+1} + \hat{u}_t$$

Cette méthode peut être résumée comme suit (on suppose que la période est de 10 années) :

i. *Calcul des équations de Riccati*

— calculer d'abord $K_T = Q$
— résoudre ensuite les
$K_t = f(K_{t+1}$, et des matrices $(I+A)$, B et $R)$
pour $t = T — 1, \ldots, 1$
— stocker les résultats

ii. *Calcul des équations de poursuite*
— calculer d'abord $g_T = — Q\hat{y}_T$
— résoudre ensuite les
$g_t = f\ (g_{t+1}, K_{t+1}, \hat{u}_t, \hat{y}_t)$
pour $t = T — 1, \ldots, 1$
— stocker les résultats

iii. *Calcul des valeurs optimales*
— calculer d'abord $u^*_o = f\ (y^*_o, K_1, g_1, \hat{u}_o, z_o)$
avec $y^*_o = \alpha$
— calculer ensuite $y^*_1 = f\ (y^*_o, u^*_o, z_o)$
— les valeurs suivantes sont déterminées par
$u^*_t = f\ (y^*_t, K_{t+1}, g_{t+1}, \hat{u}_t, z_t)$
$y^*_{t+1} = f\ (y^*_t, u^*_t, z_t)$
pour $t = 1, \ldots, T — 1$

3. INTERPRETATION DES VARIABLES ADJOINTES

On peut montrer (Ginsburgh, 1974) (97) que l'interprétation des variables adjointes est analogue à celle des multiplicateurs de Lagrange en programmation statique. Chaque variable adjointe au temps t peut être interprétée comme le coût marginal associé à une petite modification de la variable d'état correspondante, au temps t. Les variables adjointes peuvent donc être considérées comme des prix ombres dynamiques mesurant le coût marginal dynamique de chaque variable d'état.

Cette interprétation évidente dans les modèles d'activité est plus délicate pour le type de modèle considéré ici qui comprend des variables exprimées en quantité et en prix. Nous n'avons donc pas procédé à leur calcul.

C. Application au modèle Breughel

1. RECHERCHE DES MEILLEURES CORRECTIONS DE POLITIQUE ECONOMIQUE

L'approche suivie par Pindyck revient à rechercher les meilleures politiques économiques à partir des préférences des responsables de la politique économique. En d'autres termes, Pindyck suppose que ceux-ci choisissent les niveaux désirés des objectifs et des instruments ; l'application de l'algorithme de solution donne alors les niveaux optimaux des variables étudiées.

On peut toutefois penser (98) qu'il est plus pertinent de chercher à corriger de façon optimale la trajectoire suivie par les variables endogènes. Il semble en effet que les responsables de la politique économique ne formulent pas des valeurs idéales dans l'absolu mais tentent plutôt de modifier l'évolution de certaines variables économiques.

Ces corrections peuvent s'exprimer comme suit :

$$d\hat{y}_t = \hat{y}_t - y_t \; ; \qquad d\hat{u}_t = \hat{u}_t - u_t$$

où y_t est la trajectoire engendrée par la forme réduite du modèle pour les valeurs u_t

$\hat{y}_t$ et $\hat{u}_t$ sont les valeurs idéales des variables

(97) V. GINSBURGH : *Techniques économétriques de planification et de programmation*, Cours donné en Licence spéciale (maîtrise) en analyse et politique économique, Université Libre de Bruxelles, 1974-1975.

(98) Cette idée nous a été donnée par J. WAELBROECK.

1.a. *Calcul des y*

Le calcul d'une simulation dynamique des variables endogènes y se base sur les formules :

$$dy = A\,dy_{t-1} + A^{\star}\,dy_{t-2} + B\,du_t + B^{\star}\,du_{t-1} + C\,dz_t \qquad (1)$$

où les $dy_{t-i} \simeq y_{t-i} - y^o{}_{t-i}$ pour $i = 0, 1, 2$

$du_{t-i} \simeq u_{t-i} - u^o{}_{t-i}$ pour $i = 0, 1$

$dz_t \simeq z_t - z^o{}_t$

le symbole o se référant au point de linéarisation choisi.

Les matrices A, A*, B, B* et C sont évaluées au même point.

L'expression (1) peut dès lors s'écrire comme suit :

$$y = A\,y_{t-1} + A^{\star}\,y_{t-2} + B\,u_t + B^{\star}\,u_{t-1} + C\,z_t + [y^o - A\,y^o{}_{t-1} - A\,y^o{}_{t-2} - B\,u^o{}_{t-1} - B^{\star}\,u_{t-2} + C\,z^o{}_t]$$

où les termes entre crochets peuvent s'interpréter comme un facteur constant.

1.b. *Recherche des corrections de politique économique*

Soit $y = f\,(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ la solution du modèle obtenue à partir des variables

$$u = f\,(u_1, u_2, \ldots, u_m)$$

$$\text{et } z = f\,(z_1, z_2, \ldots, z_k)$$

Si on modifie de façon infinitésimale les valeurs des instruments, on obtient, par une approximation du premier ordre, la variation correspondante des variables endogènes à partir de la relation :

$$dy = (A\ A^{\star}\ B\ B^{\star}\ C) \begin{bmatrix} dy_{-1} \\ dy_{-2} \\ du \\ du_{-1} \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (i)$$

Le problème posé par le contrôle optimal revient dans ce cas à une recherche des changements optimaux $dy^{\star} = y^{\star} - y$ en fonction des $du^{\star} = (u^{\star} - u)$, compte tenu des variations désirées : $\hat{y} - y$ et $\hat{u} - u$ et de la relation (i) définissant le système.

L'algorithme de Pindyck est toujours d'application pour autant que l'on opère les transformations adéquates des variables.

1.c. *Transformation du système représenté par Breughel en système d'état*

Dans la mesure où les responsables de la politique économique recherchent des corrections de trajectoire, le système étudié se limite à :

$$dy_t = A\,dy_{t-1} + A^*\,dy_{t-2} + B\,du_t + B^*\,du_{t-1}$$

Le vecteur dy_t comprend les 44 variables retenues après la condensation du modèle. Le vecteur u_t comprend 9 éléments ([99]).

Les vecteurs dy_{t-2} et du_{t-2} se limitent chacun, dans Breughel, à une seule variable.

Posons $dy^*_t = dy_{t-1}$

$dy^{**}_t = du_{t-1}$

La dimension des variables d'état sera dès lors de 46 composantes.

Afin que les instruments soient de véritables variables de contrôle, nous avons utilisé la procédure suivie par Pindyck, à savoir nous avons supposé que les valeurs au temps t des instruments étaient égales aux valeurs désirées par les responsables de la politique économique au temps t — 1.

Le système étudié s'écrit dès lors de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} dy_t \\ dy^*_t \\ dy^{**}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underset{44\times 44}{A} & \underset{44\times 1}{A^*} & \underset{44\times 1}{B^*} \\ \underset{1\times 44}{00\ldots10} & \underset{1\times 1}{0} & \underset{1\times 1}{0} \\ \underset{1\times 44}{0} & \underset{1\times 1}{0} & \underset{1\times 1}{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dy_{t-1} \\ dy^*_{t-1} \\ dy^{**}_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underset{44\times 9}{B} \\ \underset{1\times 9}{0} \\ \underset{1\times 9}{0\ldots10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} du_{t-1} \end{bmatrix}$$

([99]) Voir infra page 89.

2. SELECTION DES INSTRUMENTS

L'examen des multiplicateurs de la forme réduite a montré que les effets de certains instruments sont très semblables. Ainsi, nous avons vu notamment qu'il était indifférent d'employer l'un ou l'autre instrument des impôts indirects.

Du point de vue mathématique, cela revient à constater que les colonnes des multiplicateurs de ces instruments sont colinéaires et que la matrice de la forme réduite risque d'être quasi-singulière.

C'est pourquoi nous avons recherché les instruments qui contrôlent effectivement le modèle en appliquant une analyse de composantes principales (1970) [100] à la partie de la forme réduite relative aux instruments.

Rappelons que la méthode des composantes principales est utilisée lorsqu'on est confronté à un échantillon comprenant un grand nombre de variables non indépendantes. Elle permet de réduire le nombre de variables à prendre en considération, en remplaçant les k variables de l'échantillon par k^* ($k^* < k$) autres variables, tout en conservant la majeure partie de l'information contenue dans l'échantillon initial.

L'application de cette technique à la matrice des instruments de Breughel a montré que neuf composantes principales expliquent 99 % de la variance totale des instruments.

Les instruments associés à ces neuf composantes principales sont :
— les investissements publics (VGX)
— les rémunérations publiques (YGVX)
— les restrictions de crédit (QX et QX63)
— les impôts indirects (II)
— les subventions (SUBVX)
— les variations discrétionnaires des impôts directs sur le revenu des particuliers et le revenu des sociétés (COER3X et COER4X)
— l'immigration (IMMX)

Ces instruments seront retenus dans l'algorithme de solution du contrôle optimal, les autres instruments sont considérés comme de simples variables exogènes.

(100) Ph.J. DHRYMES : *Econometrics : Statistical foundations and applications*, Harper and Row, New York, 1970.

3. APPLICATION DE L'ALGORITHME

a. *La détermination des valeurs désirées*

Le choix des valeurs désirées des objectifs et des instruments de la politique économique est une problème de choix essentiellement politique qu'il n'est pas possible de définir à partir d'une règle mathématique précise.

Nous avons donc retenu une solution simple de détermination des valeurs désirées, tant pour les objectifs que pour les instruments, en supposant que les responsables de la politique économique souhaitent une évolution lisse des variables économiques.

Les valeurs désirées des variables d'état ont été calculées à partir de leur évolution moyenne pendant la période étudiée ; c'est-à-dire la période 1966-1974.

Ainsi, par exemple, d'une façon plus précise, nous avons calculé les objectifs désirés du « carré magique », en supposant que le P.N.B. augmentait suivant un taux de croissance annuel moyen de 5 %, que le nombre désiré de chômeurs était annuellement de 80.000 chômeurs, que l'inflation annuelle désirée était de 5 % et enfin que le solde désiré de la balance des paiements devait correspondre à l'augmentation trimestrielle des importations.

Les valeurs désirées des instruments des dépenses publiques ont été calculées de manière analogue.

Par contre, les valeurs désirées des instruments des recettes publiques ont été déterminées en faisant l'hypothèse de législation constante ; nous avons donc supposé qu'il n'y a pas de modification des coefficients de recettes discrétionnaires.

Nous avons aussi fait l'hypothèse que les valeurs moyennes des variables d'état pouvaient être réalisées moyennant les restrictions de crédit existant pendant la période d'observation.

Enfin, nous avons posé la valeur désirée du nombre de permis de travail accordés à l'immigration égale à 6.700 (moyenne de la période).

Ces valeurs désirées ont été conservées pour l'ensemble des simulations effectuées.

b. *Les pénalités*

Toutes les simulations ont été réalisées en imposant des pénalités sur les variables d'état qui correspondent aux objectifs de la politique économique.

Nous n'avons pas imposé de pénalité sur les autres variables d'état, leur évolution n'ayant pas une importance fondamentale en elle-même pour les responsables de la politique économique.

Toutes les simulations ont évidemment été effectuées en imposant des pénalités pour tous les instruments, cette imposition étant obligatoire pour la bonne marche de l'algorithme (condition d'inversibilité des matrices BRB').

Signalons enfin que la fonction de coût accumule les pénalités pour une période de temps finie : 10 années dans notre étude.

Les résultats terminaux peuvent dès lors être difficiles à interpréter dans la mesure où, parfois, ils ne sont pas soumis à l'impact dynamique de certaines variables. Ainsi, par exemple, une modification des taux d'intérêt ne se répercute que deux années plus tard sur l'investissement en logement. Une modification de ces taux au temps T — 1 ne sera donc pas traduite dans les résultats au temps T (si T est la période finale).

D. Présentation des résultats

La première simulation, appelée par la suite *simulation de référence,* a pour but la recherche d'une politique économique optimale où aucun objectif n'est privilégié par rapport à un autre. Il s'agit en quelque sorte de la recherche d'une simulation « neutre » du point de vue des objectifs.

La procédure suivie ensuite consiste à privilégier de façon importante successivement les quatre objectifs du « carré magique », c'est-à-dire le plein emploi, la stabilité des prix, l'équilibre de la balance des paiements et la croissance. Ceci de façon à avoir une coïncidence aussi parfaite que possible entre les valeurs optimales et les valeurs désirées pour ces objectifs.

La simulation relative à la croissance sera réalisée en imposant en outre la valeur désirée d'un instrument, celui des dépenses publiques, ceci afin de tester des effets éventuels de substitution entre instruments.

L'analyse de ces quatre simulations et la comparaison avec la simulation de référence mettra en évidence les modifications des politiques économiques optimales suivant que les responsables de la politique économique s'intéressent plus particulièrement à la réalisation de l'un ou l'autre objectif. Cette analyse examinera les relations de complémentarité et de conflit entre les objectifs ([101]) ainsi que les substitutions possibles entre les instruments.

Du point de vue de la présentation, nous examinerons en premier lieu la simulation de référence. L'examen portera ensuite sur les simulations relatives aux objectifs complémentaires, c'est-à-dire le plein emploi, la stabilité des prix et la croissance.

Enfin, l'analyse portera sur l'objectif équilibre de la balance des paiements, objectif dont la réalisation est en conflit avec la réalisation des objectifs précédents.

L'examen de chaque simulation sera précédé d'une courte synthèse des effets constatés tant au niveau des objectifs qu'au niveau des instruments.

1. LA SIMULATION DE REFERENCE OU SIMULATION N° 1 (voir graphiques 1.1 ; 1.2)

Cette simulation a été réalisée en imposant des poids identiques aux objectifs de la politique économique retenus. De ce fait, une différence d'un milliard de francs du P.N.B. désiré par rapport au P.N.B. de la solution optimale est traitée de la même façon, par exemple, qu'une différence d'un millier de personnes entre le chômage désiré et le chômage optimal ([102]).

Par contre, les écarts entre les ordres de grandeur des instruments sont trop considérables pour qu'on puisse les pénaliser de façon identique. Nous avons donc modulé leur poids respectif de façon à respecter les dimensions relatives.

Les pénalités retenues dans cette simulation sont donc :

— pour les objectifs	1
— pour les instruments	
— investissements publics (VGX)	3
— rémunérations des agents de l'Etat (YGVX)	1
— subventions aux entreprises (SUBVX)	8
— coefficient de recettes discrétionnaires sur l'impôt des personnes physiques (COER3X)	250

([101]) Voir notamment :
E.S. Kirschen et al : *Economic Policies Compared - West and East*, vol. I, General Theory, North Holland Publishing Co., 1974.

([102]) Un inconvénient de cette procédure est qu'elle risque d'imposer relativement plus la réalisation de l'un ou l'autre objectif. Cet inconvénient est cependant très peu important dans la mesure où cette simulation servira surtout de référence par rapport à d'autres simulations.

— coefficient de recettes discrétionnaires sur l'impôt des sociétés (COER4X)	250
— impôts indirects (II)	1
— variable relative à l'introduction de la réforme fiscale (QX)	250
— variable de restriction de crédit (QX63)	250
— immigration (IMMX)	20

De façon générale, la simulation optimale de référence confirme les relations de complémentarité attendues entre la croissance, le plein emploi et la stabilité des prix, ainsi que la relation de conflit entre ces objectifs et celui relatif au solde de la balance des paiements.

Au niveau des instruments, on constate que les valeurs optimales des dépenses publiques suivent généralement l'évolution désirée. Par contre, les profils d'évolution des recettes publiques optimales s'écartent plus sensiblement des valeurs désirées. De plus, la solution optimale montre des effets de substitution entre les impôts directs et les impôts indirects. Enfin, les variables de crédit optimales indiquent une légère accentuation de la politique de restriction de crédit.

a. *Analyse des objectifs*

a.1. *Evolution optimale du produit national brut*

La croissance optimale suit généralement l'évolution de la croissance désirée. Les différences se manifestent principalement au niveau de l'amplitude des variations : la croissance optimale est plus lisse que la croissance désirée.

a.2. *Evolution optimale du chômage*

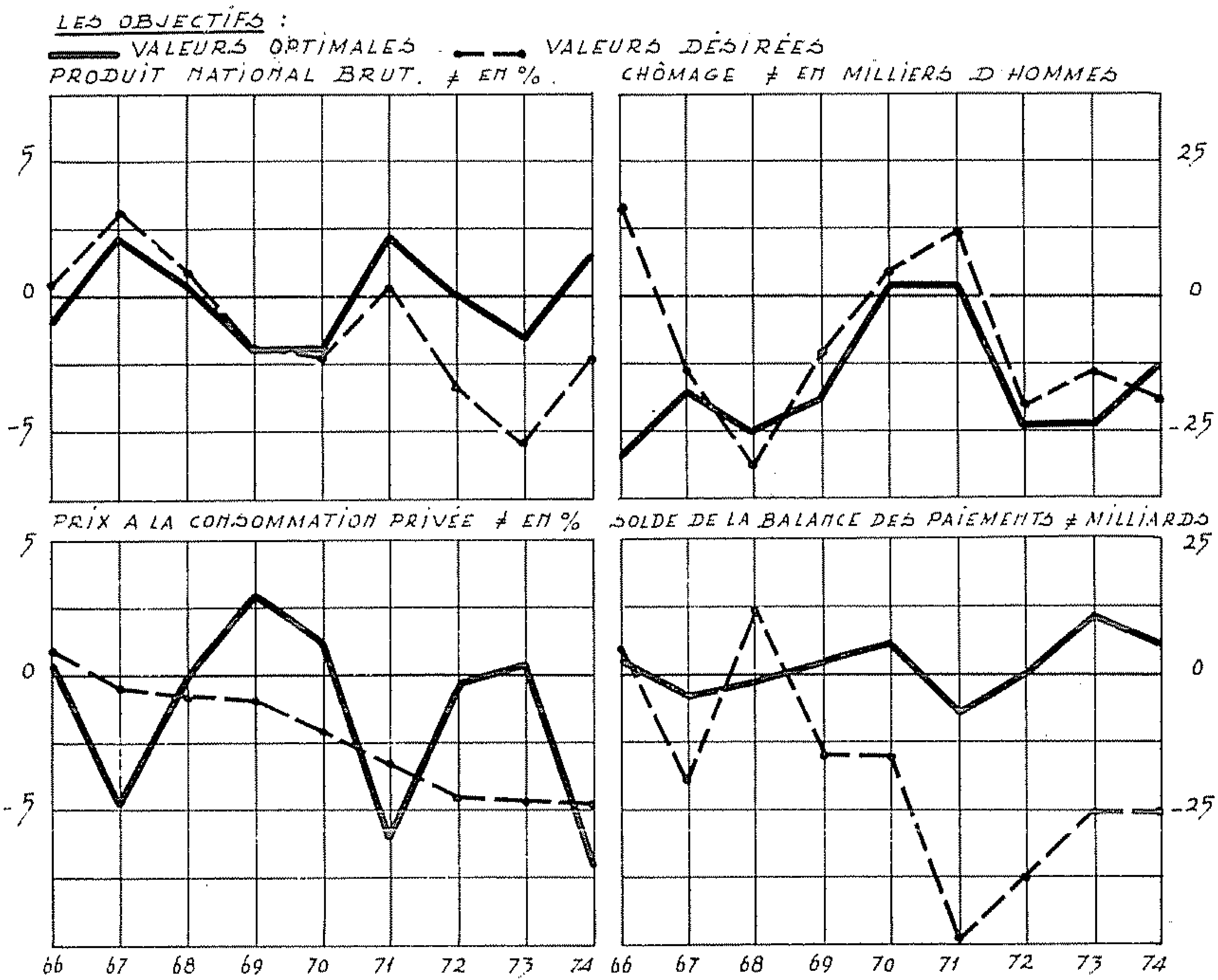
Ici aussi l'évolution optimale du chômage suit presque toujours l'évolution désirée.

Dans la mesure où l'on suppose que la solution du modèle, soit CH, correspond aux observations réelles, on peut dire ainsi qu'il existe une politique économique qui, en modulant autrement la croissance, diminue le nombre de chômeurs et réalise donc mieux l'objectif de plein emploi.

Toutefois, la complémentarité entre la croissance et le chômage se réalise avec retard, ainsi par exemple, la décroissance du P.N.B. optimal provoque une hausse du chômage avec un retard d'une année. Ceci parce que le mécanisme d'ajustement de la demande de facteurs de production aux variations de la demande s'effectue avec un certain délai.

GRAPHIQUE 1.1

Simulation de référence



a.3. *Evolution optimale des prix*

Les valeurs optimales des prix s'écartent nettement plus des valeurs désirées que les solutions optimales obtenues pour les autres objectifs. Il semblerait que la valeur désirée imposée pour cet objectif ne soit pas assez modulée.

Cette première simulation montre la complémentarité entre la réalisation de l'objectif croissance du P.N.B. et celui de la stabilité des prix : aux périodes de faible hausse optimale des prix coïncident souvent des périodes de reprise de la croissance et vice-versa.

a.4. *Evolution optimale du solde de la balance des paiements*

La solution optimale s'écarte assez nettement de la valeur désirée : elle se rapproche plus de la valeur donnée par la solution de la forme réduite du modèle.

Les années de faible croissance du P.N.B. optimal, associée à une hausse optimale des prix coïncident avec des valeurs du solde optimal de la balance des paiements qui correspondent soit à une augmentation du surplus, soit à une réduction du déficit. Par contre, les années de forte croissance du P.N.B. optimal sont associées à des valeurs optimales du solde de la balance des paiements qui correspondent soit à une diminution du surplus soit à une augmentation du déficit.

Synthétiquement, on observe l'alternance de signe suivante entre les objectifs :

P.N.B. optimal	Prix optimal	Solde de la balance des paiements optimal
—	+	+

Ce conflit entre les objectifs peut être analysé de la façon suivante : en période de faible croissance optimale, les importations optimales tendent à diminuer puisqu'elles sont liées à la demande intérieure, les exportations optimales par contre peuvent augmenter dans la mesure où elles dépendent de la demande extérieure. En période de forte croissance, la demande intérieure entraîne les importations optimales tandis que les exportations optimales peuvent croître plus faiblement.

Il faut ajouter à cette interprétation le rôle joué par la valeur des élasticités prix du bloc commerce extérieur du modèle ; en période de croissance optimale des prix les exportations optimales subissent un impact négatif plus grand que l'impact positif au niveau des importations optimales.

b. *Analyse des instruments*

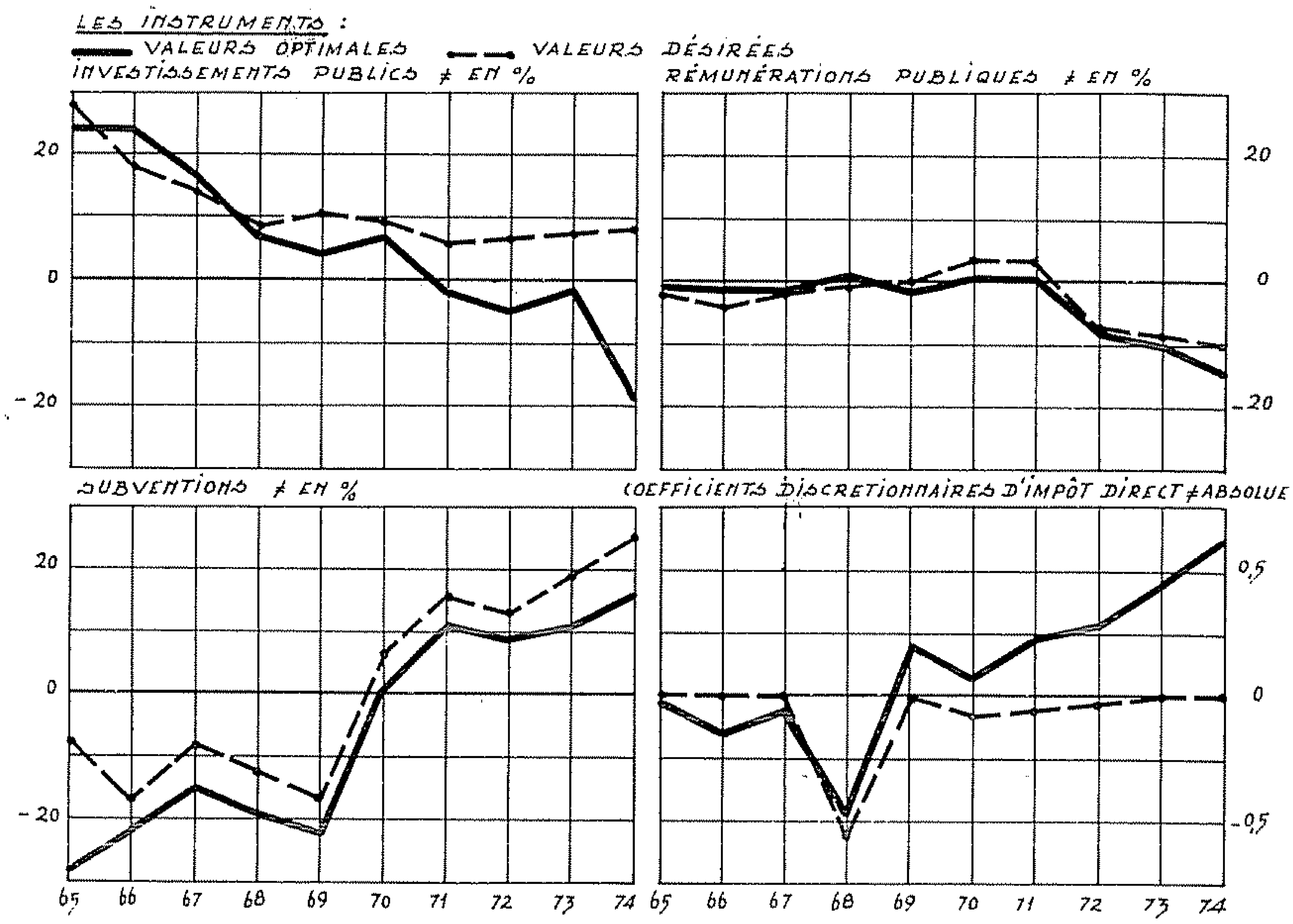
b.1. *Evolution optimale des dépenses publiques*

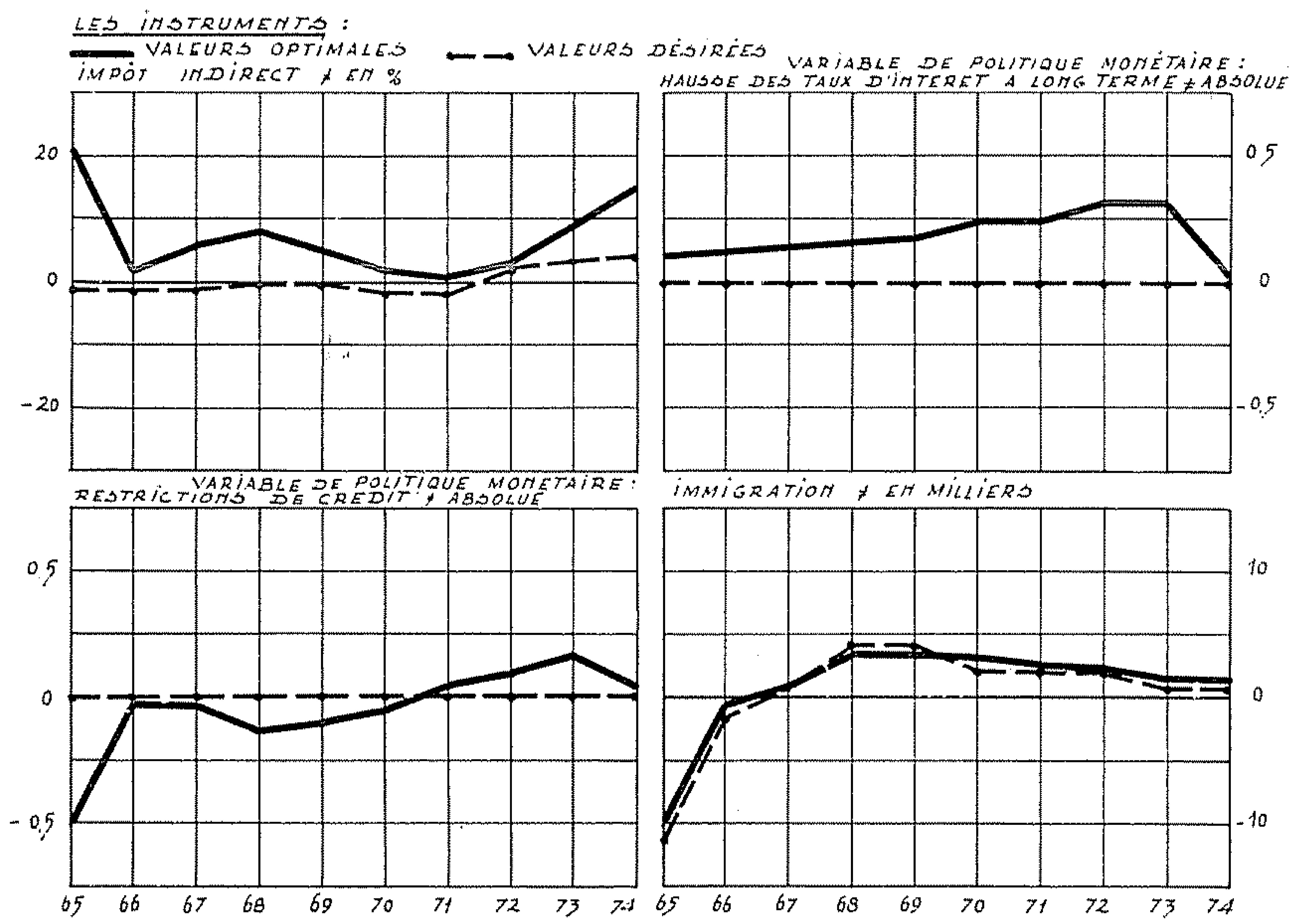
La valeur optimale des *investissements publics* suit jusqu'en 1970 les valeurs désirées qui correspondent à une évolution suivant le taux de croissance moyen de la période. En fin de période, les valeurs optimales indiquent une croissance plus faible par rapport aux valeurs moyennes.

La solution optimale des *rémunérations publiques* se rapproche fortement des valeurs désirées. On peut interpréter ce résultat par

GRAPHIQUE 1.2

Simulation de référence





le fait que les responsables de la politique économique n'ont pas intérêt à modifier de façon sensible cet instrument : sa croissance suivant un taux moyen permet une réalisation optimale « moyenne » des objectifs étudiés.

Si les *subventions* optimales suivent aussi les valeurs désirées, il faut cependant remarquer des effets d'amplitude : aux périodes de décroissance désirée des subventions correspondent des valeurs optimales diminuant plus fortement ; en période d'augmentation elles croissent de façon plus importante.

b.2. *Evolution optimale des recettes publiques*

La valeur optimale du coefficient de *recettes discrétionnaires sur l'impôt des personnes physiques* est modulée dans le temps : au début de la période elle correspond à une diminution de la charge fiscale pour augmenter ensuite.

La réalisation optimale « moyenne » des objectifs implique par contre presque toujours une accentuation de la *pression fiscale indirecte*.

Il existe des relations de substitution entre ces instruments, ainsi par exemple, une diminution de la charge fiscale directe, en 1968, correspond à une augmentation de la pression indirecte. L'effet inverse, augmentation de la pression fiscale directe associée à une diminution de la pression fiscale indirecte, se produit en 1966, 1971 et 1972.

b.3. *Evolution optimale des variables de crédit*

L'interprétation des valeurs optimales de ces variables est délicate de par la nature même des variables de crédit.

Rappelons, par exemple, que la variable QX63 permet de tenir compte de l'augmentation des taux d'intérêt à long terme suite à la réforme fiscale de 1962.

La solution optimale montre que cette variable devrait se situer à un niveau légèrement plus élevé que l'unité ; donc que les taux d'intérêt à long terme devraient être augmentés.

La valeur optimale de la variable restrictions de crédit s'écarte peu de la politique suivie pendant la période étudiée et qui se caractérisait par une restriction modulée des crédits à partir de 1964.

2. SIMULATION N° 2 OU SIMULATION PRIVILEGIANT LA VALEUR OPTIMALE DU CHOMAGE (voir graphiques 2.1 et 2.2)

L'objectif de plein emploi étant d'une actualité brûlante, nous avons testé la politique économique correspondant aux valeurs désirées de 80.000 chômeurs pendant la période étudiée.

Cette simulation a été effectuée en utilisant une pénalité de 100 pour les écarts de la solution optimale de cette variable par rapport à la valeur désirée de 80.000. Les autres poids sont restés identiques à ceux utilisés dans la simulation de référence analysée ci-dessus.

Cette simulation confirme les relations examinées dans la simulation de référence, à savoir que les relations de complémentarité entre l'objectif de plein emploi et la croissance ne se réalisent qu'après un certain retard. Les mesures prises aux niveaux de la croissance n'exercent donc un effet sur le plein emploi qu'au bout d'une ou deux années. Les relations de conflit entre les trois objectifs, croissance, plein emploi et stabilité des prix, et l'équilibre du solde de la balance des paiements se manifestent à nouveau.

L'examen des instruments montre que les subventions et les impôts indirects auraient dû avoir une évolution plus modulée afin d'atteindre l'objectif de 80.000 chômeurs. La politique monétaire devient plus restrictive. Son évolution est fonction du mécanisme de détermination de la demande des facteurs dans le modèle. Enfin, il semble que l'immigration ne soit pas un instrument fortement utilisable pour cet objectif.

a. *Impact sur les objectifs*

L'évolution optimale de la *croissance et des prix* est nettement plus heurtée que danc la simulation de référence : les amplitudes des variations sont nettement plus fortes.

Les relations de complémentarité entre la *croissance* et *le plein emploi* ne se réalisent, comme nous l'avons vu, qu'avec un certain délai. Ainsi, la croissance du P.N.B. en 1967 et 1971 provoque une diminution de chômage en 1968 et 1972. La diminution de cette croissance en 1968, 1969 et 1970 entraîne une augmentation du chômage en 1970 et 1971.

L'évolution du *solde de la balance des paiements* est analogue à la solution de référence, les différences portent sur de petits effets d'amplitude.

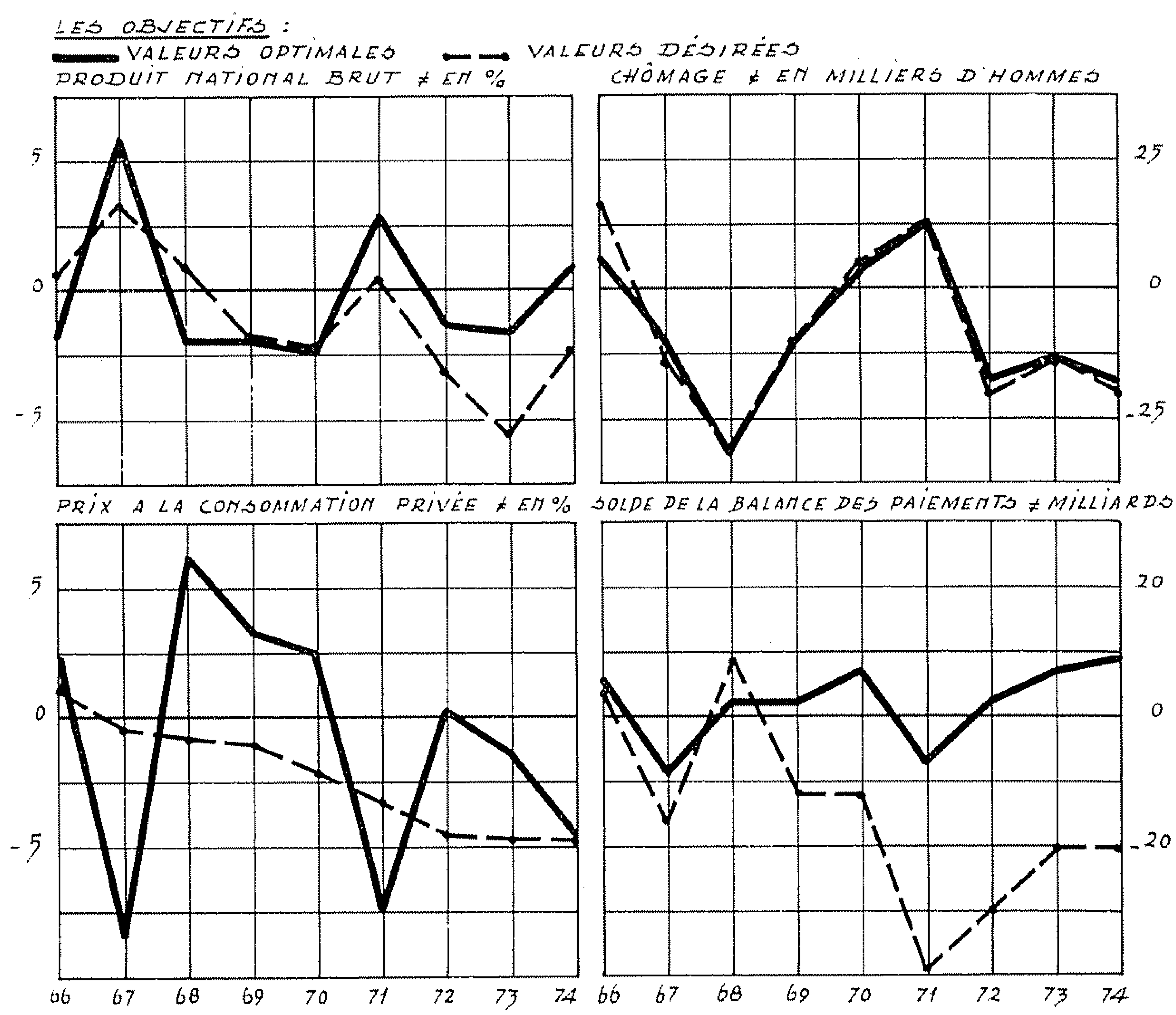
b. *Impact sur les instruments*

L'évolution des *instruments des finances publiques* est assez analogue aux résultats obtenus dans la simulation de référence. Les différences portent principalement sur des effets d'amplitude mais aussi sur une modulation des subventions et des impôts indirects : les premières auraient dû augmenter au début de la période, les seconds par contre ont une valeur optimale plus faible que dans la simulation de référence.

Par contre, les modifications sont plus nettes au niveau de la *politique de crédit :* ainsi, notamment, la valeur optimale de la variable hausse des taux d'intérêt est nettement plus modulée que dans la simulation de référence. L'imposition d'une diminution importante du chômage en 1968 a notamment comme conséquence une hausse importante des taux d'intérêt en 1966. Le mécanisme

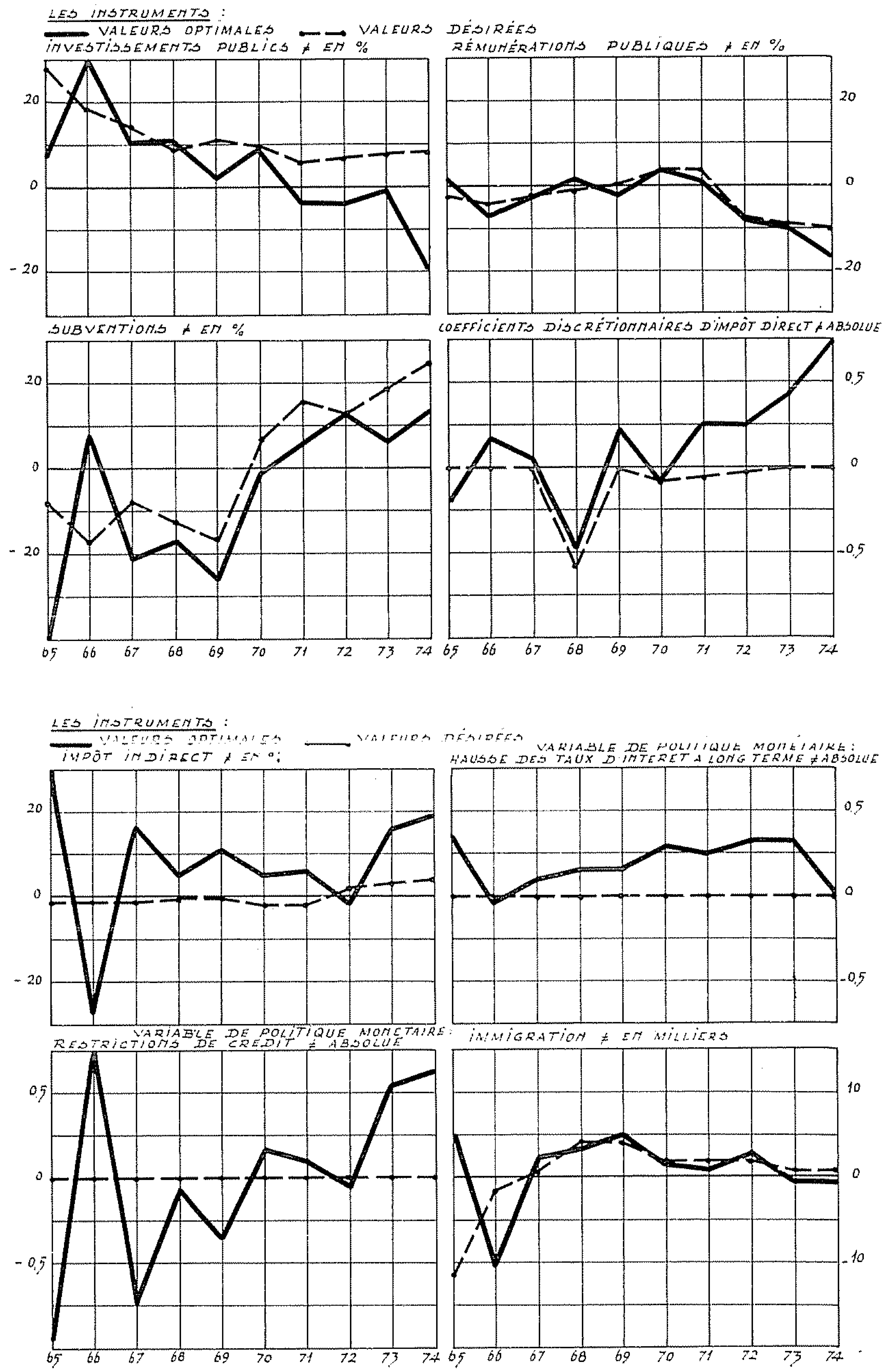
GRAPHIQUE 2.1

Simulation où la valeur optimale du chômage est privilégiée



GRAPHIQUE 2.2

Simulation où la valeur optimale du chômage est privilégiée



mis en cause ici implique tout le schéma de la demande de facteurs de production : en augmentant le taux d'intérêt à moyen terme, on provoque, par l'intermédiaire du rapport salaire/coût du capital, une augmentation de la demande de travail et donc une réduction du chômage. Cet ajustement ne se réalise cependant qu'au terme d'un certain nombre d'années puisque le mécanisme d'élaboration de la demande de facteurs de production suppose que les valeurs réelles demandées par les entreprises s'adaptent avec retard aux valeurs désirées.

Ajoutons encore que les effets sur l'immigration optimale sont faibles : la principale différence porte sur l'année 1966 où les permis de travail diminuent sensiblement.

3. SIMULATION N° 3 OU SIMULATION PRIVILEGIANT LA VALEUR OPTIMALE DES PRIX (graphiques 3.1 et 3.2)

Cette simulation a été réalisée en imposant un poids de 100 à l'objectif stabilité des prix. Rappelons que la valeur désirée de cet objectif est équivalente à un taux de croissance moyen annuel de 5 %.

Cette simulation montre que les relations de complémentarité entre les objectifs s'accentuent nettement. Nous avons déjà vu précédemment les relations complémentaires entre la croissance et les prix ; cette troisième simulation montre en outre de façon très nette la complémentarité entre la réalisation d'un faible taux de croissance des prix et d'un faible niveau du chômage.

Les politiques économiques optimales diffèrent des valeurs obtenues dans les simulations précédentes. La principale modification se situe au niveau de la politique de restriction de crédit qui tend à être nettement plus relâchée que précédemment.

a. *Impact sur les objectifs*

L'évolution du P.N.B. optimal s'écarte nettement plus des valeurs désirées ; il n'est plus possible d'obtenir une évolution de la croissance suivant un taux de croissance moyen de 5 %. Ceci parce que les valeurs optimales des prix ne peuvent plus prendre des valeurs aussi faibles que celles obtenues dans la simulation de référence.

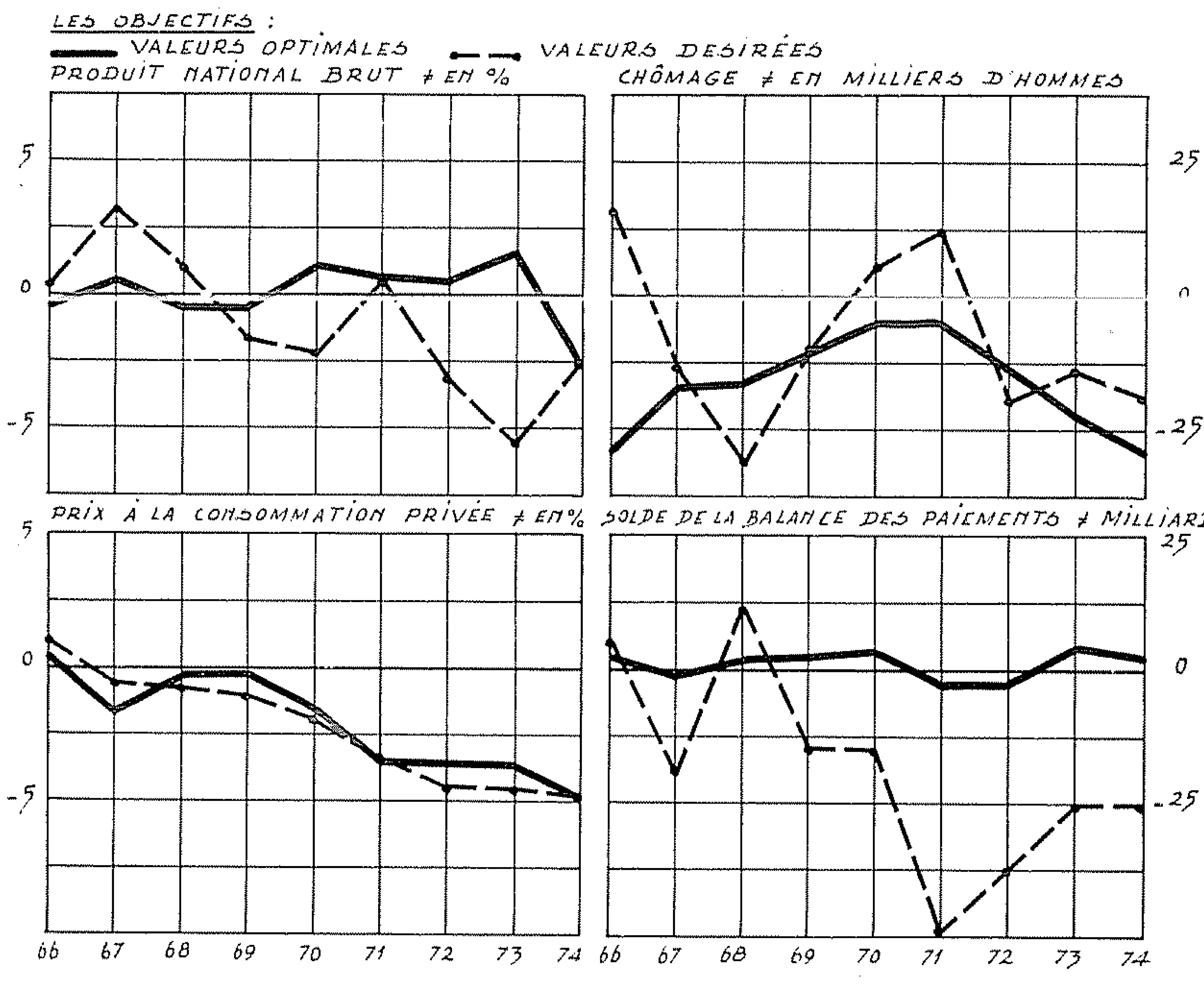
C'est au niveau du chômage optimal que se produit la modification la plus importante : une inflation modérée moyenne s'accompagne d'un profil plus lisse du chômage, qui correspond à une diminution du nombre de chômeurs ([103]).

Ce résultat provient de mouvements différents au niveau de l'offre et de la demande de travail. La demande de travail augmente en période de faible croissance des prix, car celle-ci s'accompagne d'une hausse modérée des salaires. L'offre de travail par contre a tendance à peu augmenter par suite de la faible hausse du salaire réel.

Enfin, l'évolution du solde optimal de la balance des paiements est nettement plus lisse que les mouvements examinés dans les simulations précédentes ; ce résultat est en accord avec les solutions optimales obtenues pour la croissance.

GRAPHIQUE 3.1

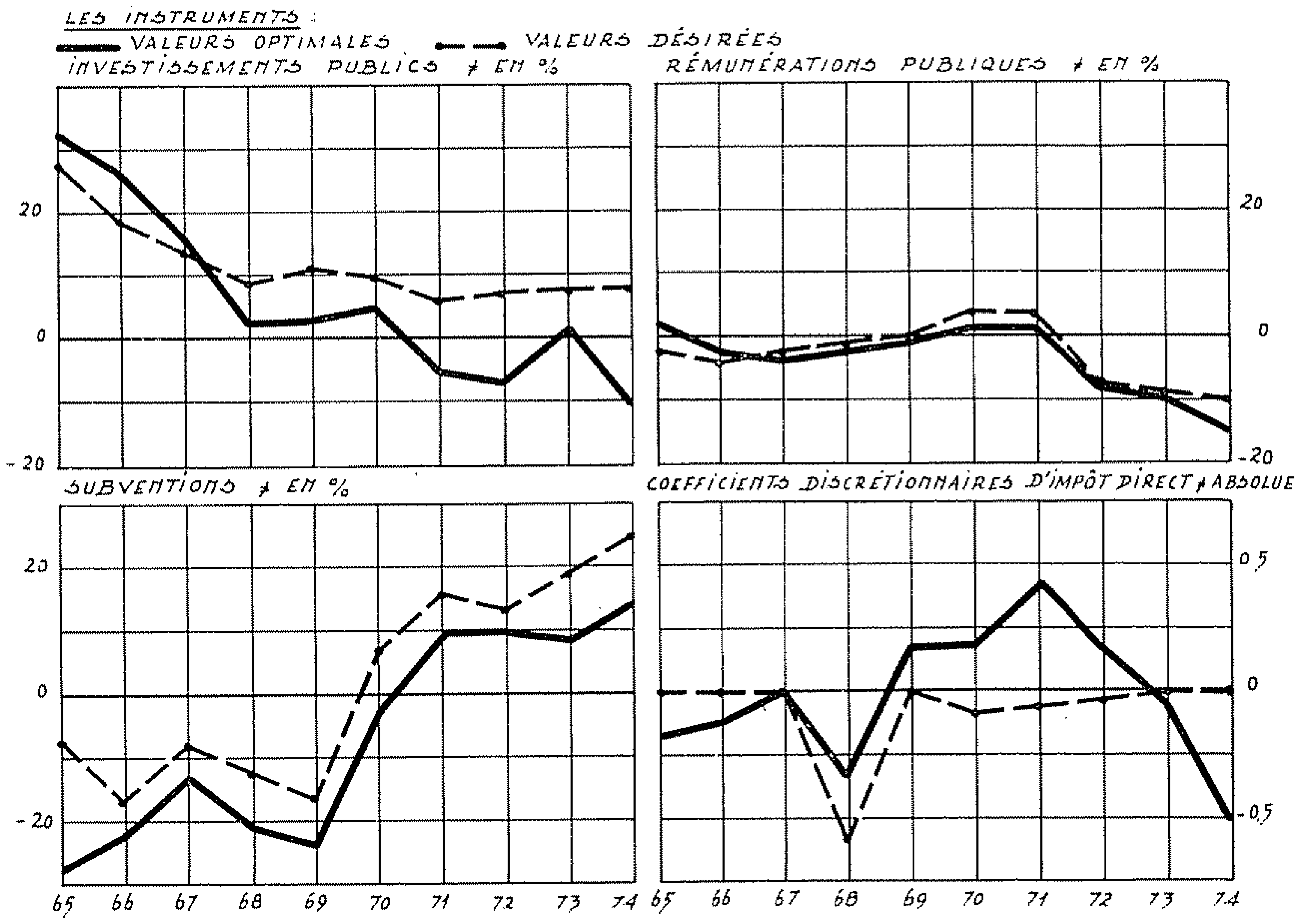
Simulation où la valeur optimale du prix à la consommation privée est privilégiée

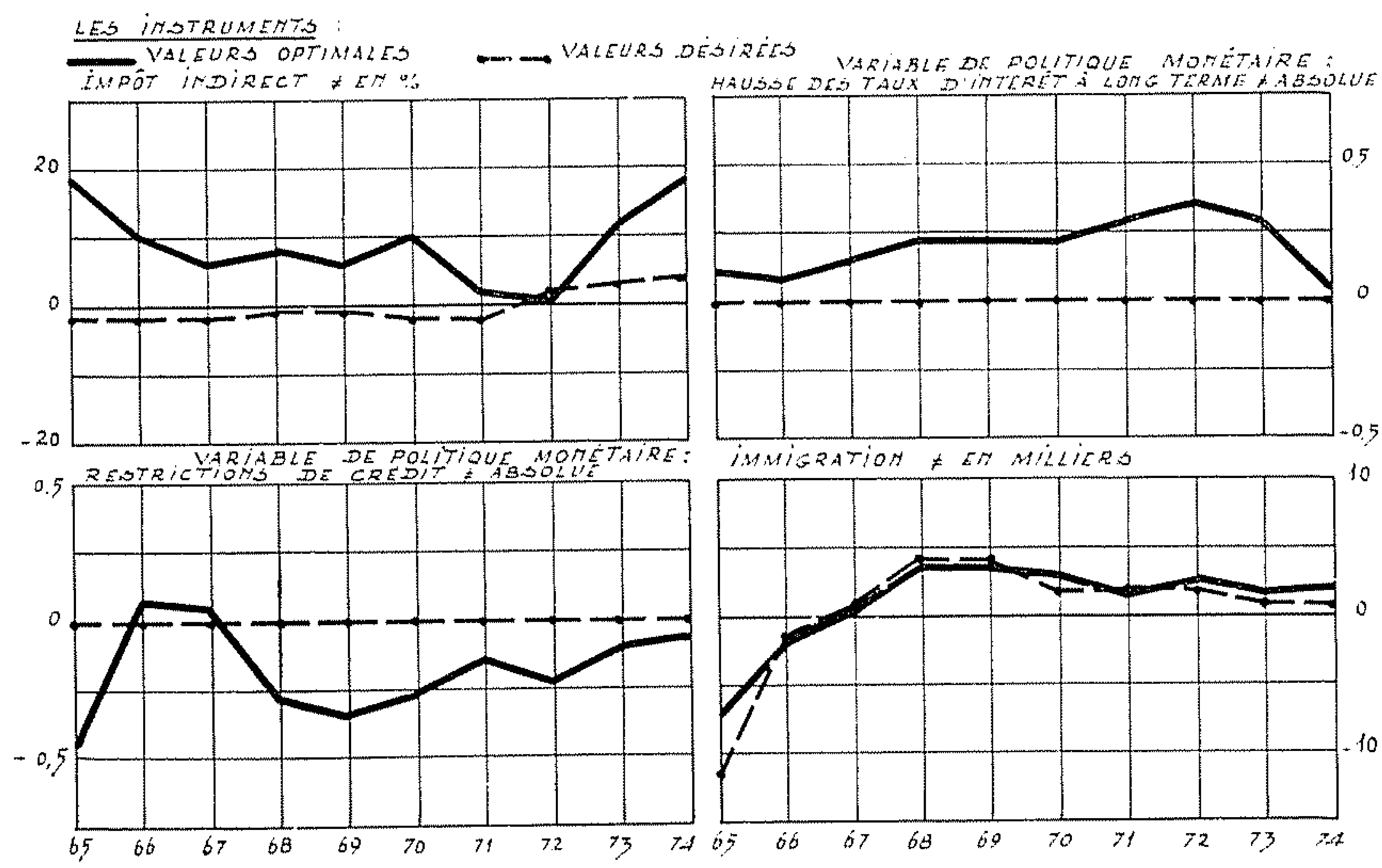


([103]) Ce résultat se retrouve aussi dans la littérature :
E.S. KIRSCHEN et al : *Economic Policies Compared, West and East ;* voir particulièrement la page 268 de cet ouvrage.

GRAPHIQUE 3.2

Simulation où la valeur optimale du prix à la consommation privée est privilégiée





b. *Impact sur les instruments*

Les instruments des dépenses publiques évoluent de manière analogue au processus suivi dans la simulation de référence. L'impact est différent pour les recettes publiques : la pression fiscale directe s'accentue dans la troisième simulation, la pression fiscale indirecte suit une évolution différente tout en allant toujours dans le sens d'une augmentation. On retrouve ici l'effet mis en évidence par Glejser (1967) ([104]), à savoir qu'une augmentation des impôts indirects provoque une diminution de l'inflation .

La principale différence se situe au niveau de la politique de crédit, les valeurs optimales vont dans le sens d'un relâchement du crédit : l'investissement subissant déjà le choc d'une faible hausse des salaires, et donc d'un effet de substitution en sa défaveur, ne doit pas subir en outre une augmentation du coût du capital.

4. SIMULATION N° 4 OU SIMULATION PRIVILEGIANT LA VALEUR OPTIMALE DE LA CROISSANCE (voir graphiques 4.1 et 4.2)

La valeur désirée de cet objectif correspond aux valeurs calculées à partir d'un taux de croissance moyen observé pendant la période étudiée, c'est-à-dire un taux annuel de 5 %.

Cette simulation a été réalisée en imposant un poids de 100 à l'objectif étudié, mais aussi en imposant un poids analogue sur l'évolution des investissements publics. Cette dernière contrainte a été imposée de façon à dégager des effets éventuels de substitution au niveau des instruments.

Les modifications importantes introduites par cette simulation se situent plus au niveau des instruments que des objectifs.

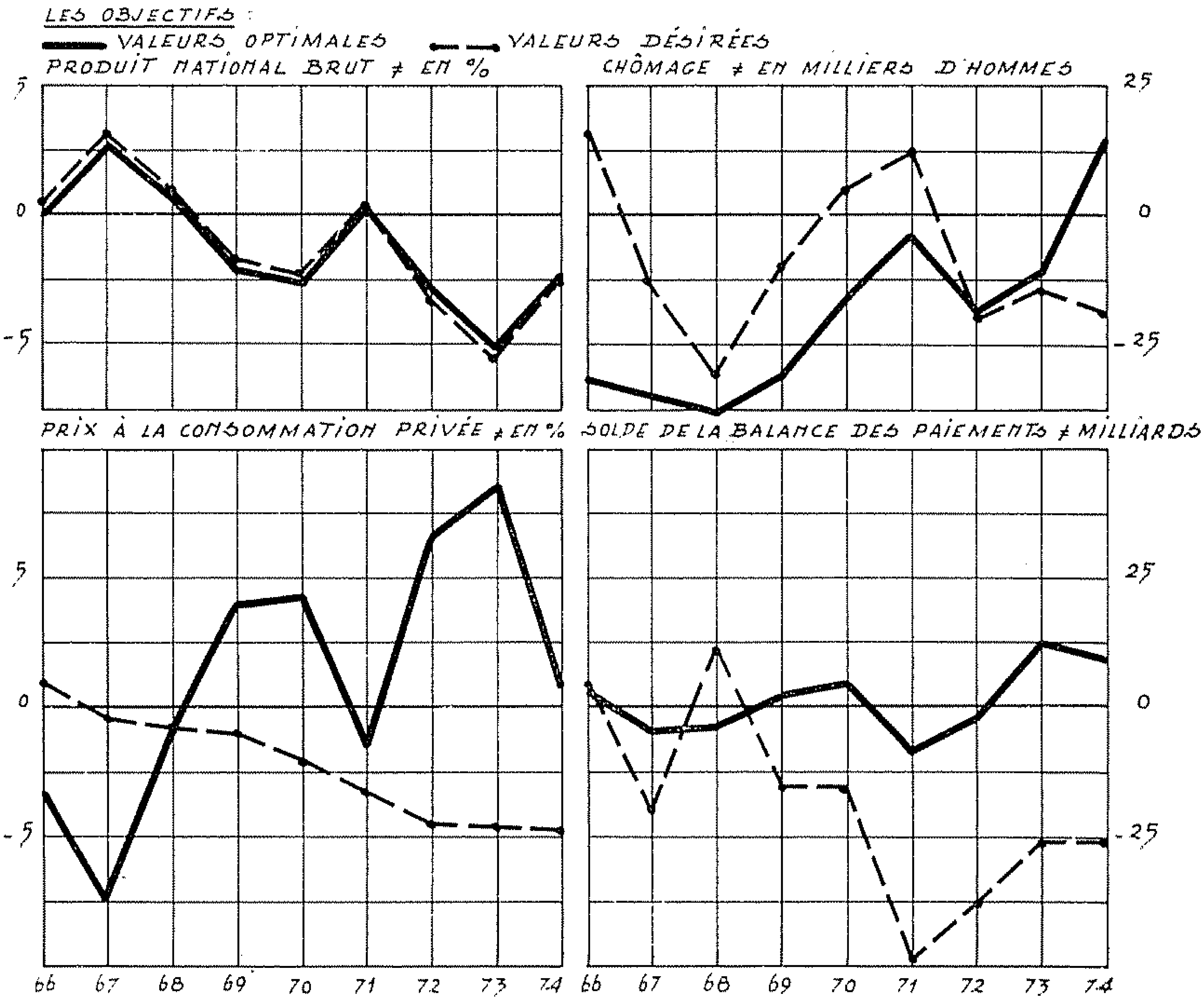
a. *Les objectifs*

La complémentarité entre la croissance et le plein emploi se situe au niveau de l'ensemble de la période : une évolution de la croissance suivant un taux de croissance moyen de 5 % permet la réalisation du plein emploi pendant toute la période.

([104]) H. GLEJSER : « Un modèle trimestriel partiel des prix, des salaires et de l'emploi en Belgique », *Cahiers Economiques de Bruxelles*, n° 35, 1967.

GRAPHIQUE 4.1

Simulation où la valeur optimale du Produit national brut et des investissements publics est privilégiée



Cette simulation accentue la complémentarité entre la croissance et les prix ; l'évolution des prix est nettement plus heurtée que dans la simulation de référence, elle permet des taux d'inflation plus importants.

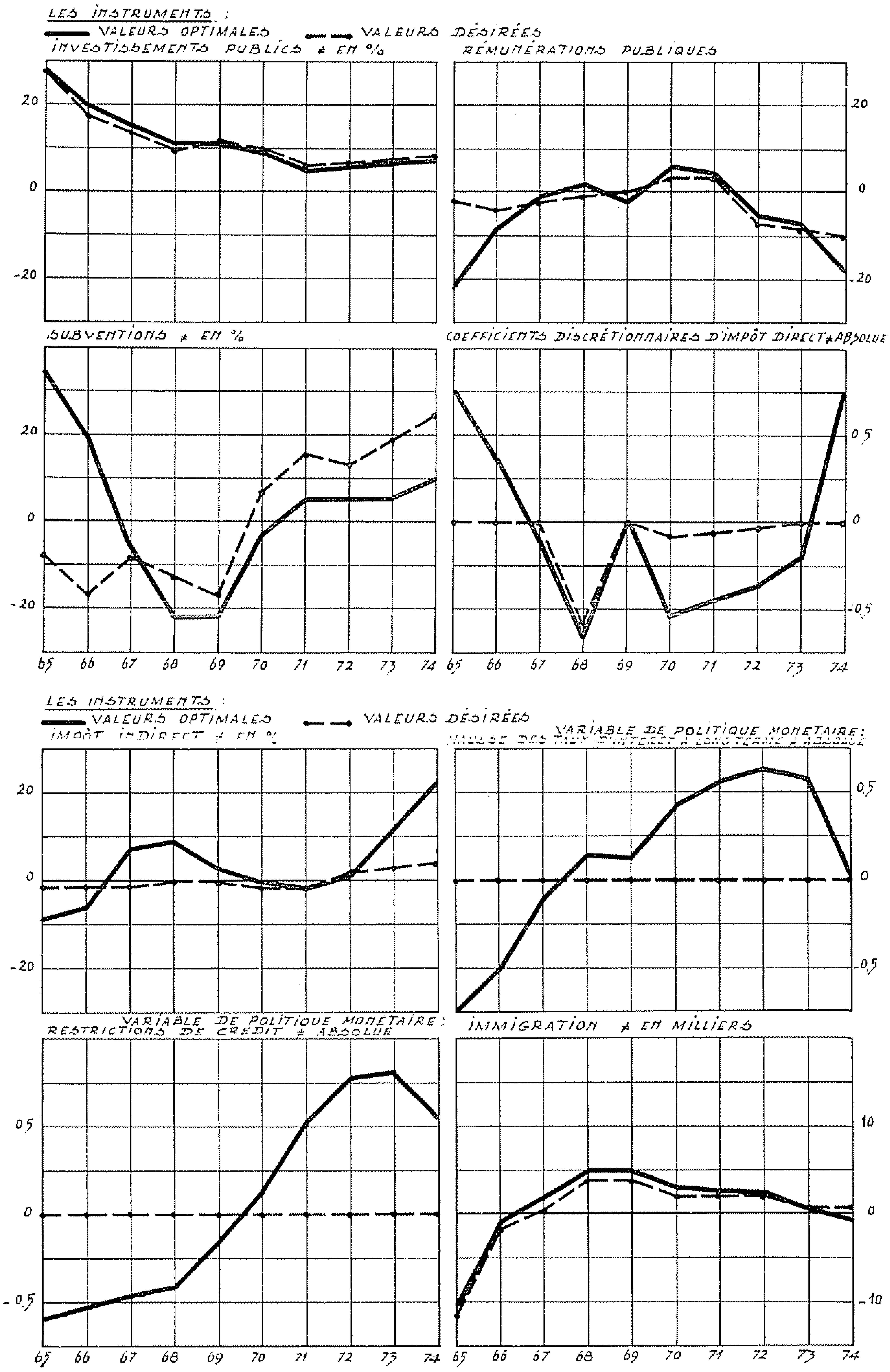
Ajoutons que les relations de conflit entre l'évolution du solde de la balance des paiements et les trois objectifs cités ci-dessus persistent.

b. *Les instruments*

Rappelons d'abord que la simulation de référence montrait des valeurs optimales des dépenses publiques qui augmentaient en début de période pour décroître ensuite.

GRAPHIQUE 4.2

Simulation où la valeur optimale du Produit national brut et des investissements publics est privilégiée



La quatrième simulation ne permet plus cette évolution dans la mesure où les valeurs optimales des dépenses publiques sont contraintes à suivre une évolution suivant le taux de croissance moyen observé pendant la période étudiée.

Cette imposition provoque différents effets sur les autres instruments et principalement :

— une augmentation des subventions au début de la période, et une décélération en fin de période. Cet instrument sert donc de substitut aux investissements publics ;
— une évolution très différente des recettes fiscales : on assiste à une modulation plus importante des impôts directs : accentuation au début de la période, relâchement important à partir de 1968. Cette diminution de la pression fiscale directe permet une augmentation de la consommation privée optimale qui soutient la croissance du P.N.B. optimal. L'évolution optimale des impôts indirects est moins heurtée, elle permet cependant une légère atténuation de la pression fiscale indirecte ;
— l'évolution de la politique de crédit est aussi fortement modifiée ; elle correspond au début de la période à un relâchement des tensions de crédit, ceci afin de permettre une augmentation de l'investissement privé en remplacement de l'investissement public ; l'effet inverse se produit évidemment en fin de période puisque la simulation n° 4 permet une augmentation des investissements publics par rapport à l'évolution de ces investissements dans la simulation de référence.

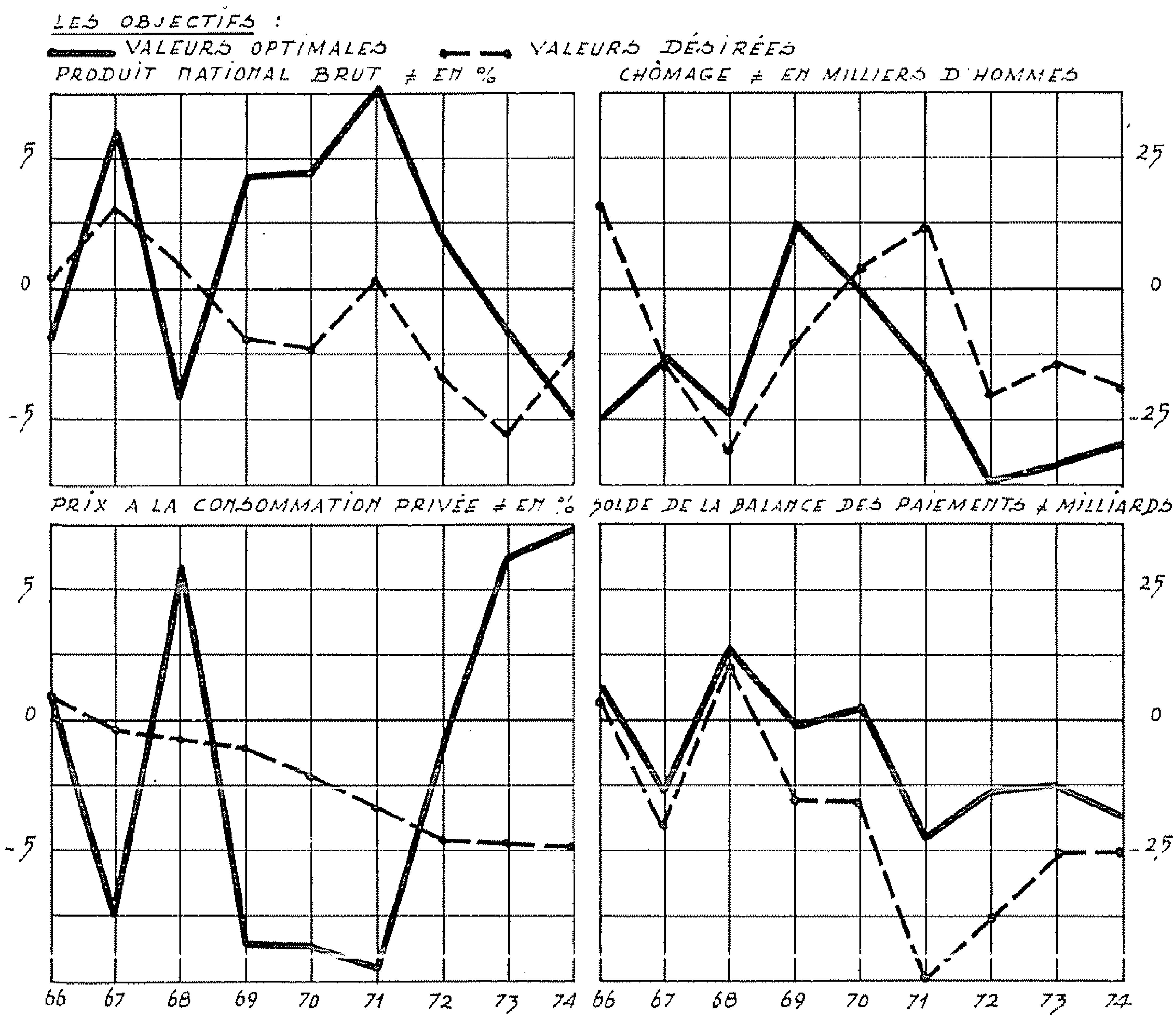
5. SIMULATION N° 5 OU SIMULATION PRIVILEGIANT LA VALEUR OPTIMALE DU SOLDE DE LA BALANCE DES PAIEMENTS (voir graphiques 5.1 et 5.2)

Nous commencerons l'analyse de cette simulation en rappelant la règle de détermination des valeurs désirées pour le solde de la balance des paiements. Nous avons supposé que ce solde (associé à l'augmentation des réserves de changes) devait correspondre aux variations des importations pendant un trimestre. Cette règle a été imposée de façon à respecter le précepte suivant lequel les réserves de changes devaient permettre le financement de trois mois d'importations.

Le contraste entre les résultats de cette simulation et ceux obtenus précédemment est très sensible : les objectifs varient de façon nettement différente par rapport aux valeurs désirées, de même d'ailleurs que les politiques économiques obtenues.

GRAPHIQUE 5.1

Simulation où la valeur optimale de la balance des paiements est privilégiée



Ce résultat est logique dans la mesure où les objectifs étudiés précédemment étant complémentaires, les simulations montraient donc des résultats analogues tant du point de vue des objectifs que des instruments.

Il n'en va plus de même pour cette cinquième simulation, l'objectif étudié étant en conflit avec les autres. De ce fait, les politiques économiques optimales sont nettement différentes par rapport aux valeurs obtenues précédemment.

a. *Analyse des objectifs*

Une première remarque s'impose à savoir que si les valeurs optimales du solde de la balance des paiements suivent l'évolution désirée, elles présentent néanmoins des différences d'amplitude en fin de période. Les valeurs optimales impliquent une augmentation du surplus, ou un déficit au début de la période, et le phénomène inverse pour les dernières années.

Les valeurs optimales obtenues pour les autres objectifs sont très heurtées, et de façon générale coïncident très peu avec les valeurs désirées. Ainsi, le P.N.B. optimal implique, à partir de 1969, une accélération très nette du taux de croissance. Ceci est en accord avec le résultat obtenu dans la simulation de référence où l'on avait constaté une alternance de signe :

+ pour le P.N.B. optimal ;

— pour le solde de la balance des paiements.

L'explication de cette alternance implique comme nous l'avons vu tout le mécanisme du modèle : les importations sont liées à la demande intérieure ; les exportations dépendent de la demande extérieure et sont de ce fait nettement moins dépendantes de la situation conjoncturelle intérieure.

Cette simulation implique toujours les relations de complémentarité entre les trois premiers objectifs : au taux de croissance important du P.N.B. correspondent de très faibles taux de croissance des prix et une diminution du nombre de chômeurs.

b. *Analyse des instruments*

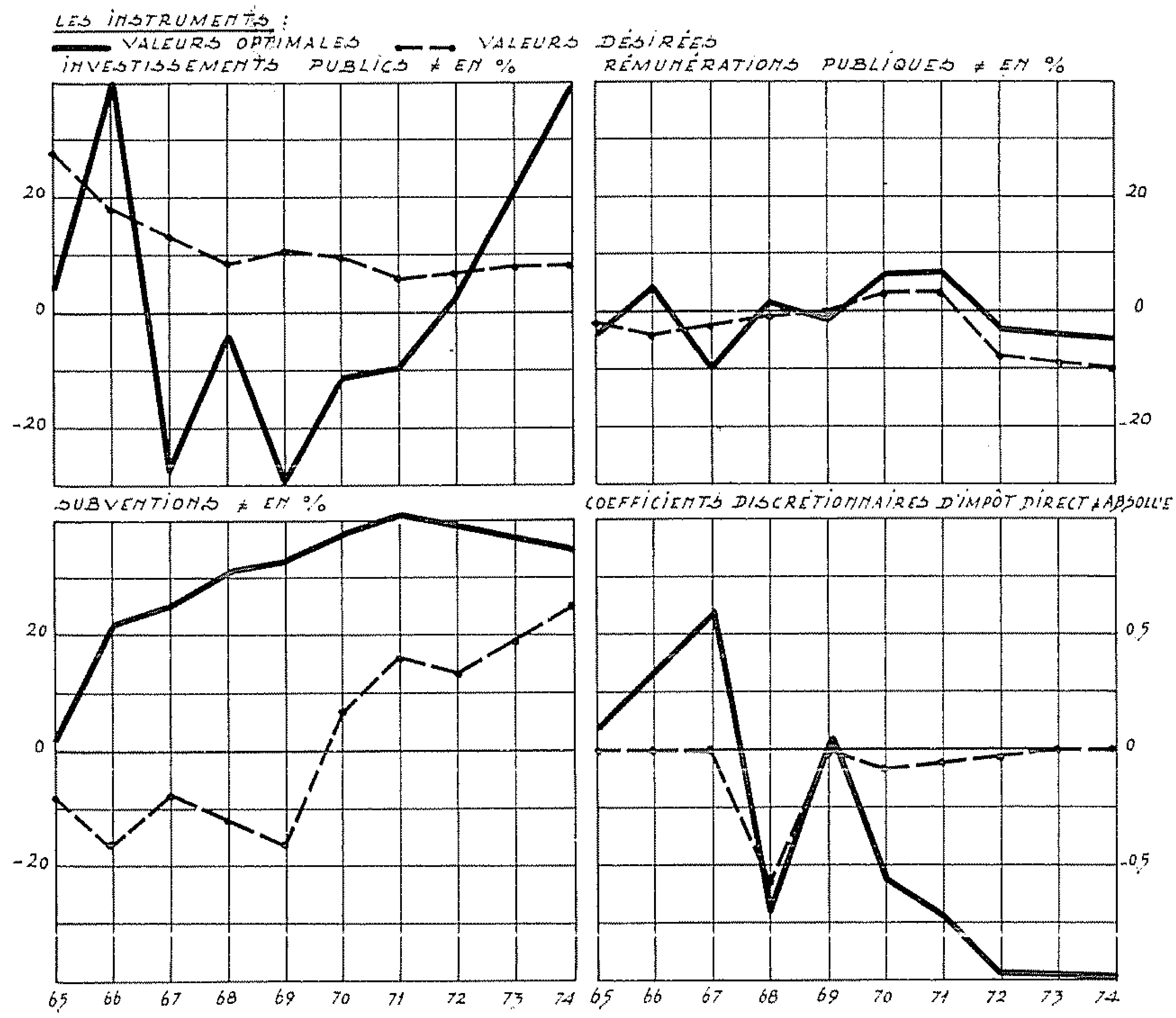
La politique économique optimale obtenue pour cette simulation diffère nettement des résultats obtenus précédemment.

Ainsi, on constate un effet de substitution important entre les catégories de dépenses publiques : la politique optimale implique une diminution importante des investissements publics et une augmentation tout aussi considérable des subventions aux entreprises. Cette évolution se comprend si on se rappelle que les subventions diminuent l'inflation et permettent donc une augmentation de la consommation privée nécessaire au maintien d'un taux de croissance important. Cette inflation modérée permet aussi une hausse des exportations et une chute relative des importations, les valeurs optimales du solde de la balance des paiements sont de ce fait inférieures en amplitude aux valeurs désirées.

La pression fiscale indirecte et directe évolue aussi de façon à permettre l'augmentation de la consommation privée ; l'effet con-

GRAPHIQUE 5.2

Simulation où la valeur optimale de la balance des paiements est privilégiée

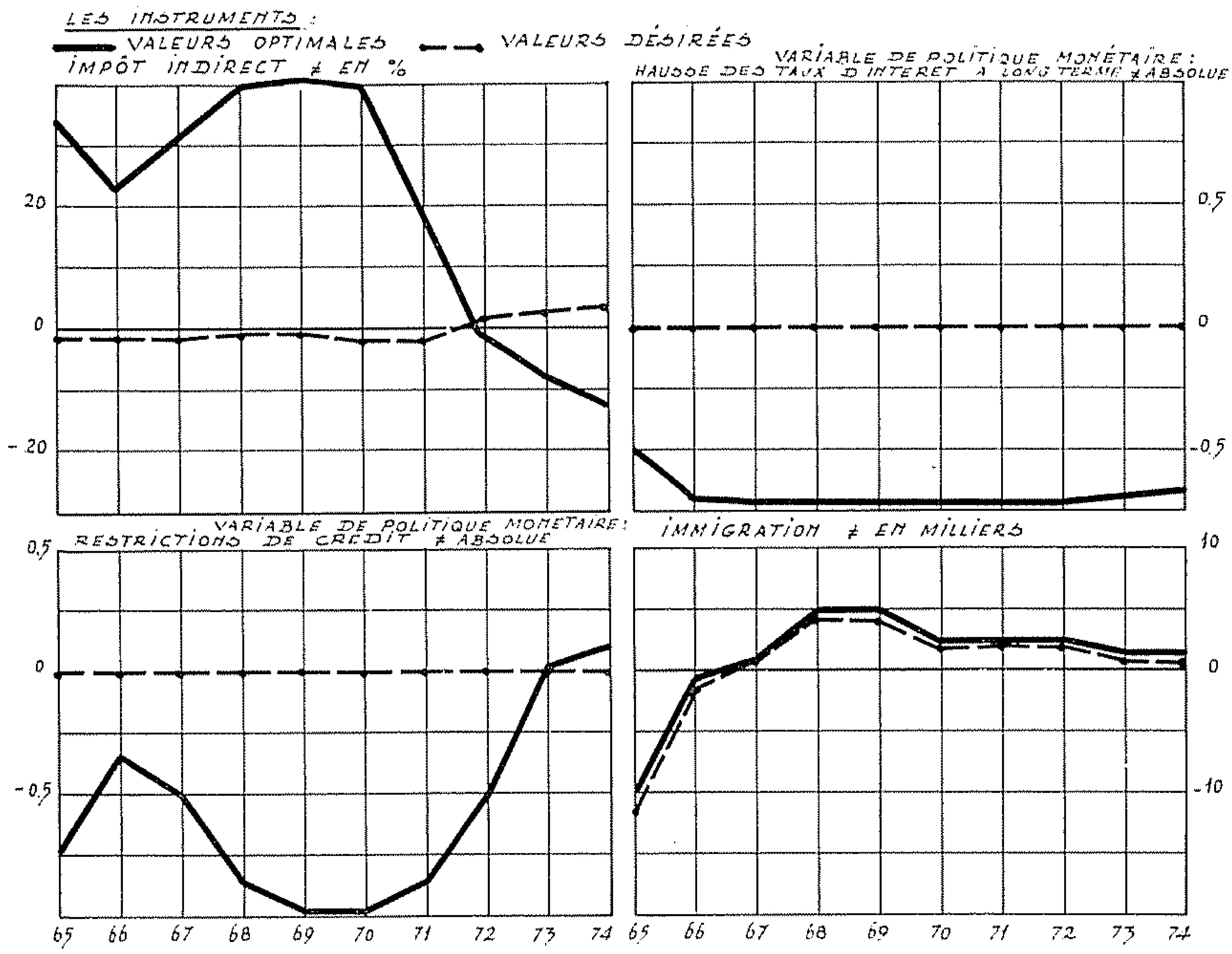


staté par Glejser (105) se retrouve pour les impôts indirects : une augmentation de la pression fiscale indirecte provoque une chute des prix. La chute des impôts directs est en accord avec l'augmentation de la consommation privée.

Un résultat important se dégage pour la politique de crédit. Les valeurs optimales correspondent à un relâchement fondamental de cette politique et donc à une chute des taux d'intérêt. Cette

(105) H. GLEJSER : « Un modèle trimestriel partiel des prix, des salaires et de l'emploi et Belgique », *Cahiers Economiques de Bruxelles*, n° 35, 1967.

GRAPHIQUE 5.2 (suite)



baisse importante des taux est nécessaire pour la réalisation des faibles taux d'inflation et permet une substitution de l'investissement privé à l'investissement public en baisse.

Toutefois, ce résultat indique aussi une faiblesse du modèle, à savoir que les mouvements de capitaux sont exogènes. Il est évident que, dans la réalité, des chutes aussi importantes des taux d'intérêt devraient impliquer une fuite des capitaux et provoquer une chute sensible du solde de la balance des paiements. Cette chute se réalise dans les valeurs optimales, mais avec une amplitude nettement trop faible, dans la mesure où l'on ne tient pas compte de ce dernier élément.

Conclusions

Nous avons vu que la théorie de Tinbergen impliquait la construction d'un modèle économétrique synthétisant les mécanismes par lesquels se réalise la transmission des effets des instruments sur les objectifs de la politique économique.

Le modèle Breughel a été construit à cette fin. En conséquence, nous avons attaché une attention particulière aux relations liant les objectifs et les instruments dans la forme structurelle du modèle. L'analyse du modèle, tant du point de vue de sa capacité prévisionnelle que des effets des multiplicateurs d'impact, a montré qu'il répondait bien aux caractéristiques préconisées par Tinbergen.

La recherche des effets dynamiques des instruments sur les objectifs a été menée de façon originale. A l'approche classique par simulation du modèle qui ne permet pas de trouver une réponse à la détermination des valeurs nécessaires à la réalisation des objectifs, nous avons préféré le recours au contrôle optimal qui se prête parfaitement à une généralisation directe de la théorie de Tinbergen.

Les techniques du contrôle optimal répondent en effet au double but recherché, à savoir l'étude des effets dynamiques des instruments sur les objectifs ainsi que la détermination des valeurs des instruments nécessaires à la réalisation des objectifs.

Ce but a été atteint par l'utilisation d'un algorithme construit récemment par Pindyck. Nous l'avons appliqué pour la première fois à un modèle opérationnel de grande dimension.

Les résultats obtenus sont très intéressants dans la mesure où ils éclairent à la fois les mécanismes implicites du modèle étudié, mais aussi la transmission dynamique des effets des instruments sur les objectifs. L'analyse des quatre objectifs du carré magique a montré de façon évidente les relations de complémentarité et de conflits. Il est ainsi très nettement apparu que la réalisation du plein emploi, d'une actualité brûlante, était complémentaire à la croissance du produit national brut et à la recherche d'un faible taux d'inflation. Nous avons aussi constaté l'existence du conflit entre la réalisation de l'équilibre de la balance des paiements et des trois autres objectifs du carré magique.

L'analyse des mesures optimales de politique économique a mis en évidence le problème des délais d'action. Ainsi, les mesures destinées à la relance de la croissance n'exercent un effet sur le plein emploi qu'avec une ou deux années de retard.

D'une façon plus particulière, nous avons vu que les politiques économiques nécessaires à la réalisation des trois premiers objectifs cités ci-dessus impliquaient un ralentissement des dépenses publiques, une accentuation de la pression fiscale, associés à une politique souple de restriction de crédit.

S'il est bien évident que ces résultats doivent toujours être jugés en fonction du modèle étudié, il n'en reste pas moins qu'ils démontrent à notre avis l'apport essentiel des techniques du contrôle optimal.

D'une part, ces techniques constituent, pour le constructeur du modèle, un outil de premier ordre pour l'analyse des forces et des faiblesses du système construit.

D'autre part, les responsables de la politique économique peuvent, grâce à elles, obtenir une réponse quantifiée à des questions aussi fondamentales que l'existence de politiques permettant de mieux assurer l'objectif de plein emploi tout en préservant la réalisation de la croissance et de la stabilité des prix. Ceci en réduisant considérablement le travail de calcul et d'analyse.

L'intérêt de ces deux domaines d'utilisation possibles démontre, à notre avis, l'importance des méthodes de contrôle optimal et le fait qu'elles peuvent être considérées comme un progrès important dans le domaine de l'analyse économétrique.