Novalis et la réforme des mathématiques

Paru dans *Modernité romantique : enjeux d'une relecture*, L. Van Eynde (dir.), Paris, Kimé, 2011, p. 73-88.

A plusieurs reprises, Novalis a annoncé une « révolution et élaboration de la mathématique »[1], au travers notamment d'un « Essai sur le langage parfait. –Introduction à la révolution mathématique. »[2] « La mathématique pratiquée jusqu'à présent n'est que la première et la plus facile expression ou manifestation de l'esprit véritablement scientifique. »[3] « Toute science doit donc devenir mathématique. »[4]

Formulé de façon aussi lapidaire, le projet peut surprendre sous la plume de celui qu'on connaît avant tout comme l'un des représentants les plus « mystiques » du romantisme allemand. Sans aucun doute, ce projet doit être replacé dans son contexte, situé par rapport à l'ambition plus vaste de Novalis de romantiser le monde : « Le monde doit être romantisé. […] Romantiser, ce n'est pas autre chose qu'élever à une puissance qualitative. […] Quand je donne aux choses communes un sens auguste, aux réalités habituelles un aspect mystérieux, à ce qui est connu la dignité de l'inconnu, au fini un air, un reflet, un éclat d'infini : je les romantise. C'est l'opération inverse pour le plus haut [*das Höhere*], l'inconnu, le mystique, l'infini […]. Philosophie romantique. […] Elévation et abaissement par alternance. »[5]

Si l'ambition générale de romantiser le monde est décrite par Novalis comme « élévation et abaissement par alternance », le projet plus spécifique de mathématiser toutes les sciences et de réformer les mathématiques peut être compris comme opérant à un niveau plus immanent, qui ne se jouerait pas dans l'élévation et l'abaissement, mais plutôt dans la différenciation et l'unification : « La mathématique définit (pose) les ressemblances, les communautés dans les caractéristiques singulières. D'un côté elle différencie ; de l'autre elle supprime les différences. Là, elle *individualise* ; ici elle *républicanise* »[6]. Comme si, s'ajoutant au mouvement vertical d'élévation et d'abaissement, un mouvement latéral participait au tissage, renforçait la toile qui soutient l'unité, la liaison des êtres et des choses.

Plusieurs auteurs ont déjà souligné la dimension réflexive ou épistémologique du romantisme. Parmi eux, George Gusdorf terminait en 1982 son livre sur les *Fondements du savoir*

[1] Novalis, *L'encyclopédie*, § 306 (III-4), trad. M. de Gandillac, Paris, Minuit, p. 107. La numérotation des paragraphes est celle de l'édition Wasmuth. Les chiffres romains entre parenthèses désignent les cinq collections auxquelles Wasmuth a emprunté ses notes. Le chiffre arabe joint au chiffre romain renvoie à la numérotation de l'édition Kluckhohn).
[2] *Ibid.,* § 391 (IV-66), p. 123.
[3] *Ibid.,* § 328 (III-17), p. 114.
[4] *Ibid.,* p. 126. *Cf.* aussi *ibid.,* § 349 (IV-1017) et § 328 (III-17).
[5] Novalis, *Œuvres complètes*, trad. A. Guerne, II, Paris, Gallimard, p 66.
[6] *Ibid.,* p. 195-196. *Cf.* aussi Novalis, *L'Encyclopédie, op. cit.,* § 313 (III-28), p. 110.

romantique par ces mots sur l'importance des mathématiques : « Cette transmutation des mathématiques [annoncée par Novalis] caractérise le savoir romantique par opposition à l'âge précédent, dont les mathématiciens-philosophes d'Alembert et Condorcet proposent des figures représentatives. Le langage de Novalis [sur les mathématiques] eût été pour eux, à quelques années de distance, incompréhensible et scandaleux. »[7] Plus récemment, Leon Chai commençait son livre *Romantic theory. Forms of reflexivity in the revolutionary era* par cet aveu : « Pendant des années, j'ai été hanté par cette remarque d'Evariste Galois : son espoir qu'un jour les équations mathématiques puissent être résolues d'après leur forme, plutôt que d'après leur contenu. »[8] Chai consacre un chapitre entier de son livre à la mathématique de Galois et aux analogies que celle-ci présente avec la « théorie romantique ». Rappelons que c'est en 1831 que le jeune Evariste Galois, âgé de 21 ans, proposa une approche des équations plus qualitative que quantitative, basée davantage sur leur forme que sur leur contenu, et légua aux mathématiciens de son temps, juste avant de mourir en duel, un travail qui, des années plus tard, allait bouleverser les mathématiques qu'on appelle aujourd'hui « modernes » ou « abstraites », et dont la *théorie des groupes* fondée par Galois constitue le principal ressort.

D'où la question posée ici : qu'en est-il historiquement ? Le « socle épistémologique » romantique a-t-il pu effectivement influencer la mise en place de cette nouvelle mathématique ? Question qui peut se subdiviser : l'influencer *immédiatement,* c'est-à-dire à l'époque même où vivait Novalis ; et l'influencer *durablement,* dans la mesure où les mathématiques contemporaines pourraient, encore aujourd'hui, s'inspirer de la perspective romantique.

Formulée aussi abruptement, la question peut paraître déplacée. D'abord parce que le projet de Novalis de réformer les mathématiques était, à l'image de son œuvre, tout à fait fragmentaire et inabouti. Ensuite parce que ce projet était, de toute façon, sans contenu mathématique nouveau. Mais si, au lieu de poser la question en termes d'*influence*, on le fait en termes de « points de contact », de « zones de recouvrement » ou de « voisinage », alors se met progressivement en place une topologie, une « analyse des lieux » qui permet peut-être de découvrir un paysage reliant Novalis aux mathématiques de son temps, et aux nôtres.

Le premier grand trait de la mathématique projetée, imaginée par Novalis, est sa puissance d'*unification*. La science mathématique « *supérieure* » est « l'*unitive* »[9], « *celle qui lie* »[10] (*die verbindende*). « D'un côté, division du simple –de l'autre union du multiple. »[11] Contrairement à la plupart des autres penseurs « mystiques », *Naturphilosophen,* ou « romantiques » férus de mathématiques[12] dont les constructions reposent en général sur une *dualité originaire*, Novalis en appelle directement à la puissance unificatrice des

[7] Georges Gusdorf, *Fondements du savoir romantique*, Paris, Payot, 1982, p. 470. Deux autres études sur le rapport de Novalis aux mathématiques sont incontournables : celle de Martin Dyck, *Novalis and mathematics,* Chapel Hill, The University of North Carolina Press, 1960, et celle de Kate Hamburger, « Novalis und die Mathematik », *Philosophie der Dichter*, Stuttgart, Kohlhammer, 1966, pp. 11-82.

[8] Leon Chai, *Romantic theory. Forms of reflexivity in the revolutionary era,* Baltimore, MD, Johns Hopkins Press, 2006, p. xiii.

[9] Novalis, *Œuvres complètes*, *op. cit.,* II, p. 195.

[10] Novalis, *L'Encyclopédie, op. cit.,* § 313 (III-28), p. 110.

[11] *Ibid.*

[12] Karl von Eckartshausen, *Zahlenlehre der Natur* (1794-1795) ; Franz von Baader, *Über das pythagoreische Quadrat in der Natur* (1798) ; Karl Christian Friedrich Krause, *Grundlage eines philosophischen Systems der Mathematik* (1804), *Lehrbuch der Combinationlehre und der Arithmetik* (1812) ; Gotthilf Heinrich Schubert, *Ansichten von der Nachtseite der Naturwissenschaft* (1808) ; Lorenz Oken, *Lehrbuch der Naturphilosophie* (1810) ; Johann Jacob Wagner, *Mathematische Philosophie* (1811) ; Wilhelm Butte, *Arithmetik des menschlichen Lebens* (1811).

mathématiques. Puissance d'apercevoir des liens non seulement *quantitatifs* entre les choses, mais aussi *qualitatifs*, c'est-à-dire de ressemblance, d'affinité, de forme, de direction, et de structure. Puissance, enfin, de penser l'action même de relier, c'est-à-dire de réunir des choses différentes par des transformations ou des opérations qui les font passer de l'une à l'autre. La mathématique nouvelle doit établir « les lois universelles de l'*égalité* (quantité) », mais aussi « de la *ressemblance* (qualité) », et encore « des *rapports* (relation) ou équations »[13]. Elle est « *théorie des affinités entre déterminations* »[14], théorie « de la *corrélation* –du changement, etc. Théorie de la brisure –de la fraction, etc. (La qualité est forme –direction –structure, etc.)»[15]. Elle doit faire voir la « composition les éléments », mais aussi « leurs rapports et la méthode de la composition »[16]. Ses éléments « *s'associent, mais ne se confondent pas* »[17], selon une expression en français dans le texte que Novalis emprunte à Jean-François D'Aubuisson de Voisins (1762-1841), ingénieur des Mines formé comme lui à l'Académie de Freiberg. Novalis se réfère d'ailleurs à un « schème minéralogique »[18], basé sur le « principe de l'*affinité* des cristaux ou des formes » : « la force mathématique est la force qui ordonne »[19] ou, plus précisément, la puissance d'ordonnancement de notre esprit *rendue visible*, palpable, parce que directement connectée à la totalité des choses sensibles : « [La mathématique] n'est peut-être que la force psychique propre à l'entendement *exotérisée*, devenue *objet* et *organe* extérieurs –un entendement réalisé et objectivé. […] Tout doit sortir de nous et devenir visible –notre âme doit devenir *représentable*. –Le *système des sciences* doit devenir le *corps* (système organique) *symbolique* de notre intérieur. »[20]

La question est donc de savoir si toutes ces considérations apparemment très abstraites, détachées du travail concret des mathématiciens, peuvent néanmoins le recouvrir en quelque manière. Plusieurs pistes ou hypothèses de recherche se présentent à nous.

La première piste est que, durant les années 1820, le monde des mathématiciens, particulièrement celui des géomètres, a effectivement été confronté à une nouvelle manière de faire des mathématiques, d'envisager les formes et les mesures, initiée principalement en Allemagne par Christian von Staudt (1798-1867), en Suisse par Jacob Steiner (1796-1863), et en France par Jean-Victor Poncelet (1788-1867). Il s'agissait de développer une géométrie basée non plus sur les coordonnées comme la géométrie analytique, mais sur les transformations des figures et les perceptions que nous en avons. Par exemple, la tangente à une courbe en un point donné peut se définir de façon analytique par une formule qui prend en compte la dérivée en ce point de la fonction décrivant la courbe, mais elle peut aussi se trouver de manière plus immédiate, qualitative ou intuitive, en prenant une droite qui coupe la même courbe en deux de ses points situés de part et d'autre du point dont on cherche la tangente. Si l'on fait ensuite se rejoindre progressivement les deux points, la droite devient progressivement tangente. Voici comment, en 1826, Steiner présentait de manière générale cette nouvelle approche au début de son traité de géométrie.

« J'ai trouvé de façon un peu arbitraire, un peu empirique, que […]la multiplicité des connaissances doit dériver de son unité générale et doit être abordée ainsi […]. Ce traité

[13] Novalis, *L'Encyclopédie, op. cit.,* § 324 (III-66), p. 113.
[14] *Ibid.,* § 338 (IV-504), p. 115.
[15] *Ibid.,* § 341 (IV-541), p. 115.
[16] Novalis, *Œuvres complètes*, *op. cit.,* II, p. 84.
[17] *Ibid.* Voir à ce sujet Laurent Margantin, *Système minéralogique et cosmologique chez Novalis,* Paris, L'Harmattan, 1998, en particulier p. 114-115 et 155.
[18] Novalis, *L'Encyclopédie, op. cit.,* § 387 (IV-856), p. 122-123.
[19] *Ibid.,* § 349 (IV-1017), p. 116.
[20] *Ibid.,* § 392 (IV-67), p. 124.

essaie de découvrir l'organisme dans lequel des phénomènes hétérogènes du monde de l'espace sont liés les uns avec les autres. […] On introduit de l'ordre dans le chaos apparent et l'on voit comment toutes les parties s'articulent les unes les autres en accord avec la nature, s'arrangent dans un bel ordre de succession et se transforment et s'unissent en un corps bien défini. De cette façon, on arrive à la possession des éléments dont procède la Nature, et l'on peut, le plus simplement et avec le maximum d'économie, enseigner les innombrables caractéristiques des figures. »[21]

On ne peut qu'être frappé par la communauté de vocabulaire et, sans doute, de point de vue avec Novalis. En France, la confrontation de cette nouvelle manière de faire de la géométrie avec les méthodes plus classiques allait animer la très sérieuse revue des *Annales de mathématiques pures et appliquées* dont le directeur, Joseph Gergonne, annonça en 1827 « une révolution aussi impérieusement nécessaire qu'elle a été jusqu'ici peu prévue. ..pas parce que la nouvelle doctrine promet une moisson plus abondante de théorèmes.. mais [parce que] ici le fond est de peu d'importance, et la forme à peu près tout. »[22] En même temps, Gergonne restait prudent et remarquait qu'en « brusquant les révolutions, on ne fait le plus souvent ainsi qu'en reculer l'accomplissement »[23]. Or, poursuivait Gergonne, le géomètre Poncelet, l'un des promoteurs de cette révolution, « a gravement compromis ses doctrines en mêlant au classique, que tout le monde admet, le romantisme, que pour ma part je suis fort loin de repousser, mais sur lequel on discute encore »[24].

Ainsi l'approche « qualitative » ou « intuitive » de la géométrie et l'éventuelle exclusion de l'usage des coordonnées ont bien pu être qualifiés de « romantiques ». Cette approche a fait encore l'objet de vifs débats dans les années suivantes. Sans en minimiser l'importance, on peut dire que le mouvement d'intégration du « romantique » à la géométrie « classique » s'est opéré finalement de façon assez naturelle, grâce notamment aux efforts du mathématicien Michel Chasles (1793-1880), sans provoquer une révolution aussi radicale que celle qu'avait imaginée Gergonne. Les mathématiques unifient, relient par *ressemblance* ou par *affinité qualitative*, mais ce n'est peut-être pas en cela que consiste vraiment leur ferment révolutionnaire.

Deuxième piste, deuxième hypothèse de recherche, Novalis écrit que « si la première mathématique est quantitative, la deuxième qualitative, la troisième est la mathématique relative »[25]. Autrement dit, la mathématique la plus élevée unifie non par ressemblance ou par affinité, mais par *opération*, *transformation reliant* les choses entre elles. « La nature est continuellement en train d'additionner, soustraire, multiplier, potentialiser, etc. »[26] La « dignité supérieure des mathématiques » est d'avoir compris cela et de se constituer en tant que « science *active* »[27], « algèbre pure » qui « n'a rien à voir avec la grandeur »[28], pour

---

[21] Jacob Steiner, *Systematische Entwicklung des Abhängigkeit geometrischer Gestalten von einander* (1832), cité et traduit par Xavier Lefort et Anne Boyé *in* A. Boyé, « Jacob Steiner, un mathématicien romantique ?», *Sciences et Techniques en perspective*, deuxième série, vol. 8, 2004, p. 328.
[22] Gergonne, « Réflexions sur le précédent article », *Annales de mathématiques pures et appliquées,* tome 17, 1826-27, p. 273-274.
[23] Gergonne, « Réflexions sur le précédent article », *Annales de mathématiques pures et appliquées,* tome 17, 1826-27, p. 275.
[24] J. D. Gergonne, note de bas de page à l'article de J. V. Poncelet, «Note sur divers articles du bulletin des sciences de 1826 et de 1827 relatifs à la théorie des polaires réciproques, à la dualité des propriétés de situation de l'étendue, etc. », *Annales de mathématiques pures et appliquées*, vol. 18, 1827, p. 135.
[25] Novalis, *L'Encyclopédie, op. cit.,* § 313 (III-28), p. 110.
[26] Novalis, *Œuvres complètes*, *op. cit.,* II, p. 193.
[27] *Ibid.,* p. 134.
[28] Novalis, *L'Encyclopédie, op. cit.,* § 398 (V-304), p. 125.

laquelle « aucun nombre n'intervient »[29], car « tout calcul est également une opération composée. Une opération se compose toujours d'opérations. »[30]

Cet accent mis par Novalis sur les *opérations* ne doit pas surprendre. Dès la fin du XVIII^e^ siècle, l'idée était bien répandue, parmi les romantiques et les *Naturphilosophen*, que tout est métamorphose, transformation, pulsation. La tâche des mathématiques, du point de vue romantique, devait être d'exprimer, d'extérioriser rigoureusement l'activité ou la vitalité des choses. Or il se fait qu'au moment où Novalis appelle de ses vœux cette nouvelle mathématique supérieure centrée sur les relations et les opérations, un certain Paolo Ruffini, médecin et mathématicien de Modène, publie en 1799 une *Théorie générale des équations, dans laquelle on démontre l'impossibilité de la résolution algébrique des équations générales de degré supérieur à quatre*[31], dont le principe général consiste à raisonner non sur des grandeurs ou des figures, mais sur des opérations et des transformations. Tous les historiens des mathématiques s'accordent pour reconnaître en Paolo Ruffini le prédécesseur d'Evariste Galois, l'inventeur du concept théorique de groupe de permutations, l'initiateur de ce qui deviendra plus tard la théorie des groupes[32]. Mais quel rapport avec le projet de Novalis ?

Pour apercevoir la zone de recouvrement entre l'approche de Novalis et les travaux de Ruffini, il faut considérer dans ses grandes lignes le raisonnement de ce dernier. Ruffini résout dans son livre un problème demeuré sans solution depuis plus de deux siècles, celui de la résolubilité par radicaux de l'équation du cinquième degré. Résoudre une équation par radicaux, c'est donner la formule qui relie les quantités connues de l'équation (les coefficients *a*, *b*, *c,…*) aux différentes racines ou solutions x_1, x_2, … de l'équation. Par exemple, l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ se résout grâce aux formules bien connues :

$x_1 = [-b + \sqrt{} (b^2 - 4ac)] /2a$
$x_2 = [-b - \sqrt{} (b^2 - 4ac)] /2a$

Ces solutions étaient connues au moins depuis le IX^e^ siècle. Les formules des équations du troisième et du quatrième degré avaient été trouvées au XVI^e^ siècle. Mais depuis, tout le monde échouait à trouver la formule de résolution de l'équation du 5^e^ degré. La grande idée de Ruffini consiste, au lieu d'envisager la multiplicité infinie des formules ou fonctions possibles liant les racines aux coefficients de l'équation, à *classer*, à *ordonner* cette infinité de fonctions possibles. Le critère de classification retenu par Ruffini est le *type de transformations* ou de *permutations* entre les racines que ces fonctions autorisent. Or, ce qui est remarquable, ce n'est pas que Ruffini élabore ce raisonnement mathématique précisément au moment où Novalis en appelle à une réforme des mathématiques centrée sur la notion d'opération ou de transformation. Ce qui est remarquable, et à dire vrai ignoré des historiens du romantisme comme des historiens des mathématiques, c'est que Ruffini lui-même pensait bien, par ce raisonnement, embrasser non seulement un problème strictement mathématique, mais aussi

[29] *Ibid.,* § 317 (III-34), p. 111.
[30] *Ibid.,* § 321 (III-41), p. 111. Cette phrase apparemment banale saisit, en un sens, l'intuition profonde à la base de la théorie des groupes.
[31] *Teoria generale delle equazioni, in cui si dimostra impossibile la soluzione algebraica delle equazioni generali di grado superiore al quarto* (1799), *in Opere matematiche di Paolo Ruffini*, Ettore Bortolotti (éd.), vol. 1, Palermo-Roma, Tipografia matematica di Palermo – Edizioni Cremonese, 1915-1954, p. 1-342.
[32] Cf. H. Wussing, *Die Genesis des abstrakten Gruppenbegriffes* (1969), *The genesis of the abstract group concept. A contribution to the history of the origin of abstract group theory*, trad. angl. Abe Shenitzer, London-Cambridge (Mass.), The MIT Press, 1984, p. 81.; L. Novy, *Origins of modern algebra,* Leyden-Prague, Noordhoff- Academia, 1973, p. 205; R.G. Ayoub, « Paolo Ruffini's contributions to the quintic », *Archive for history of exact sciences,* 1980, vol. 23, p. 274.

une série d'autres questions liées aussi bien au monde matériel qu'au monde immatériel, aussi bien à la nature qu'à l'esprit.

En témoigne un livre de 140 pages publié en 1806, intitulé *Della immaterialità dell'anima.* Dans ce livre aujourd'hui presque oublié, Ruffini reprend, à peu de choses près, le raisonnement qu'il a suivi pour démontrer l'irrésolubilité par radicaux de l'équation du cinquième degré, mais pour l'appliquer cette fois à une tout autre question, à savoir la nature, matérielle ou immatérielle, de l'âme ou de l'esprit. Comment procède-t-il ? Tout simplement en classant les différents types de transformations, appelées *modificazioni* ou *affezioni,* que les corps peuvent subir. A chaque fois, Ruffini examine si l'un de ces différents types ne pourrait pas présenter les mêmes caractéristiques que les modifications qui affectent l'esprit. Par *modificazione*, Ruffini entend tout effet sensible, produit par quelque cause que ce soit[33]. Un corps peut être modifié dans son mouvement, dans sa couleur, dans son degré de chaleur, dans les impressions qu'il procure, etc.[34] Ruffini précise bien que l'important n'est pas le *contenu* des modifications, mais les *rapports* qu'elles entretiennent entre elles : sont-elles homogènes (c'est-à-dire peuvent-elles s'additionner, se soustraire, s'annuler) ou non ; sont-elles plus ou moins hétérogènes (certaines s'additionnent ou se soustraient, d'autres pas), etc. Peu à peu l'on se rend compte que cette classification très subtile des *modificazioni* correspond point par point à la classification des *permutazioni* que Ruffini avait imaginée pour les racines des équations. Cette classification est d'ailleurs encore d'actualité aujourd'hui, puisqu'elle correspond à la distinction entre différents types de *groupes* d'*opération*s (cycliques et non cycliques, transitifs et intransitifs, primitifs et imprimitifs[35]).

Bien sûr, la conclusion générale de Ruffini est que les transformations associées aux objets matériels ne sont pas du même type, ne présentent pas les mêmes propriétés « qualitatives » que les transformations associées à l'âme ou à l'esprit. Mais l'important ici n'est pas tant le contenu du résultat que le fait que Ruffini était clairement persuadé de la généralité de l'outil qu'il utilisait, de sa puissance vis-à-vis non seulement de questions purement algébriques, mais aussi de problèmes philosophiques comme celui des transformations matérielles ou immatérielles. La correspondance de Ruffini montre qu'il a adressé son ouvrage non pas à ses collègues mathématiciens, mais à différents cercles qu'on pourrait qualifier de « dynamistes », dans la mesure où tous s'intéressaient à la question de savoir comment interpréter l'activité, la vitalité de la nature, et jusqu'à quel point cette vitalité pénètre les choses ou la matière[36].

Jusqu'ici nous avons vu que la mathématique « qualitative » des affinités ou des ressemblances souhaitée par Novalis a effectivement été considérée, par les mathématiciens qui l'ont développée, comme « romantique », et que la mathématique des « opérations » ou des transformations également valorisée par Novalis a vu le jour chez Paolo Ruffini dans un contexte qui visait d'emblée la totalité des transformations de la nature et de l'esprit. Un troisième élément pourrait corroborer la thèse de recouvrements entre les perspectives du romantisme et celles des mathématiques nouvelles : le fait que Novalis, comme à vrai dire

[33] Paolo Ruffini, *Della immaterialità dell'anima,* Modena, Bartolomea Soliani, 1806, p. 1.
[34] *Ibid.,* p. 2.
[35] Cf. Jean Cassinet, « Paolo Ruffini (1765-1822) : la résolution algébrique des équations et les groupes de permutations », *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche*, 1988, vol. 8, p. 21-69.
[36] Voir les lettres de Ruffini au médecin Pietro Rubini, au chimiste et politologue Giovanni Fabbroni, au médecin anti-mécaniste partisan de l'électricité animale Giovanni Battista Spallanzani. (Cf. F. Barbieri, F. C. Degani, *Catalogo della corrispondenza di Paolo Ruffini*, Pisa, Edizioni ETS, 1997, n°364, p. 109.; Lettre non datée (probablement de 1808) de G. Fabbroni à Ruffini, *Opere matematiche*, *op. cit.,* vol. 3, p. 48. ; G. Barbensi, *Paolo Ruffini*, Modena, Accademia di scienze lettere e arti, 1956, p. 74-75).

beaucoup d'autres auteurs partageant ses orientations (Achim von Arnim, Schelling), ait suivi à Leipzig, entre 1791 et 1793, les enseignements de l'école combinatoire de Carl Friedrich Hindenburg (1741-1808)[37].

Ce point est relativement bien connu des historiens de la période romantique. L'école combinatoire de Hindenburg, centrée à Leipzig mais présente aussi dans d'autres universités, se plaçait dans la lignée du projet leibnizien d'un art combinatoire qui se constituerait en art d'inventer. Le grand succès de cette école est d'avoir proposé une reformulation de la série infinie du binôme de Newton en termes combinatoires : l'élévation du binôme a+b (ou, plus généralement, d'un polynôme[38]) à une $n^{\text{ème}}$ puissance $(a+b)^n$ était interprétée comme la réitération d'une série de combinaisons de *n* éléments pris *k* à *k* (avec *k* partant de 1 jusqu'à *k* égal à *n*). On trouve dans les papiers de Novalis plusieurs références à ce résultat, avec parfois des équations assez développées[39]. Toutefois il faut ici nuancer le recouvrement possible avec les mathématiques « nouvelles ». Aucun historien des mathématiques ne considère que l'approche combinatoire de l'école de Hindenburg ait joué un rôle majeur dans la genèse de la théorie des groupes ou plus généralement des mathématiques modernes. En effet, même si cette école a poussé parfois très loin l'étude des arrangements et des combinaisons d'éléments donnés (notamment les variables de fonctions), elle n'avait pas pour habitude de considérer ces arrangements comme des *transformations* ou des *opérations* qui, combinées entre elles, en produiraient de nouvelles. Or c'est précisément dans cette direction, dans la direction de la *composition des transformations*, que s'engageront les mathématiques nouvelles.

Il y a cependant une exception. Un certain membre de cette école, Heinrich August Rothe de l'Université d'Erlangen, tenta bien, quant à lui, de *composer* les permutations entre elles. Ce faisant, il inventa un nouveau concept –le concept de permutations autoconjuguées (*sich selbst verwandt Permutationen*), ou d'invariance de certaines permutations par rapport à d'autres– qui, par la suite, allait se révéler fondamental en théorie des groupes. Or Rothe n'imagina pas ce nouveau concept en réponse à un problème strictement mathématique, mais dans le cadre d'une recherche menée collectivement avec deux collègues *Naturphilosophen*, le botaniste Nees von Esenbeck et le chimiste Karl Bischof. L'objectif de cette recherche était de dégager les opérations fondamentales à la base du « développement de la substance végétale », de faire apparaître « le commencement du processus végétal tout entier, et ce qui semble jouer dans l'activité de la végétation le rôle le plus important »[40], et pour cela de recourir à la mathématique, « médiatrice entre la spéculation et l'empirie »[41]. La découverte de Rothe allait d'ailleurs s'appliquer dans un premier temps non aux mathématiques, mais à la cristallographie. Mais ce qu'il faut savoir, c'est que ce sont précisément ces considérations cristallographiques qui, cinquante ans plus tard, en 1868, permettront au mathématicien Camille Jordan (1838-1922) de saisir enfin les enjeux de la théorie de Galois, ce qui marquera la renaissance, ou l'éclosion véritable, de la théorie des groupes[42].

[37] Sur Hindenburg et son école, voir Marco Panza, *La forma della quantità. La forme de la quantité. Cahiers d'histoire et philosophie des sciences*, vol. 2, Paris, Société française des sciences et des sciences et des techniques, 1992, p. 651-689 ; et Hans Niels Jahnke, *Mathematik und Bildung in der Humboldtschen Reform*, Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht, 1990, p. 161-232.

[38] (1+ax+bx^2+cx^3+…)^n

[39] *Cf.* Novalis, *Œuvres complètes*, *op. cit.*, II, p. 196.

[40] Christian Gottfried Nees von Esenbeck, Carl Gustav Bischof, Heinrich August Rothe, *Die Entwickelung der Pflanzensubstanz physiologisch, chemisch und mathematisch dargestellt mit combinatorischen Tafeln der möglichen Pflanzenstoffe und den Gesetzen ihrer stöchiometrischen Zusammensetzung*, Erlangen, Palm und Ernst Enke, 1819, p. 231.

[41] *Ibid.*, p. 63.

[42] Pour plus de détails, voir mon étude *Les origines romantiques de la pensée abstraite. Histoire et enjeux de l'algèbre moderne*, à paraître.

L'esquisse de cette dernière piste de recherche conduit donc au second volet de la question : en quoi les recouvrements observés jusqu'ici peuvent-ils intéresser les mathématiques aujourd'hui, mais aussi la pensée contemporaine en général ?

Je me limiterai ici à deux auteurs qui indiquent, me semble-t-il, deux grandes directions de réflexion. Le premier, Andreas Speiser (1885-1970), mathématicien suisse élève de Hermann Minkowski et de David Hilbert, est un spécialiste reconnu de la théorie des groupes finis, passionné par l'histoire de sa discipline et par les liens des mathématiques avec la philosophie ou la culture en général. Editeur, notamment, des œuvres complètes de Leonhard Euler, il a également écrit plusieurs études sur Platon, Plotin, Fichte, Dante et Goethe[43]. Au cours de la première moitié du XX^e siècle, la théorie des groupes est entrée dans sa phase de maturité. Désormais, elle constitue un instrument incontournable non seulement pour les mathématiques, mais aussi pour la physique au sein de laquelle elle joue, écrit Speiser en 1948, « le rôle d'un logos universel »[44]. L'un des buts du travail de Speiser est de cerner les enjeux de cette nouvelle manière de penser. D'un côté, la théorie des groupes permet de repérer, de localiser des *symétries* qui constituent, surtout en physique, un critère d'*objectivité.* Car qui dit symétrie dit régularité, retour de l'identique : « Partout où nous prenons possession d'un monde indépendant de nous, il nous faut appliquer des concepts qui ont le caractère d'un groupe. »[45] Mais d'un autre côté, ces symétries sont toujours *locales, relatives* au groupe bien particulier de transformations dans lequel elles apparaissent, relatives à certains types d'opérations. Speiser s'attache à mettre en évidence la diversité des transformations ou des cadres à l'intérieur desquels émergent les symétries. Ce peuvent être les déplacements d'un corps, des métamorphoses d'êtres vivants, des échanges financiers, des régularités géométriques, des motifs de mosaïque, carrelage, tapisserie, des transformations sonores ou musicales, etc. « Tout est groupe… les concepts par lesquels nous voyons et formons le monde ont le caractère d'un groupe. »[46] Mais, en même temps, ces groupes réguliers sont toujours situés dans quelque chose de plus vaste, dans un monde de transformations relativement anarchiques qui les englobe et les définit, et qui peut s'élargir bien au-delà de ce que l'entendement seul est capable de saisir. Ainsi la pensée consiste dans le « mélange perçant d'une loi et d'un substrat anarchique »[47] ; elle a finalement deux tâches : « trouver les formes dans le domaine du monde intelligible, et les projeter dans le chaos existant »[48]. «Prenons par exemple le monde du rêve. Parce qu'il n'appartient ni à l'espace, ni à la logique, il est considéré de nos jours comme sans valeur […]. Mais c'est la méthode de Goethe qu'il faut appliquer : distinguer et relier. En considérant attentivement la diversités des types, on découvre parmi eux un ordre, tandis que sous les formes les plus différentes se dessine un archétype. Or précisément, nous avons trouvé des métamorphoses semblables avec la notion de groupe, issue de la similitude entre les choses : nous l'avons reconnue dans l'art, dans la nature, dans les cristaux, et en tant que loi générale du monde […]. Nos vieux modes de pensée ne sont pas de simples événements temporels, sinon comment pourrions-nous

[43] Andreas Speiser est notamment l'auteur de « Musik und Mathematik », *Festschrift für Paul Speiser-Sarasin,* Basel, Basler Druck, 1926 ; « Der Erlösungsbegriff bei Plotin », *Eranos-Jahrbuch 1937,* p. 137-154 ; « Die Platonische Lehre vom unbekannten Gott und die christliche Trinität », *Eranos-Jahrbuch 1940-41,* p. 11-29 ; « Die Naturphilosophie von Dante », *in Die mathematische Denkweise*, Basel, Verlag Birkhäuser, 1952, p. 36-58 ; « Goethes Farbenlehre », *Die mathematische Denkweise*, *op. cit.,* p. 78-85.

[44] « La notion de groupe et les arts », *in Les grands courants de la pensée mathématique*, F. Le Lionnais (dir.), Paris, Cahiers du Sud, 1948, p. 477.

[45] *Ibid.*, p. 475.

[46] *Ibid.*.

[47] Andreas Speiser, « Über die Freiheit » (1950), *in Die geistige Arbeit,* Basel-Stuttgart, Birkhäuser Verlag, 1955, p. 183.

[48] Andreas Speiser, « Wissenschaft und Glaube » (1944), *in Die geistige Arbeit, op. cit.,* p. 72.

déclarer que nous les comprenons encore aujourd'hui, après tant de temps écoulé […]. Ils appartiennent bien plutôt, comme les formes mathématiques, au même monde de l'esprit. »[49]

« Distinguer et relier » : Speiser cite à deux reprises cette formule de Goethe[50] qui fait écho à la proposition de Novalis et de D'Aubuisson d'« associer sans confondre », de raccorder différents domaines de la réalité que nous aurions tendance à séparer, mais sans les fusionner pour autant. Même si Speiser cite peu les romantiques au sens strict du terme, il s'intéresse aux études naturalistes de Goethe, à sa théorie des couleurs, à ses réflexions sur la métamorphose des plantes et des animaux, dans lesquelles il pointe à chaque fois la mise en évidence de formes, de motifs, dont les propriétés de symétrie se transmettent partiellement d'un être à un autre. C'est dans ce cadre qu'il faut situer sa participation active au groupe interdisciplinaire ERANOS fondé en 1933 autour de Carl Gustav Jung. L'objectif de ce groupe, encore actif aujourd'hui, est la « prospection des imaginaires sociaux contemporains », l'exploration de formes, types, archétypes partagés par diverses disciplines, cultures, religions, écritures. Speiser y a bien sûr cotoyé Jung, mais aussi l'historien des religions Mircea Eliade, l'orientaliste Henri Corbin et l'architecte Le Corbusier avec lequel il a d'ailleurs échangé une longue correspondance. On voit se dessiner ici un courant de pensée qui, à certains égards, peut bien se rapprocher du structuralisme, mais s'ancre aussi dans une tradition plus ancienne, tradition de réflexion sur la possibilité de repérer non seulement des *formes communes*, comme dans le structuralisme, mais aussi des *changements de formes*, métamorphoses, homomorphismes au lieu de simples isomorphismes, transferts seulement partiels de propriétés entre des zones de réalité contiguës, ou parfaitement hétérogènes. A cette tradition appartiennent sans doute des mathématiciens comme Ludwig Schläfli (1814-1895) ou D'Arcy Thompson (1860-1948), mais aussi des philosophes comme Ernst Cassirer (1874-1945), et des romantiques ou *Naturphilosophen* comme Novalis ou Goethe -même si Goethe, on le sait, ne se considérait ouvertement ni comme romantique, ni comme *Naturphilosoph*, mais plutôt comme *Naturschauer*[51].

Si Speiser met l'accent sur l'aspect *qualitatif* des mathématiques, s'il définit la pensée mathématique comme capacité de repérer et projeter des formes dans le chaos, il est un autre mathématicien qui, lui, met particulièrement en valeur l'aspect *opératoire* des mathématiques, l'importance des opérations ou des transformations.

Hermann Weyl (1885-1955), autre élève de Hilbert, s'est attaché à l'étude des groupes *continus* (non plus finis comme chez Speiser) et a obtenu des résultats qui ont véritablement fait date dans l'histoire des mathématiques et de la physique. Weyl est celui qui a montré par quel moyen, à quelles conditions mathématiques un groupe de transformations continues parfois très complexes –par exemple celles qu'envisage la physique quantique– peut être situé dans un espace *mesurable*. En mathématiques, on dit que le groupe est *représenté*. Pour ne prendre qu'un exemple, c'est Weyl qui, en 1927, a donné l'explication mathématique des deux états possibles (½ et -½) du spin de l'électron, comme correspondant non pas aux rotations d'une « bille » sur elle-même (image erronée de l'électron), mais bien aux deux invariants de la représentation associée au groupe de transformations que subit un champ électrique dans certaines circonstances. En termes plus simples, Weyl a trouvé *l'opération* par laquelle n'importe quel groupe continu peut être rendu *représentable*. Cette opération, que Weyl a appelée « astuce unitaire », est devenue tellement importante pour la physique (elle

[49] Andreas Speiser, « Geist und Mathematik » (1945), *in Die geistige Arbeit, op. cit.,* p. 150.
[50] J.W. v. Goethe, « Trilogie zu Howards Wolkenlehre. Atmosphäre », *Gesamtausgabe der Werke und Schriften*, vol. 20, Stuttgart, J.G. Cotta, 1960, p. 814.
[51] Goethe à Schiller, 28 juin 1794, *in Der Briefwechsel zwischen Schiller und Goethe,* Emil Staiger (éd.), Frankfurt/Main, Insel-Verlag, 1987, p. 641.

sert notamment à mettre en évidence une multitude de « quantons d'interaction » ou « particules élémentaires ») qu'un opérateur spécial a été inventé pour la résumer : l'opérateur dit de Casimir, du nom du physicien hollandais Hendrik Casimir.

Que penser de tout cela ? Il faut prendre au sérieux, ici, le terme « représentation ». Weyl a en effet inventé une opération mathématique qui *nous* permet, qui permet aux *sujets* connaissants que nous sommes, de nous représenter, donc de *mesurer* avec les moyens qui sont les nôtres, les invariants ou régularités d'un système de transformations parfois très abstraites. Weyl a beaucoup médité sur les enjeux de son travail. Le résultat de cette méditation est que non seulement la mise en évidence de symétries, d'invariants, se fait toujours, comme le pensait Speiser, *relativement* à certains groupes ou à un certain contexte, mais que ce contexte, loin d'exclure le sujet, la subjectivité, l'implique à un double titre. D'une part, c'est toujours le mathématicien qui *choisit* les groupes sur lesquels il travaille. D'autre part, l'outil mathématique des groupes –en tout cas l'opération mise au point par Weyl- aide à fixer le cadre dans lequel la subjectivité pourra faire apparaître des invariants, des relations objectives. Ici ce n'est plus seulement, comme chez Speiser, la reconnaissance des formes qui importe, mais l'engagement du sujet dans cette reconnaissance -comme dans toute connaissance en général. Novalis avait écrit que « la mathématique authentique est l'élément propre du magicien »[52], qu'elle est la « science authentique –parce qu'elle contient des *connaissances* qu'elle a *faites* –des produits de sa propre activité spirituelle »[53]. Pour Weyl, les mathématiques sont le moyen par excellence de « construction…, en fin de compte purement symbolique, du monde »[54]. « Jusqu'ici, c'est seulement dans les mathématiques et la physique que la construction théorético-symbolique a gagné cette solidité qui la rend contraignante pour quiconque a l'esprit ouvert à ces sciences. »[55]

En commentant l'œuvre de Weyl, Jean Largeault constate que « La « construction créative », « l'agir symbolique » au sens où Weyl l'entend, « s'apparente à ce que Goethe appelle la production d'actes, qui ressortit, pour la plus grande part, au *démonique*, lequel échappe à la conduite de la raison »[56]. « Si l'on appelle classique ce qui se rapporte à l'immuable, romantique ce qui se rapporte à ce qui change, Weyl avait des traits romantiques »[57] et se rapprochait « d'une tradition qui, par Guillaume de Humboldt, remonte à Goethe et à Schiller »[58]. Même si Weyl ne cite pas Novalis, la philosophie dont il s'inspire pour penser le monde et les mathématiques en est étonnamment proche.

Benoît Timmermans
Fonds National de la Recherche Scientifique
Université Libre de Bruxelles

[52] Novalis, *L'Encyclopédie, op. cit.,* p. 127.
[53] *Ibid.,* Novalis, § 353 (IV-1128), p. 117.
[54] Hermann Weyl, « Die Stufen des Unendlichen » (1931), *in* H. Weyl, *Le continu et autres écrits,* trad. J. Largeault, , Paris, Vrin, 1994, p. 305.
[55] Hermann Weyl, *Philosophy of mathematics and natural science*, Princeton, Princeton University Press, 1949, p. 66.
[56] J.W. Goethe, *Conversations avec Eckermann*, trad. fr. J. Chuzeville, Paris, Gallimard, 1949, p. 217.
[57] H. Weyl, « Die Stufen des Unendlichen » (1931), *op. cit.,* p. 288.
[58] H. Weyl, « Randbemerkungen zu Hauptproblemen der Mathematik » (1924), *in* H. Wey*l, Le Continu et autres écrits*, *op. cit.,* p. 282.